

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

44798



В. В. НАЦОКИН

ТЕХНИЧЕСКАЯ
ТЕРМОДИНАМИКА
И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

1р.06к.

В. В. НАЦОКИН

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКВА
1975 ГОД
ВЫСШАЯ ШКОЛА

ПРОФ. В. В. НАЩОКИН

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Издание 2-е,
переработанное и дополненное

Под редакцией проф. В. С. Силецкого

Допущено
Министерством высшего
и среднего специального
образования СССР
в качестве учебного пособия
для неэнергетических
специальностей вузов



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1975

Рецензент — член-корр. АН СССР И. И. Новиков.

Нащокин В. В.

Н37 Техническая термодинамика и теплопередача. Учебн. пособие для неэнергетических специальностей вузов. М. «Высшая школа», 1975.
496 с. с ил.

В книге излагаются основы технической термодинамики и теплопередачи.

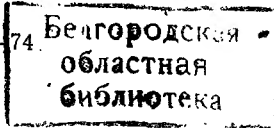
В первой части изложены законы термодинамики и их приложение к анализу циклов тепловых двигателей, газотурбинных, паротурбинных и холодильных установок и др.

Во второй части изложены физические основы теплообмена. Рассмотрены элементарные способы передачи теплоты. Кратко изложено приложение общей теории тепло- и массообмена к изучению процессов во влажных коллоидных капиллярно-пористых телах.

В книге даны контрольные вопросы и некоторое количество решенных задач. Книга написана с использованием международной системы единиц (СИ).

Н $\frac{30302-058}{001(01)-75}$

107-74



6П2.2

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Второе издание книги переработано и дополнено.

Значительно дополнена глава «Характеристические функции»; введен закон Нернста; написаны параграфы о термодинамическом равновесии. Дополнены главы «Конвективный теплообмен», «Теплообмен при изменении агрегатного состояния вещества», «Теплота и массоперенос во влажных телах».

При переработке курса были проведены уточнения некоторых положений и понятий, выправлены опечатки и устранены дефекты некоторых чертежей.

Просмотрены примеры, часть которых заменена новыми.

Редактирование проф. В. С. Силеским проведено с большой тщательностью, в связи с чем считаю своим долгом выразить ему глубокую благодарность за сделанную работу по редактированию второго издания книги.

В заключение автор считает своим долгом выразить глубокую благодарность чл.-корр. АН СССР И. И. Новикову за рецензирование рукописи и ряд ценных замечаний и предложений, которые позволили автору улучшить рукопись.

Автор

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Книга предназначена в качестве учебного пособия для студентов неэнергетических специальностей очных и заочных высших технических учебных заведений. По объему и содержанию она отвечает новой программе Министерства высшего и среднего специального образования СССР.

Предлагаемое учебное пособие имеет целью дать систематическое изложение в одной книге основных вопросов технической термодинамики, а также теплопередачи и этим облегчить студентам самостоятельное их изучение.

Теплотехника для неэнергетических факультетов является общетехнической дисциплиной. Она по праву занимает одно из центральных мест в теоретической подготовке специалистов высокой квалификации.

С развитием электрификации и химизации в СССР роль теплотехники с каждым годом возрастает. Мощные паротурбинные установки на электростанциях с применением пара высоких параметров, внедрение

комбинированных установок с одновременным использованием в качестве рабочих тел как водяного пара, так и продуктов сгорания, теплофикация городов, развитие реактивных двигателей и газотурбинных установок, широкое внедрение в народное хозяйство двигателей внутреннего сгорания, отвод огромных тепловых потоков в ядерных реакторах для получения электроэнергии, большое строительство пищевых и химических предприятий, где продукты сгорания и водяной пар являются теплоносителями, переход к промышленному использованию магнитогидродинамического метода для непосредственного преобразования теплоты в электрическую энергию, широкое использование в народном хозяйстве холода и многие другие проблемы современной науки и техники необычайно расширили область теплотехники и все время ставят перед ней новые исключительно важные физические задачи.

В первой части кратко излагаются исторические данные, показывающие роль русских и советских ученых в развитии основных положений теоретической теплотехники. Подробно рассматриваются основные законы термодинамики, термодинамические процессы, дифференциальные уравнения термодинамики и истечение газов и паров. В прикладной части рассматриваются циклы двигателей внутреннего сгорания, газотурбинных и паротурбинных установок, а также циклы атомных электростанций, парогазовых, теплофикационных, магнитогидродинамических и холодильных установок.

Во второй части излагаются законы теплопроводности при стационарном и нестационарном режимах, основы теории подобия и конвективный теплообмен, излучение, а также основы расчета теплообменных аппаратов. Здесь же даются сведения о тепло- и массообмене во влажных коллоидных, капиллярно-пористых телах.

Каждая глава сопровождается контрольными вопросами и иллюстрируется конкретными числовыми примерами, взятыми из инженерной практики. В книге используется Международная система единиц (СИ).

При работе над книгой автор стремился дать в наиболее простом и доступном изложении основы технической термодинамики и теплопередачи, сохраняя при этом необходимую теоретическую и научную форму.

Автор выражает искреннюю признательность заведующему кафедрой теоретических основ теплотехники МЭИ проф., докт. техн. наук М. П. Вукаловичу и сотрудникам кафедры, просмотревшим рукопись и сделавшим ряд ценных замечаний и советов, направленных на улучшение книги. Особую благодарность автор выражает профессору В. С. Силецкому, который с большим вниманием по поручению издательства провел тщательное редактирование рукописи.

Автор

Часть первая

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

Глава I

ВВЕДЕНИЕ

§ 1-1. Энергетика и ее значение в народном хозяйстве СССР

С первых дней жизни Советского государства Коммунистическая партия СССР придавала огромное значение претворению в жизнь Ленинского учения об электрификации всей страны.

«Коммунизм, — говорил В. И. Ленин, — это есть советская власть плюс электрификация всей страны»*, поэтому ленинская идея сплошной электрификации — стержень всей программы строительства экономики коммунизма.

Еще в 1921 г. под руководством В. И. Ленина был разработан первый план электрификации России — план ГОЭЛРО, сыгравший огромную роль в развитии энергетики СССР. В. И. Ленин назвал этот план второй программой партии. По плану ГОЭЛРО предусматривалась постройка в течение пятнадцати лет 20 тепловых и 10 гидроэлектростанций общей мощностью 1850 тыс. *квт.* Выработку электроэнергии намечалось довести до 8,8 млрд. *квт.ч* в год. Этот план был выполнен досрочно.

Уже в 1960 г. мощность всех электростанций составила почти 67 млн. *квт.*, а в 1970 г. — 166 млн. *квт.* с выработкой электроэнергии около 740 млрд. *квт.ч.*

В настоящее время электроэнергия вырабатывается главным образом на тепловых электростанциях при сжигании химического топлива: каменного угля, жидкого и газообразного топлива. В СССР в 1970 г. тепловые электростанции выработали 84% от общей выработки электроэнергии. Ведущую роль тепловые электростанции сохраняют и в настоящее время.

В предстоящем пятилетии прирост мощности на тепловых электростанциях намечается за счет установки энергетических блоков мощностью по 300, 500 и 800 тыс. *квт.* Будут проходить испытания блоков мощностью 1200 тыс. *квт.*

Народнохозяйственное значение этих мощных агрегатов очень велико, так как они дают возможность получать большую экономию топлива.

* Ленин В. И. Полн. собр. соч. Изд. 5-е, т. 42, с. 159.

До 1941 г. в СССР на тепловых электростанциях в основном использовался пар давлением 25—30 ат и температурой перегрева 400—425° С. После второй мировой войны на теплоэлектростанциях в качестве основных параметров применяли пар с давлением 90 ат и температурой 500—525° С. Переход с пара давлением 30 ат на пар давлением в 90 ат дал народному хозяйству экономию топлива 12—15%.

В 1959 г. на некоторых новых электростанциях применяли пар высоких параметров — давлением 170 ат и температурой 550° С.

В период 1961—1965 гг. осуществилось дальнейшее увеличение параметров пара; было построено большое количество котлоагрегатов на давление 240 ат и температуру 565—580° С. Такие турбины на 20% экономичнее паровых турбин, имеющих давление 90 ат и температуру 500° С.

С переходом работы котлов на более высокие параметры (температуры до 600° С и давления пара 300 бар и выше) и увеличения мощности отдельных блоков технико-экономические показатели тепловых электростанций непрерывно улучшаются; к. п. д. лучших паротурбинных станций достигает 40%, что является для паротурбинных установок почти предельной величиной. Более высокие к. п. д. могут дать только комбинированные парогазовые установки, в которых паровая турбина дополняется газовой. Эти установки имеют наибольшую перспективу применения (см. гл. XX).

Большое народнохозяйственное значение будет иметь внедрение в практику новых методов получения электроэнергии, над которыми в настоящее время работают советские ученые. Будут практически осваиваться генераторы электроэнергии на магнитогидродинамическом принципе, т. е. на использовании энергии плазмы.

Создание высокотемпературных термоэлектрических полупроводниковых преобразователей позволит непосредственно превращать теплоту в электрическую энергию с к. п. д. до 15—20%.

Будет решаться актуальная проблема непосредственного преобразования химической энергии топлива в электрическую. В результате ее решения можно ожидать появления новых источников тока и электрохимических генераторов энергии. Первые образцы электрохимических генераторов электротока, работающих на газообразном водороде и кислороде, уже созданы в нашей стране. Они подтверждают высокую эффективность прямого преобразования химической энергии топлива в электрическую. К. п. д. их достигает 80%, что намного выше эффективности существующих сейчас тепловых электростанций.

Получат широкое распространение газотурбинные установки.

С 1940 г. по развитию теплофикации СССР занимает первое место в мире. Примерно 30% всей электрической мощности тепловых электростанций приходится на теплоэлектроцентрали. Комбинированная выработка теплоты и электрической энергии на теплоэлектроцентралях позволяет получить значительную экономию топлива, и на будущее время она остается важнейшим направлением развития энергетики СССР.

Грандиозные перспективы развития советской теплоэнергетики ставят перед термодинамикой обширные задачи по исследованию теп-

лофизических свойств воды и водяного пара при сверхвысоких давлениях — до 2000 бар и температурах пара до 1000° С. Методы этих исследований можно будет распространить и на определение теплофизических свойств других рабочих тел, которые будут применяться на новых атомных и тепловых электростанциях, в химической и других отраслях промышленности.

Будут проведены большие работы по исследованию углекислоты в широком интервале температур и давлений. Применение углекислоты в парогазовом цикле открывает большие перспективы в получении высоких к. п. д. и, следовательно, позволит резко уменьшить расход топлива на единицу установленной мощности.

Широкое развитие получают работы, связанные с тепловыми насосами, с производством холода и с использованием термоядерной энергии на электростанциях. Список вопросов, в которых термодинамика имеет решающее значение, можно продолжить и далее, но и из этих примеров видно огромное значение теоретических основ теплотехники.

§ 1-2. Предмет технической термодинамики и ее задачи

Термодинамика, являясь разделом теоретической физики, представляет собой одну из самых обширных областей современного естествознания — науку о превращениях различных видов энергии друг в друга. Это наука рассматривает самые разнообразные явления природы и охватывает огромную область химических, механических и физико-химических явлений.

Термодинамика в настоящее время может быть разделена на три части:

общую термодинамику, или физическую термодинамику, изучающую процессы превращения энергии в твердых, жидких и газообразных телах, излучение различных тел, магнитные и электрические явления, а также устанавливающую математические зависимости между термодинамическими величинами;

химическую термодинамику, которая на основе законов общей термодинамики изучает химические, тепловые, физико-химические процессы, равновесие и влияние на равновесие внешних условий;

техническую термодинамику, рассматривающую закономерности взаимного превращения теплоты в работу. Она устанавливает взаимосвязь между тепловыми, механическими и химическими процессами, которые совершаются в тепловых и холодильных машинах, изучает процессы, происходящие в газах и парах, а также свойства этих тел при различных физических условиях.

Термодинамика базируется на двух основных законах, получивших название начал термодинамики.

Первое начало термодинамики представляет собой приложение к тепловым явлениям всеобщего закона природы — закона превращения и сохранения энергии.

Второе начало термодинамики устанавливает условия протекания

и направленность макроскопических процессов в системах, состоящих из большого количества частиц. Поэтому второе начало термодинамики имеет более ограниченное применение, нежели первое.

В начале XX в. два начала термодинамики были дополнены еще одним опытным положением, получившим название тепловой теоремы Нернста. Эта теорема, позволяющая определить свойства тел при очень низких температурах, используется главным образом в химической термодинамике и имеет ограниченное применение.

Техническая термодинамика начала развиваться с 20-х годов прошлого столетия, но, несмотря на свою сравнительную молодость, она заслуженно занимает в настоящее время одно из центральных мест среди физических и технических дисциплин.

В теоретической части технической термодинамика является общим отделом науки об энергии, а в прикладной части представляет собой теоретический фундамент всей теплотехники, изучающей процессы, протекающие в тепловых двигателях.

В термодинамике используются два метода исследования: метод круговых процессов и метод термодинамических функций и геометрических построений. Последний метод был разработан и изложен в классических работах Гиббса. Этот метод получил за последнее время широкое распространение.

В начале второй половины XVIII в. была решена очень важная техническая задача — был создан универсальный тепловой двигатель для промышленности и транспорта. Первую паровую машину изобрел русский инженер И. И. Ползунов. Она была построена уже после его смерти в 1766 г., т. е. почти за 20 лет до паровой машины Джемса Уатта. И. И. Ползунов не только создал первую в мире паровую машину, но и изобрел к ней распределительное устройство и впервые осуществил автоматическое питание парового котла.

До 50-х годов XIX столетия наука рассматривала теплоту как особое, невесомое, неуничтожаемое и несоздаваемое вещество — теплород. Одним из первых, кто опроверг эту теорию, был М. В. Ломоносов. В 1744 г. в своей диссертации «Размышление о причине теплоты и холода» он писал, что теплота состоит во внутреннем движении собственной материи и указывал, что огонь и теплота состоят во вращательном движении частиц, из которых состоят все тела. Тем самым в своих работах М. В. Ломоносов заложил основы механической теории теплоты. Однако Ломоносов не был понят современниками. Еще долгое время физики продолжали толковать о теплороде. Только к середине XIX в. механическая теория теплоты в результате работ целого ряда ученых находит повсеместное признание, становится основой всей термодинамики и энергетики.

Открытие закона сохранения и превращения энергии, этого основного закона естествознания, как указывал неоднократно Энгельс, оказало решающее влияние на все последующее развитие не только физики, но и всего естествознания в целом. Энгельс относит это открытие к числу трех великих естественнонаучных открытий XIX в., благодаря которым был обоснован по существу диалектико-материалистический взгляд на природу.

Одним из первых высказал идею закона сохранения энергии М. В. Ломоносов. В работе «Рассуждение о твердости и жидкости тел», в письме к Эйлеру от 5 июля 1747 г. Ломоносов писал: «Все перемены в натуре случающиеся, такого суть состояния, что сколько чего у одного тела отнимается, столько же присовокупляется к другому. Так, где убудет несколько материи, то умножится в другом месте... Сей всеобщий естественный закон простирается и в самые правила движения: ибо тело, движущее своей силой другое, столько же оныя у себя теряет, сколько сообщает другому, которое от него движение получает».

В данной формулировке Ломоносова еще не содержится количественных соотношений, но, несмотря на это, отчетливо и полно определяется сущность закона сохранения и превращения энергии. Только через столетие благодаря работам Лавуазье, Майера, Гельмгольца и других этот закон получил всеобщее признание. Отдавая должное гениальному предвидению М. В. Ломоносова, закон сохранения и превращения энергии часто называют его именем.

В 1840 г. химик, русский академик Г. Гесс сформулировал принцип сохранения энергии применительно к химическим процессам. В дальнейшем целая плеяда русских и советских ученых теоретиков своими работами значительно расширила учение о теплоте и внесла большой вклад в развитие термодинамики.

Техническая термодинамика, применяя основные законы к процессам превращения теплоты в механическую работу и механической работы в теплоту, дает возможность разрабатывать теорию тепловых двигателей, исследовать процессы, протекающие в них, и позволяет выявлять их экономичность для каждого типа отдельно.

§ 1-3. Международная система единиц (СИ)

С 1963 г. ГОСТ 9867—61 была введена в СССР как предпочтительная Международная абсолютная система единиц (СИ) для всех отраслей науки и техники.

Основными единицами в этой системе приняты: единица длины — метр (*м*), единица массы — килограмм (*кг*), единица времени — секунда (*сек*), температура термодинамическая — градус Кельвина ($^{\circ}\text{K}$). Все остальные единицы являются производными от основных.

За единицу количества энергии (в том числе теплоты и работы) принят абсолютный джоуль (*дж*), равный работе постоянной силы в 1 н на пути в 1 м при совпадении направлений силы и перемещения точки приложения силы ($1 \text{ дж} = 1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{сек}^2$).

ГОСТ 8550—61 временно разрешает пользоваться внесистемной единицей энергии — килокалорией ($1 \text{ ккал} = 4,1868 \cdot 10^3 \text{ дж}$).

Единица мощности ватт (*вт*) соответствует работе 1 дж в 1 сек (*дж/сек*).

В табл. 1-1 приведены соотношения между различными единицами измерения энергии.

Таблица 1-1

Единицы измерения	Кило-джоуль	Кило-калория	Килограммо-метр	Киловатт-час
Килоджоуль (кдж)	1	0,239	102,0	0,000278
Килокалория (ккал)	4,1868	1	427	0,00116
Килограммометр (кг·м)	0,00981	0,00234	1	0,00000272
Киловатт-час (квт·ч)	3600	860	367200	1
Л. с.-час (л.с.-ч)	2647,8	632,3	270000	0,736

§ 1-4. Основные термодинамические параметры состояния

Предметом технической термодинамики является главным образом изучение процессов взаимного преобразования теплоты и работы в различных тепловых машинах.

В тепловых двигателях преобразование теплоты в работу осуществляется с помощью так называемого рабочего тела. Например, в двигателях внутреннего сгорания, а также в газотурбинных установках рассматриваются процессы, в которых рабочим телом является газ. В паровых двигателях рассматриваются процессы, в которых рабочим телом является пар, легко переходящий из парообразного состояния в жидкое и, наоборот, из жидкого в парообразное.

Физическое состояние тела вполне определяется некоторыми величинами, характеризующими данное состояние, которые в термодинамике называют *параметрами состояния*.

Параметрами состояния может быть целый ряд величин: удельный объем, давление, температура, внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, концентрация, изохорно-изотермный потенциал и др.

Однако при отсутствии силовых полей (гравитационного, электромагнитного и др.) состояние однородного тела может быть однозначно определено тремя параметрами, в качестве которых в технической термодинамике принимают удельный объем, абсолютную температуру и давление.

Эти три параметра, называемые обычно *основными*, не являются независимыми величинами и, как будет показано далее, связаны между собой вполне определенными математическими зависимостями.

У д е л ь н ы й о б ъ е м. Удельным объемом однородного вещества называется объем, занимаемый единицей массы данного вещества. В технической термодинамике удельный объем обозначается v и измеряется в $\text{м}^3/\text{кг}$:

$$v = V/m,$$

где V — объем произвольного количества вещества, м^3 ; m — масса этого вещества, кг .

Плотность тела определяется как масса единицы объема и измеряется в $\text{кг}/\text{м}^3$:

$$\rho = m/V.$$

Удельный объем есть величина, обратная плотности, т. е.

$$v = 1/\rho; \rho = 1/v; v\rho = 1.$$

Д а в л е н и е. Давление с точки зрения молекулярно-кинетической теории есть средний результат ударов молекул газа, находящихся в непрерывном хаотическом движении, о стенки сосуда, в котором заключен газ, и представляет собой нормальную составляющую силы, действующей на единицу поверхности.

В СИ давление измеряется в ньютонах на квадратный метр (н/м^2).

В практических расчетах возможно применение кратных и дольных единиц измерения давления: килоньютон на 1 м^2 (кн/м^2), меганьютон на 1 м^2 (Мн/м^2); часто давление измеряется во внесистемных единицах — барах ($1 \text{ бар} = 10^5 \text{ н/м}^2$). Однако необходимо помнить, что во все термодинамические формулы давление должно подставляться в ньютонах на квадратный метр (н/м^2).

Давление может измеряться столбом жидкости — ртути, воды, спирта и др., уравнивающим давление газа. На рис. 1-1 изображен сосуд с газом. К стенке сосуда припаяна изогнутая трубка, наполненная какой-либо жидкостью. Давление в сосуде p_1 , а атмосферное давление p_0 , при этом $p_1 > p_0$. Под действием разности давлений $p_1 - p_0$ жидкость в правом колене поднимется и уравнивает избыток давления в сосуде. Отсюда можно написать равенство

$$p_1 F = p_0 F + h F \rho g,$$

откуда

$$h = \frac{p_1 - p_0}{\rho g}.$$

Высота столба жидкости h прямо пропорциональна разности давлений в сосуде и наружной среды и обратно пропорциональна плотности жидкости.

Если разность давлений принять равной 1 бар, то высота h при наполнении трубки ртутью равна

$$h = \frac{10 \cdot 10^4}{13595,10 \cdot 9,81} = 750,10 \text{ мм рт. ст.},$$

где $\rho = 13595,10 \text{ кг/м}^3$ — плотность ртути при 0°C ; $g \cong 9,81 \text{ м/сек}^2$ — ускорение свободного падения (берется для данной точки поверхности Земли).

При наполнении трубки водой высота равна

$$h = \frac{10 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9,81} = 10,20 \text{ м.}$$

Для измерения давлений применяют барометры и манометры, а для измерения разрежения — вакуумметры. Барометрами измеряют атмосферное давление, а манометрами — давление, превышающее атмосферное. Давление, превышающее атмосферное, называют *избыточным*.

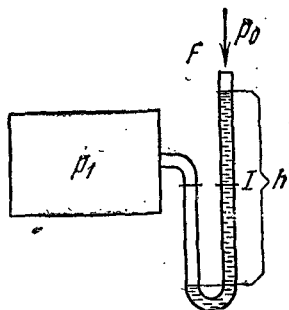


Рис. 1-1

Термодинамическим параметром состояния является только абсолютное давление. *Абсолютным давлением* называют давление, отсчитываемое от абсолютного нуля давления или от абсолютного вакуума. При определении абсолютного давления различают два случая:

1) когда давление в сосуде больше атмосферного и 2) когда оно меньше атмосферного. В первом случае абсолютное давление в сосуде равно сумме показаний манометра и барометра (рис. 1-2):

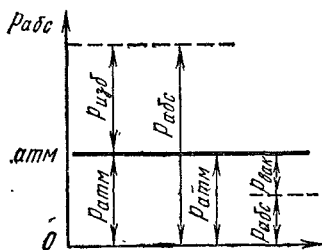


Рис. 1-2

$$P_{абс} = P_{изб} + P_{атм}.$$

Если величина барометрического давления неизвестна, то при выражении давления в барах абсолютное давление $P_{абс} \approx P_{изб} + 1$.

Во втором случае абсолютное давление в сосуде равно показанию барометра минус показание вакуумметра (рис. 1-2):

$$P_{абс} = P_{атм} - P_{вак}.$$

Избыточное давление и разрежение не являются параметрами состояния, так как они при одном и том же абсолютном давлении могут принимать различные значения в зависимости от величины атмосферного давления.

Поскольку ГОСТ 9867—61 допускает временно применять и старые единицы измерения, в табл. 1-2 приводятся для справок соотношения между различными единицами измерения давления.

Таблица 1-2

	Физическая атмосфера (атм)	Техническая атмосфера (1 ат=1 кг/см ²)	Бар (бар)	Миллиметры ртутного столба (мм рт. ст)
1 атм	1	1,0332	1,0132	760,0
1 ат	0,9678	1	0,9807	735,5
1 бар	0,9869	1,0197	1	750,1
10 ³ мм рт. ст	1,3158	1,3595	1,3332	1000

Температура. Температура, характеризуя степень нагретости тел, представляет собой меру средней кинетической энергии поступательного движения его молекул, т. е. температура характеризует среднюю интенсивность движения молекул, и чем больше средняя скорость движения молекул, тем выше температура тела. Понятие температуры не может быть применено к одной или нескольким молекулам. Если два тела с различными средними кинетическими энергиями движения молекул привести в соприкосновение, то тело с большей средней кинетической энергией молекул (с большей температурой) будет отдавать энергию телу с меньшей средней кинетической энергией молекул (с меньшей температурой), и этот процесс будет протекать до тех пор, пока средние кинетические энергии молекул обоих тел не

сравниваются, т. е. не выравниваются температуры обоих тел. Такое состояние двух тел называется *тепловым равновесием*.

Кинетическая теория материи при тепловом равновесии связывает среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул $m\bar{\omega}^2/2$ с абсолютной температурой идеального газа T и устанавливает между этими величинами прямую связь

$$m\bar{\omega}^2/2 = 3/2 \kappa T,$$

где m — масса молекулы; $\bar{\omega}$ — средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул; T — абсолютная температура; κ — постоянная Больцмана, равная $1,38 \cdot 10^{-23}$ дж/град.

Абсолютная температура всегда величина положительная. При температуре абсолютного нуля ($T = 0$) прекращается тепловое движение молекул ($\bar{\omega} = 0$). Эта предельная минимальная температура и является началом для отсчета абсолютных температур.

В технике для измерения температур используют различные свойства тел: расширение тел от нагревания в жидкостных термометрах; изменение объема при постоянном давлении или изменение давления при постоянном объеме в газовых термометрах; изменение электрического сопротивления проводника при нагревании в термометрах сопротивления; изменение электродвижущей силы в цепи термопары при нагревании или охлаждении ее спая. При измерении высоких температур оптическими пирометрами используются законы излучения твердых тел и методы сравнения раскаленной нити с исследуемым материалом.

ГОСТ 8550—61 предусматривает применение двух температурных шкал: термодинамической температурной шкалы, основанной на втором законе термодинамики, и международной практической температурной шкалы, являющейся практическим осуществлением термодинамической температурной шкалы с помощью реперных (опорных) точек и интерполяционных уравнений.

Измерение температур в каждой из этих шкал может производиться как в градусах Кельвина ($^{\circ}\text{K}$), так и в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$) в зависимости от принятого начала отсчета (положения нуля) по шкале.

В так называемой тройной точке воды, т. е. в точке, где жидкая, парообразная и твердая фазы находятся в устойчивом равновесии, температура в градусах Кельвина равна $273,16^{\circ}\text{K}$ (точно), а в градусах Цельсия $0,01^{\circ}\text{C}$.

Следовательно, между температурами, выраженными в градусах Кельвина и градусах Цельсия, имеется следующее соотношение:

$$T^{\circ}\text{K} = 273,15 + t^{\circ}\text{C}.$$

Параметром состояния является абсолютная температура, измеряемая в градусах Кельвина. Градус абсолютной шкалы численно равен градусу шкалы Цельсия, так что $dT = dt$.

§ 1-5. Термодинамическая система

В любом явлении природы участвует множество различных тел, так или иначе связанных между собой. При термодинамическом изучении какого-либо явления в качестве объекта исследования выделяется группа тел или единичное тело, или даже отдельные его части. Объект изучения называется *термодинамической системой*, а все, что лежит вне его границ, — *окружающей средой*. Термодинамической системой называется совокупность макроскопических тел, обменивающихся энергией как друг с другом, так и с окружающей (внешней) средой.

Простейшим примером термодинамической системы (тела) может служить газ, находящийся в цилиндре с поршнем. К окружающей среде следует отнести цилиндр и поршень, воздух, который окружает их, стены помещения, где находится цилиндр с поршнем, и т. д.

Если термодинамическая система не имеет никаких взаимодействий с окружающей средой, то ее называют *изолированной*, или замкнутой, *системой*.

Система, окруженная так называемой адиабатной оболочкой, исключаящей теплообмен с окружающей средой, называется *теплоизолированной*, или адиабатной, *системой*. Примером теплоизолированной системы является рабочее тело, находящееся в сосуде, стенки которого покрыты идеальной тепловой изоляцией, исключаящей теплообмен между рабочим телом и окружающей средой.

Система, имеющая во всех своих частях одинаковый состав и физические свойства, называется физически *однородной*.

Однородная термодинамическая система (как по составу, так и по физическому строению), внутри которой нет поверхностей раздела, называется *гомогенной* (например, лед, вода, газы).

Система, состоящая из нескольких макроскопических частей с различными физическими свойствами, отделенных одна от другой видимыми поверхностями раздела, называется *гетерогенной* (например, лед и вода, вода и пар и др.).

Гомогенные части системы, отделенные от остальных частей видимыми поверхностями раздела, называются *фазами*. В зависимости от числа фаз гетерогенные системы называются *двухфазными* и *трехфазными* (газообразное, жидкое и твердое состояние). *Компонентом* термодинамической системы называют всякую химически однородную систему.

§ 1-6. Термодинамический процесс

Основные термодинамические параметры состояния p , v и T однородного тела зависят один от другого и взаимно связаны определенным математическим уравнением вида

$$F(p, v, T) = 0,$$

которое в термодинамике называют *уравнением состояния*. Если известно уравнение состояния, то для определения состояния простейших систем — однородных и постоянных по времени, по массе и по со-

ставу (состоящих из одной фазы и не изменяющихся химически) — достаточно знать две независимые переменные из числа трех:

$$p = f_1(v, T); v = f_2(p, T); T = f_3(v, p).$$

Если внешние условия, в которых находится термодинамическая система, изменяются, то будет изменяться и состояние системы. Совокупность изменений состояния термодинамической системы при переходе из одного равновесного состояния в другое называют *термодинамическим процессом*.

Под *равновесным состоянием* тела понимают такое, при котором во всех точках его объема давление, температура, удельный объем и все другие физические свойства одинаковы.

Процесс изменения состояния системы может быть равновесным и неравновесным. Если процесс, протекая, проходит через равновесные состояния, то его называют *равновесным*.

Термодинамика в первую очередь рассматривает равновесные состояния и равновесные процессы изменения состояния термодинамической системы. Только равновесные состояния могут быть описаны количественно с помощью уравнения состояния. Простейшими уравнениями состояния являются уравнения Клапейрона, Клапейрона—Менделеева, Ван-дер-Ваальса и др., которые будут подробно рассмотрены в следующих главах.

Равновесный процесс можно осуществить при бесконечно медленном изменении внешних условий или когда изменения параметров, характеризующих состояние системы, бесконечно малы по сравнению со значениями самих параметров. Следовательно, реальные процессы, будучи неравновесными, могут лишь в той или иной степени приближаться к равновесным, никогда в точности с ними не совпадая.

Неравновесность реальных процессов определяется прежде всего тем, что под влиянием внешних условий они протекают с конечными скоростями и в рабочем теле не успевает устанавливаться равновесное состояние. Например, при быстром расширении газа в цилиндре под поршнем или при быстром его сжатии температура и давление в различных точках объема рабочего тела не будут одинаковыми, т. е. будет иметь место неравновесное состояние, а сам процесс будет *неравновесным*.

С математической точки зрения уравнение состояния $F(p, v, T) = 0$ в трехосной системе координат p, v и T выражает некоторую поверхность, которая называется *термодинамической поверхностью*.

Равновесные процессы изменения состояния термодинамической системы можно изображать графически. В самом деле, всякое произвольно взятое равновесное состояние будет изображаться на поверхности точкой, а совокупность этих точек при непрерывном изменении состояния будет изображаться на термодинамической поверхности кривой, которая и представляет собой графическое изображение равновесного процесса. Пользоваться трехосной системой координат затруднительно, поэтому для изображения процессов пользуются не самими кривыми, а их проекциями на плоскости в прямоугольной системе координат.

Если термодинамическую поверхность расщечь плоскостями, параллельными осям координат, то на поверхности получаются следующие кривые: сечение плоскостью $v = \text{const}$ дает линию, характеризующую процесс изменения давления в зависимости от температуры в координатах p, T ; процесс, описываемый этой линией, протекает при постоянном объеме и называется *изохорным*; сечение плоскостью $p = \text{const}$ дает линию изменения удельного объема в зависимости от температуры в координатах v, T ; процесс, который описывает эта линия, протекает при постоянном давлении и называется *изобарным*; сечение плоскостью $T = \text{const}$ дает линию изменения давления в зависимости от удельного объема в координатах p, v ; описываемый этой линией процесс протекает при постоянной температуре и называется *изотермным*.

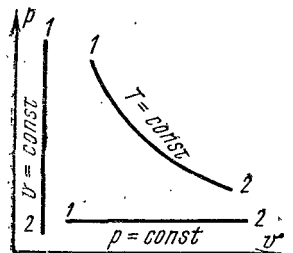


Рис. 1-3

В технической термодинамике для исследования равновесных термодинамических процессов чаще всего применяют двухосную систему координат pv , в которой осью абсцисс является удельный объем, а осью ординат — давление.

В системе координат pv вертикаль изображает процесс при постоянном объеме — *изохорный*, горизонталь — процесс при постоянном давлении — *изобарный*, некоторая кривая (для газообразного состоя-

ния) вида гиперболы — процесс при постоянной температуре — *изотермный* (рис. 1-3).

При изучении термодинамических процессов особое значение представляют так называемые *замкнутые* или *круговые*, процессы, при которых система, проходя через ряд последовательных состояний, возвращается к начальному состоянию. Круговой процесс называют также *циклом*.

Изменение параметра состояния в любом термодинамическом процессе не зависит от вида процесса, а целиком определяется начальным и конечным состояниями. Поэтому можно сказать, что любой параметр состояния является также функцией состояния. В дальнейшем будет рассмотрен еще ряд функций состояния, таких как внутренняя энергия, энтальпия, энтропия и др.

Следует отметить, что параметры (функции состояния) могут зависеть или не зависеть от массы системы. Параметры состояния, не зависящие от массы системы, называются *интенсивными параметрами* (давление, температура и др.). Параметры, величины которых пропорциональны массе системы, называются *аддитивными*, или *экстенсивными, параметрами* (объем, энергия, энтропия и др.).

§ 1-7. Теплота и работа

Марксистская диалектика учит, что неотъемлемым свойством материи является движение; оно неуничтожаемо, как сама материя. Движение материи проявляется в разных формах, которые могут переходить одна в другую. Мерой движения материи является энергия.

Как показывают опыты, при протекании термодинамического процесса тела, участвующие в этом процессе, обмениваются между собой энергией. В результате энергия одних тел увеличивается, а других — уменьшается.

Передача энергии в процессе от одного тела к другому может происходить двумя способами.

Первый способ передачи энергии реализуется при непосредственном контакте тел, имеющих различную температуру, путем обмена кинетической энергией между молекулами соприкасающихся тел. При этом энергия передается от более нагретого тела к менее нагретому, т. е. от тела, имеющего большую среднюю кинетическую энергию молекул, к телу, с меньшей средней кинетической энергией молекул. *Количество энергии*, переданной первым способом от одного тела к другому, называют *количеством теплоты*, а сам способ — передачей энергии в форме теплоты. Количество энергии, полученное телом в форме теплоты, будем в дальнейшем называть *подведенной* (сообщенной) теплотой, а количество энергии, отданное телом в форме теплоты, — *отведенной* (отнятой) теплотой.

Теплота, так же как и любая энергия, измеряется в джоулях или килоджоулях. Принято обозначать произвольное количество теплоты через Q ; а удельное (отнесенное к 1 кг) — через q . Подведенная теплота считается *положительной*, отведенная — *отрицательной*.

Второй способ передачи энергии связан с наличием силовых полей или внешнего давления. Для передачи энергии этим способом тело должно либо передвигаться в силовом поле, либо изменять свой объем под действием внешнего давления. Иначе говоря, передача энергии в этом случае происходит при условии перемещения всего тела или его части в пространстве.

Этот способ называется *передачей энергии в форме работы*, а количество переданной энергии в процессе — *работой*.

Количество энергии, полученное телом в форме работы, будем называть далее *совершенной* над телом работой, а отданную энергию в форме работы — *затраченной* телом работой. Работа также измеряется в джоулях или килоджоулях. Затраченная телом работа считается *положительной*, а совершенная над телом работа — *отрицательной*.

Произвольное количество энергии, переданное в форме работы, обозначают через L , а удельное — через l .

В общем случае передача энергии в форме теплоты и в форме работы может происходить одновременно. При этом важно отметить, что в различных термодинамических процессах в зависимости от условий их протекания количество теплоты и работы будет различно.

Следовательно, теплота и работа характеризуют качественно и количественно две различные формы передачи движения от одних тел материального мира к другим.

Работа представляет собой макрофизическую форму передачи энергии, а теплота есть совокупность микрофизических процессов, поскольку передача энергии этим способом происходит на молекулярном уровне без видимого движения тел. Например, изменение скоростей движения молекул и обмен энергии при их соударениях, излучение кван-

тов света, глубокие изменения самой структуры молекул и атомов и т. д. Все эти изменения энергии, не поддающиеся непосредственному наблюдению в обычных условиях, проявляются в наших ощущениях в форме теплоты. Количества теплоты и работы являются мерами энергии, переданной телам в форме работы и в форме теплоты.

Количество теплоты, полученное телом, и работа, произведенная телом, зависят от условий перехода тела из начального в конечное состояние, т. е. зависят от характера процесса. Понятие «теплота и работа» возникает только в связи с протекающим термодинамическим процессом. Если нет процесса, то нет теплоты и работы. Поэтому нельзя говорить о запасе теплоты и работы в каком-либо теле.

Отсюда можно сделать вывод, что ни элементарная работа dL , ни элементарная теплота dQ не являются полными дифференциалами параметров состояния и их нельзя называть приращением количества теплоты и работы. Величины dQ и dL есть только бесконечно малые количества теплоты и работы, участвующие в элементарном процессе. Поэтому для конечного процесса нельзя писать

$$\int_1^2 dQ = Q_2 - Q_1 \quad \text{и} \quad \int_1^2 dL = L_2 - L_1.$$

Последние два интеграла могут быть взяты только тогда, когда будут заданы частные признаки между состояниями 1-2, т. е. условия протекания процесса. Поэтому операцию интегрирования можно обозначать только следующим образом:

$$\int_1^2 dQ = Q_{1-2}; \quad \int_1^2 dL = L_{1-2}.$$

Таким образом, в термодинамическом процессе изменения состояния теплота и работа представляют собой два единственно возможных способа передачи энергии от одного тела к другому.

§ 1-8. Термодинамическое равновесие

Если состояние всех тел, входящих в термодинамическую систему, длительное время не изменяется, то говорят, что система находится в *термодинамическом равновесии*.

Если в термодинамической системе, не имеющей теплоизолированных и абсолютно жестких перегородок, тела или части тел находятся не в одинаковом состоянии, то по истечении некоторого времени (рано или поздно) в системе наступит состояние устойчивого термодинамического равновесия.

При термодинамическом равновесии передача теплоты от одних тел системы к другим и механическое перемещение отдельных частей системы относительно друг друга отсутствуют, т. е. имеет место тепловое и механическое равновесие.

При термодинамическом равновесии давление и температура всех тел, составляющих систему; будут равны температуре и давлению окружающей среды. С изменением внешних условий окружающей среды будет изменяться и состояние системы, и это изменение наблюдается

до тех пор, пока не наступит равенство давлений и температур окружающей среды и системы, т. е. не наступит устойчивое равновесие.

Без внешнего влияния (самопроизвольно) выйти из состояния равновесия система не может.

Контрольные вопросы и примеры к I главе

1. Пути развития советской энергетики.
2. Сущность первого и второго законов термодинамики.
3. В чем ограниченность второго закона термодинамики?
4. Какие основные вопросы рассматриваются в технической термодинамике?
5. Международная система единиц (СИ) и ее основные единицы.
6. Какие величины называются термодинамическими параметрами?
7. Какие термодинамические параметры относятся к основным?
8. Напишите размерность основных параметров.
9. Определение удельного объема и плотности газа.
10. Как определяется высота столба жидкости для измерения давления?
11. Различие между абсолютным и манометрическим (избыточным) давлением.
12. Какие температурные шкалы приняты в СССР?
13. Что называется абсолютной температурой?
14. Что называется уравнением состояния?
15. Что называется равновесным состоянием?
16. Что такое термодинамические процессы и как они протекают?
17. Что называется термодинамической системой?
18. Дать определение гомогенной и гетерогенной системам.
19. Дать определение круговому процессу (циклу).
20. Какие существуют формы передачи энергии от одних тел к другим?
21. Что такое термодинамическое равновесие?
22. Условие полного дифференциала.
23. Особенности тождественных уравнений.

Пример 1-1. Определить удельный объем и плотность воздуха, если его масса 77,58 кг занимает объем 60 м³.

Ответ. $v = 0,774 \text{ м}^3/\text{кг}$; $\rho = 1,293 \text{ кг/м}^3$.

Пример 1-2. Определить абсолютное давление газа в сосуде, если показание ртутного манометра равно 375 мм рт. ст., а показание барометра 750 мм рт. ст. Оба прибора находятся при температуре 0° С. Давление выразить в барах:

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{изб}} + p_{\text{атм}} = 1,5 \text{ бар.}$$

Пример 1-3. Ртутный вакуумметр, присоединенный к конденсатору, показывает разрежение 512,5 мм рт. ст. при температуре 0° С. Атмосферное давление по ртутному барометру 729 мм рт. ст. при той же температуре. Определить абсолютное давление в конденсаторе. Давление выразить в барах. Давление 512,5 мм рт. ст. соответствует давлению 75000 н/м², а давление 729 мм рт. ст. — 97400 н/м².

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{вак}} = 97400 - 75000 = 22\,400 \text{ н/м}^2 = 0,224 \text{ бар.}$$

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

§ 2-1. Основные законы идеальных газов

Идеальными газами называют такие, которые полностью подчиняются законам Бойля-Мариотта и Гей-Люссака. В идеальных газах отсутствуют силы взаимного притяжения и отталкивания между молекулами, а объем самих молекул пренебрежимо мал по сравнению с объемом газа.

Все реальные газы при высоких температурах и малых давлениях почти полностью подходят под понятие «идеальный газ» и практически по свойствам не отличаются от него. Состояние идеального газа — это предельное состояние реального газа, когда давление стремится к нулю ($p \rightarrow 0$).

Введение понятия об идеальном газе позволило составить простые математические зависимости между величинами, характеризующими состояние тела, и на основе законов для идеальных газов создать стройную теорию термодинамических процессов.

Закон Бойля-Мариотта устанавливает зависимость между удельным объемом и абсолютным давлением идеального газа в процессе при постоянной температуре. Этот закон был открыт опытным путем английским физиком Бойлем в 1664 г. и независимо от него французским химиком Мариоттом в 1676 г.

Закон Бойля-Мариотта гласит: *при постоянной температуре объем, занимаемый идеальным газом, изменяется обратно пропорционально его давлению:*

$$v_1/v_2 = p_2/p_1. \quad (2-1)$$

Или при постоянной температуре произведение удельного объема на давление есть величина постоянная:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2, \quad p v = \text{const.}$$

Графически в системе координат $p v$ закон Бойля — Мариотта изображается равнобокой гиперболой (см. рис. 1-3). Эта кривая получила название *изотермы*, а процесс, протекающий при постоянной температуре, — *изотермным*.

Закон Гей-Люссака устанавливает зависимость между удельным объемом и абсолютной температурой при постоянном давлении. Этот закон был открыт экспериментальным путем французским физиком Жозефом Луи Гей-Люссаком в 1802 г.

Закон Гей-Люссака гласит: *при постоянном давлении объемы одного и того же количества идеального газа изменяются прямо пропорционально абсолютным температурам:*

$$v_1/v_2 = T_1/T_2. \quad (2-2)$$

В системе координат pv закон Гей-Люссака изображается прямой, параллельной оси абсцисс (см. рис. 1-3). Эту прямую называют *изобарой*, а сам процесс — *изобарным* или процессом, протекающим при постоянном давлении.

§ 2-2. Уравнение состояния идеальных газов

Как выше указывалось, основные параметры состояния (абсолютное давление, удельный объем и абсолютная температура) однородного тела зависят от один другого и взаимно связаны математическим уравнением вида

$$F(p, v, T) = 0,$$

которое называют *уравнением состояния*.

Это уравнение справедливо как для реальных, так и идеальных газов. Однако ввиду больших принципиальных трудностей до сих пор не удалось создать универсальное уравнение для реальных газов, которое охватывало бы все области изменения их состояний. Наиболее простое уравнение состояния может быть получено для идеального газа.

Из молекулярно-кинетической теории следует, что абсолютное давление газа численно равно $2/3$ средней кинетической энергии поступательного движения молекул, заключенных в единице объема:

$$p = \frac{2}{3} \frac{n}{v} \frac{m\bar{\omega}^2}{2}, \quad (2-3)$$

где n — число молекул в объеме v ; v — объем 1 кг газа; m — масса молекулы; $\bar{\omega}$ — средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул; $\frac{m\bar{\omega}^2}{2}$ — средняя кинетическая энергия молекулы.

Молекулярно-кинетическая теория газов устанавливает прямую пропорциональность между средней кинетической энергией молекулы и абсолютной температурой

$$m\bar{\omega}^2/2 = BT,$$

где T — абсолютная температура; B — коэффициент пропорциональности.

С учетом последнего равенства уравнение (2-3) можно переписать в виде

$$pv = \frac{2}{3} nBT. \quad (2-4)$$

Если уравнение (2-4) отнести к двум состояниям газа, то для каждого из них получаем:

$$p_1 v_1 = \frac{2}{3} nBT_1 \quad \text{или} \quad p_2 v_2 = \frac{2}{3} nBT_2.$$

Почленное деление этих уравнений приводит к следующему соотношению:

$$p_1 v_1 / T_1 = p_2 v_2 / T_2. \quad (2-5)$$

Зависимость между параметрами (2-5) может быть получена также из совместного рассмотрения законов Бойля—Мариотта и Гей-Люссака, поэтому часто эту зависимость называют объединенным законом Бойля — Мариотта и Гей-Люссака.

Выражение (2-5) показывает, что произведение удельного объема идеального газа на абсолютное давление, деленное на абсолютную температуру, для любого равновесного состояния есть величина постоянная:

$$pv/T = \text{const}. \quad (2-6)$$

Постоянную величину, отнесенную к 1 кг газа, обозначают буквой R и называют *газовой постоянной*:

$$pv/T = R, \text{ или } pv = RT. \quad (2-7)$$

Уравнение (2-7) называется *термическим уравнением состояния* идеальных газов, или *характеристическим уравнением*. Уравнение состояния идеальных газов было выведено французским физиком Клапейроном в 1834 г. и поэтому названо его именем.

Для произвольного количества газа с массой m кг уравнение состояния имеет вид

$$pV = mRT,$$

где p — абсолютное давление газа, н/м^2 ; V — объем произвольного количества газа, м^3 ; m — масса газа, кг ; T — абсолютная температура газа, $^\circ\text{К}$.

Газовая постоянная R представляет собой физическую постоянную, которая для каждого газа принимает вполне определенное значение, зависящее от природы газа и не зависящее от его состояния.

Выясним физический смысл газовой постоянной. Напишем уравнение Клапейрона для первого состояния

$$pV_1 = mRT_1;$$

для второго состояния при том же давлении

$$pV_2 = mRT_2.$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим

$$p(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1),$$

откуда

$$R = \frac{p(V_2 - V_1)}{m(T_2 - T_1)}.$$

Числитель правой части представляет собой работу газа в процессе при постоянном давлении. Если разность температур $(T_2 - T_1)$ равна 1° , а масса газа равна 1 кг, то газовая постоянная есть работа в джоулях 1 кг газа в процессе при постоянном давлении и при изменении температуры на 1° .

Газовая постоянная имеет следующую размерность:

$$R = \frac{p(V_2 - V_1)}{m(T_2 - T_1)} = \frac{\text{н/м}^2 \cdot \text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{град}} = \frac{\text{н} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{град}} = \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$$

Уравнение Клапейрона в таком виде справедливо только для идеальных газов. Однако это уравнение с достаточной для практики точностью можно применять и для реальных газов, имеющих низкое давление и высокую температуру.

§ 2-3. Универсальное уравнение состояния идеального газа

Уравнению Клапейрона можно придать универсальную форму; если газовую постоянную отнести не к 1 кг газа, а к 1 *кмоль*.

Итальянский ученый Авогадро в 1811 г. доказал, что при одинаковых температурах и давлениях в равных объемах различных идеальных газов содержится одинаковое количество молекул. Из закона Авогадро вытекает, что плотности газов, находящихся при одинаковых температурах и давлениях, прямо пропорциональны их молекулярным массам:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (a)$$

где μ_1, μ_2 — молекулярные массы газов.

Молекулярной массой газа называется численное выражение отношения массы молекулы данного вещества к 1/12 массы атома изотопа углерода ^{12}C .

Количество вещества, содержащее столько же молекул (атомов частиц) сколько атомов содержится в нуклиде углерода ^{12}C массой 12 кг (точно) называется *килограмм-молекулой* или *киломолем*, газа (*кмоль*).

Отношение плотностей газов в уравнении (a) можно заменить обратным отношением удельных объемов. Тогда

$$v_2/v_1 = \mu_1/\mu_2, \text{ откуда } v_1\mu_1 = v_2\mu_2.$$

Это соотношение показывает, что при одинаковых физических условиях произведение удельного объема газа на его молекулярную массу есть величина постоянная и не зависит от природы газа:

$$v\mu = \text{const}. \quad (2-8)$$

Произведение $v\mu$ есть объем 1 *кмоль* идеального газа, а уравнение (2-8) показывает, что объемы киломолей всех газов при равных температурах и давлениях одинаковы.

Напишем уравнение состояния для 1 *кмоль* газа:

$$pV_\mu = \mu RT \quad (2-9)$$

откуда

$$\mu R = \frac{pV_\mu}{T}.$$

Произведение μR называют *универсальной газовой постоянной*.

Универсальная газовая постоянная μR есть работа 1 кмоль идеального газа в процессе при постоянном давлении и при изменении температуры на 1° .

При так называемых нормальных физических условиях (давлении 101325 н/м^2 и температуре $273,15^\circ \text{ К}$) объем 1 кмоль газа равен $22,4143 \text{ м}^3/\text{кмоль}$, а универсальная газовая постоянная оказывается равной

$$\mu R = \frac{101325 \cdot 22,4143}{273,15} = 8314,20 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град}) = \\ = 8,3142 \text{ кДж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град}).$$

Универсальное уравнение состояния, отнесенное к 1 кмоль газа, имеет следующий вид:

$$pV_\mu = 8314,20 T. \quad (2-10)$$

Уравнение (2-10) называют *уравнением состояния Клапейрона — Менделеева*, так как оно впервые было предложено Д. И. Менделеевым в 1874 г. Уравнение Клапейрона — Менделеева является наиболее общим для идеальных газов, так как связывает три закона идеальных газов (Гей-Люссака, Бойля—Мариотта и Авогадро) и включает универсальную газовую постоянную, не зависящую от природы газа.

Зная универсальную газовую постоянную μR , можно подсчитать известную уже нам величину R :

$$R = 8314,2/\mu \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}).$$

Физические постоянные некоторых газов приведены в табл. 2-1.

Таблица 2-1

Газ	Химическая формула	Масса 1 кмоль, кг/кмоль	Газовая постоянная R , Дж/(кг·град)	Плотность газа при нормальных физических условиях, кг/м ³
Кислород	O ₂	32	259,8	1,429
Водород	H ₂	2,016	4124,3	0,090
Азот	N ₂	28,02	296,8	1,250
Оксись углерода	CO	28	296,8	1,250
Воздух	—	28,96	287,0	1,293
Углекислый газ	CO ₂	44	189,9	1,977
Водяной пар	H ₂ O	18,016	461,6	0,804
Гелий	He	4,003	2077,2	0,178
Аргон	Ar	39,944	208,2	1,784
Аммиак	NH ₃	17,031	488,2	0,771

Из уравнения состояния (2-7) можно установить некоторые важные зависимости между термодинамическими параметрами. Для идеального газа частные производные основных параметров состояния принимают

следующий вид: дифференцируем $pv = RT$, получаем $p dv + v dp = R dT$;

при $p = \text{const}$ $(\partial v / \partial T)_p = R/p$;

при $v = \text{const}$ $(\partial p / \partial T)_v = R/v$;

при $T = \text{const}$ $(\partial v / \partial p)_T = -RT/p^2$ и $(\partial p / \partial v)_T = -RT/v^2$.

Произведение частных производных для идеального газа превращается в -1 :

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_v = -\frac{R}{p} \frac{v}{R} \frac{RT}{v^2} = -1.$$

Контрольные вопросы и примеры к II главе

1. Зачем вводится в техническую термодинамику понятие об идеальном газе?

2. Закон Бойля — Мариотта и Гей-Люссака — определение и уравнение.

3. Что называется молекулярной массой газа?

4. Характеристическое уравнение состояния для идеального газа.

5. На каких законах основан вывод уравнения состояния Клапейрона?

6. Уравнение Клапейрона для произвольного количества газа.

7. Размерность всех величин, входящих в уравнение Клапейрона.

8. Размерность газовой постоянной и ее физический смысл.

9. Что называется киломолем газа?

10. Закон Авогадро, определение и выводы из этого закона.

11. На каких законах основан вывод уравнения Д. И. Менделеева?

12. Дать определение универсальной газовой постоянной и ее размерность.

Пример 2-1. Определить плотность и удельный объем окиси углерода CO при давлении 1 бар и температуре 300° К.

Удельный объем можно определить из уравнения Клапейрона

$$v = RT/p = \frac{297,4 \cdot 300}{1 \cdot 10^5} = 0,89 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Плотность окиси углерода

$$\rho = 1/v = 1/0,89 = 1,125 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 2-2. Для определения теплоты сгорания топлива в калориметрической бомбе применяется кислород из баллона объемом 0,006 м³ при абсолютном давлении $p = 120$ бар и температуре $T = 300^\circ \text{ К}$. Определить, на сколько зарядов хватит кислорода, если объем бомбы 0,0004 м³, а абсолютное давление кислорода в бомбе 22 бар при температуре $T = 300^\circ \text{ К}$.

Из уравнения Клапейрона определяем массу кислорода в баллоне:

$$m_1 = \frac{pV}{RT} = \frac{120 \cdot 10^5 \cdot 0,006}{259,8 \cdot 300} = 0,925 \text{ кг}.$$

Масса кислорода, оставшаяся в баллоне и не использованная,

$$m_2 = \frac{pV}{RT} = \frac{22 \cdot 10^5 \cdot 0,006}{250,8 \cdot 300} = 0,169 \text{ кг.}$$

Использованное количество кислорода

$$m_1 - m_2 = 0,925 - 0,169 = 0,756 \text{ кг.}$$

Масса кислорода для одной зарядки бомбы

$$m_3 = \frac{pV}{RT} = \frac{22 \cdot 10^5 \cdot 0,0004}{259,82 \cdot 300} = 0,01125 \text{ кг.}$$

На сколько зарядов хватит кислорода:

$$(m_1 - m_2) : m_3 = 0,756 : 0,01125 = 67.$$

Пример 2-3. Какую массу грузов может поднять воздушный шар объемом 1000 м^3 при температуре 300° К и давлении 1 бар , если он заполнен водородом.

Масса воздуха, которую вытесняет воздушный шар,

$$\frac{pV}{RT} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1000}{287 \cdot 300} = 1163 \text{ кг.}$$

Масса водорода, заполняющая воздушный шар,

$$m_2 = \frac{pV}{RT} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1000}{4124 \cdot 300} = 81 \text{ кг.}$$

Подъемная сила воздушного шара

$$1163 - 81 = 1082 \text{ кгс.}$$

Пример 2-4. Определить массу кислорода в баллоне емкостью 200 л при давлении 120 бар и температуре 17° С .

Ответ. $m = 16 \text{ кг.}$

СМЕСЬ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

§ 3-1. Основные свойства газовых смесей

В технике очень часто приходится иметь дело с газообразными веществами, близкими по свойствам к идеальным газам и представляющими механическую смесь отдельных газов, например доменный и светильный газ, отходящие газы из котельных установок, двигателей внутреннего сгорания, реактивных двигателей и других тепловых установок. Воздух также представляет газовую смесь, состоящую из азота, кислорода, углекислого газа, водяных паров и одноатомных газов. Поэтому для решения практических задач необходимо уметь определять основные параметры газовой смеси: газовую постоянную, среднюю молекулярную массу, парциальные давления и др.

Под *газовой смесью* понимается смесь отдельных газов, не вступающих между собой ни в какие химические реакции. Каждый газ в смеси независимо от других газов полностью сохраняет все свои свойства и ведет себя так, как если бы он один занимал весь объем смеси. Молекулы газа создают давление на стенки сосуда, которое называется *парциальным* (частичным). Будем считать, что каждый отдельный газ, входящий в смесь, подчиняется уравнению состояния Клапейрона, т. е. он является идеальным газом.

Газовая смесь идеальных газов подчиняется закону Дальтона, который гласит: *общее давление смеси газов равно сумме парциальных давлений отдельных газов, составляющих смесь*:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_1^n p_i, \quad (3-1)$$

где $p_1, p_2, \dots, p_n$ — парциальные давления.

Парциальное давление — это давление, которое имел бы каждый газ, входящий в состав смеси, если бы этот газ находился один в том же количестве, в том же объеме и при той же температуре, что и в смеси.

Параметры газовой смеси могут быть вычислены по уравнению Клапейрона

$$pV = mRT,$$

где все величины, входящие в уравнение, относятся к смеси газов.

Таким образом, задачей расчета газовой смеси является определение на основании заданного состава смеси средней молекулярной массы, или газовой постоянной смеси газов, после чего получение всех остальных параметров можно произвести по уравнению состояния для смеси.

Дополнительно часто требуется также определение и парциальных давлений газов, входящих в смесь.

При дальнейшем изложении этой главы все величины без значков будем относить к газовым смесям, а величины со значками — к отдельным газам.

Способы задания смеси газов. Газовая смесь может быть задана массовыми, объемными и мольными долями.

Массовой долей называется отношение массы каждого газа к общей массе смеси:

$$g_1 = m_1/m; g_2 = m_2/m; \dots; g_n = m_n/m,$$

где $g_1, g_2, \dots, g_n$ — массовые доли; $m_1, m_2, \dots, m_n$ — масса каждого газа; m — масса всей смеси.

Сумма массовых долей равна единице:

$$g_1 + g_2 + \dots + g_n = \sum_1^n g_i = 1.$$

Сумма масс всех газов равна массе смеси:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_1^n m_i = m.$$

Объемной долей называется отношение парциального (приведенного) объема каждого газа к общему объему смеси газов:

$$r_1 = V_1/V; r_2 = V_2/V; \dots; r_n = V_n/V,$$

где $r_1, r_2, \dots, r_n$ — объемные доли; $V_1, V_2, \dots, V_n$ — парциальные (приведенные) объемы каждого газа; V — объем смеси газов.

Парциальным объемом газа называется объем, который занимал бы этот газ, если бы его температура и давление равнялись температуре и давлению смеси газов.

Парциальный объем каждого газа можно определить по закону Бойля — Мариотта. При постоянной температуре имеем:

$$V_1 = p_1 V/p; V_2 = p_2 V/p; \dots; V_n = p_n V/p.$$

Сложив уравнения, получим

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_1^n V_i = V.$$

Сумма парциальных объемов газов, составляющих смесь, равна объему смеси газов.

Сумма объемных долей равна единице:

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = \sum_1^n r_i = 1.$$

Задание смеси мольными долями равнозначно заданию ее объемными долями.

Действительно, если мольной долей назвать отношение числа киломолей каждого газа M_i к числу киломолей смеси газов, то, учитывая, что

$$\mu_i = m_i/M_i \text{ и } \mu = m/M,$$

можно написать

$$\frac{M_i}{M} = \frac{m_i}{m} \frac{\mu}{\mu_i} = \frac{\rho_i V_i \mu}{\rho V \mu_i}.$$

Из закона Авогадро следует, что при одинаковых давлениях и температурах

$$\rho_i/\rho = \mu_i/\mu.$$

Тогда окончательно

$$M_i/M = V_i/V = r_i.$$

Соотношения между массовыми и объемными долями. Между удельными объемами, плотностями, молекулярными массами и газовыми постоянными какого-нибудь газа и всей смеси в целом на основании закона Авогадро и уравнения Клапейрона — Менделеева существует следующая зависимость:

$$\rho_i/\rho = v/v_i = \mu_i/\mu = R/R_i, \quad (3-2)$$

где ρ_i — плотность каждого газа; ρ — плотность смеси газов; μ_i — молекулярная масса каждого газа; μ — молекулярная масса смеси газов.

Можно записать также, что

$$g_i = m_i/m = \rho_i V_i/\rho V = (\rho_i/\rho) \cdot r_i.$$

Последние два соотношения позволяют составить несколько уравнений, связывающих массовые и объемные доли:

$$g_i = (v/v_i)r_i = (\mu_i/\mu)r_i = (R/R_i)r_i; \quad (3-2')$$

$$r_i = (\rho/\rho_i)g_i = (v_i/v)g_i = (R_i/R)g_i = (\mu/\mu_i)g_i. \quad (3-2'')$$

§ 3-2. Газовая постоянная смеси газов

Смесь газов подчиняется уравнению состояния

$$\rho V = mRT \text{ и } R = pV/mT.$$

Из уравнения (3-2'')

$$r_i = g_i R_i / R \text{ и } \Sigma r_i = \Sigma g_i R_i / R = 1,$$

откуда

$$R = \Sigma g_i R_i = g_1 R_1 + g_2 R_2 + \dots + g_n R_n. \quad (3-3)$$

Газовая постоянная смеси газов равна сумме произведений массовых долей каждого газа на его газовую постоянную.

Другое уравнение для определения газовой постоянной смеси

$$R = \Sigma g_i R_i = 8314,2 (g_1/\mu_1 + g_2/\mu_2 + \dots + g_n/\mu_n). \quad (3-4)$$

Газовую постоянную смеси можно определить по известной средней молекулярной массе смеси:

$$R = 8314,2/\mu. \quad (3-5)$$

Следовательно, газовая постоянная смеси определяется по уравнению, в которое вводится средняя молекулярная масса, а газовая постоянная отдельного газа определяется по тому же уравнению, но в него вводится действительная молекулярная масса каждого газа.

Если дан объемный состав смеси, то из (3-2')

$$g_i = (R/R_i)r_i \text{ и } \Sigma g_i = R \Sigma r_i / R_i = 1.$$

Тогда

$$R = \frac{1}{\Sigma r_i / R_i} = 1 / (r_1 / R_1 + r_2 / R_2 + \dots + r_n / R_n). \quad (3-6)$$

§ 3-3. Средняя молекулярная масса смеси газов

Средняя молекулярная масса представляет собой условную величину и относится к такому однородному газу, у которого число молекул и общая масса равны числу молекул и массе смеси газов.

Если известна величина газовой постоянной смеси, то

$$\mu = 8314,2 / R \quad (3-7)$$

и

$$\mu = 8314,2 / (g_1 R_1 + g_2 R_2 + \dots + g_n R_n).$$

Заменяя газовые постоянные $R_1, R_2, \dots, R_n$ их значениями из уравнения Клапейрона, получаем выражение для средней молекулярной массы, если смесь задана массовыми долями:

$$\mu = 1 / (g_1 / \mu_1 + g_2 / \mu_2 + \dots + g_n / \mu_n). \quad (3-8)$$

Если смесь задана объемными долями, то, как следует из уравнения (3-6),

$$R = 1 / \Sigma r_i / R_i = 8314,2 / \Sigma r_i \mu_i.$$

Поскольку

$$R = 8314,2 / \mu,$$

то

$$\mu = \Sigma r_i \mu_i = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots + r_n \mu_n. \quad (3-9)$$

Средняя молекулярная масса смеси газов равна сумме произведений объемных долей на молекулярные массы отдельных газов, составляющих смесь.

§ 3-4. Парциальные давления

Парциальное давление газа может быть определено через массовые доли из уравнения Клапейрона, если известны основные параметры газа:

$$p_i = \frac{m_i R_i T}{V} = p \frac{m_i R_i}{m R} = p g_i \frac{R_i}{R} = p g_i \frac{\mu}{\mu_i}. \quad (3-10)$$

Для нахождения парциального давления каждого газа при задании смеси объемными долями можно воспользоваться законом Бойля — Мариотта, из которого следует, что при постоянной температуре

$$p_i V = p V_i \text{ и } p_i = p \frac{V_i}{V} = r_i p. \quad (3-11)$$

Парциальное давление каждого газа равно произведению общего давления смеси газов на его объемную долю.

Уравнением (3-11) обычно пользуются при технических расчетах и при испытаниях тепловых установок. Объемные доли газов определяют специальными аппаратами — газоанализаторами.

Контрольные вопросы и примеры к III главе

1. Что такое газовая смесь?
2. Дать формулировку закона Дальтона.
3. Что называется парциальным давлением?
4. Что называется массовой, объемной и мольной долями?
5. Что называется парциальным, или приведенным, объемом?
6. Какая существует зависимость между удельным объемом, плотностью, молекулярной массой и газовой постоянной?
7. Почему молекулярная масса смеси называется средней молекулярной массой?
8. Как производится пересчет массового состава в объемный и объемного в массовый?
9. Как определяется газовая постоянная смеси по массовым и объемным долям?
10. Как определяется парциальное давление газа в смеси по массовым и объемным долям?
11. Как определяется средняя молекулярная масса смеси газов?

Пример 3-1. Определить среднюю молекулярную массу сухого атмосферного воздуха, если принять, что он состоит по объему из 21% O_2 и 79% N_2 .

По уравнению (3-9) имеем

$$\mu = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 = 32 \cdot 0,210 + 28,016 \cdot 0,79 = 28,93.$$

Пример 3-2. Определить газовую постоянную, плотность и парциальные давления для смеси, состоящей из 20 массовых долей воздуха и одной массовой доли светильного газа. Плотность светильного газа при температуре 273°K и давлении 101325 н/м^2 равна $0,52 \text{ кг/м}^3$.

Газовую постоянную светильного газа определяем из уравнения Клапейрона:

$$R = \frac{101325}{0,52 \cdot 273} = 714 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Газовая постоянная воздуха $287,04 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$.

Газовую постоянную смеси газов определяем по уравнению (3-3):
 $R = g_1 R_1 + g_2 R_2 = 287,04 \cdot 20/21 + 714 \cdot 1/21 = 306,3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}.$

Плотность смеси определяем по уравнению Клапейрона:

$$\rho = p/RT = 101325 : 306,30 \cdot 273 = 1,21 \text{ кг/м}^3.$$

Парциальное давление воздуха находим по уравнению (3-11):

$$p_1 = p g_1 \frac{R_1}{R} = 101325 \cdot \frac{20}{21} \cdot \frac{287,04}{306,3} = 90100 \text{ Н/м}^2.$$

Парциальное давление светильного газа равно

$$p_2 = p g_2 \frac{R_2}{R} = 101325 \cdot \frac{1}{21} \cdot \frac{714}{306,30} = 11225 \text{ Н/м}^2.$$

Глава IV

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

§ 4-1. Свойства реальных газов

Реальные газы отличаются от идеальных газов тем, что молекулы этих газов имеют конечные собственные объемы и связаны между собой силами взаимодействия, которые имеют электромагнитную и квантовую природу. Эти силы существуют между любыми молекулами при любых условиях и уменьшаются с увеличением расстояния между молекулами. При сближении молекул на малые расстояния силы притяжения резко уменьшаются и переходят в силы отталкивания, достигающие очень больших значений.

Из-за наличия сил взаимодействия между молекулами и конечности их объема законы идеальных газов ни при каких условиях не могут быть строго применимы к реальным газам.

При практических расчетах различных свойств реальных газов находит широкое применение величина отношения $pv/RT = C$, которая получила название *коэффициента сжимаемости*. (Эта величина не является коэффициентом термодинамического сжатия, который рассматривается в § 4-3).

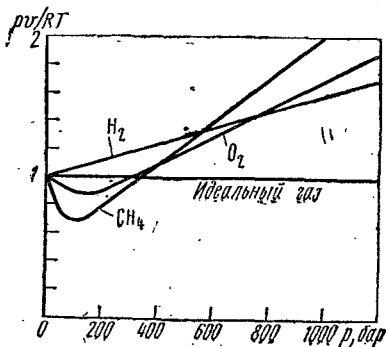


Рис. 4-1

Так как для идеальных газов при любых условиях $pv = RT$ и $C = 1$, то величина коэффициента сжимаемости выражает отклонение свойств реального газа от свойств идеального. Величина C для реальных газов в зависимости от давления и температуры может принимать значения больше и меньше единицы и только при очень малых давлениях и высоких температурах она практически равна единице.

На рис. 4-1 показана зависимость величины C от давления при температуре $t = 0^\circ$ для некоторых газов. Повышение давления и понижение температуры, увеличение концентрации молекул газа и уменьшение расстояния между ними, усиливает отклонения свойств реального от свойств идеального газа. Из уравнения Клапейрона — Менделеева следует, что при любой постоянной температуре зависимость pv от p должна изображаться прямой, параллельной оси давления. В действительности изотермы всех газов представляют собой кривые даже в области не очень высоких давлений, а при давлениях от 200 бар и выше кривые довольно круто поднимаются вверх.

Из рис. 4-2 для воздуха видно, что в области малых давлений, когда $p \rightarrow 0$, отношение $pv/p_0v_0^*$ стремится к конечному пределу $pv/p_0v_0 =$

* Здесь p_0 и v_0 — давление и удельный вес воздуха при нормальных физических условиях, а отношение pv/p_0v_0 — так называемое число Амага.

$= \text{const}$. Из этого следует, что при малых p и больших v произведение pv изменяется очень мало и остается почти постоянным. Следовательно, чем больше разрежение, тем с большей точностью удовлетворяется уравнение Клапейрона — Менделеева для любого реального газа.

Температура, соответствующая изотерме с точкой минимума на оси ординат ($p = 0$), называется *температурой Бойля*. Изотерма, начинающаяся в точке Бойля, на некотором протяжении будет прямой, параллельной оси абсцисс, т. е. здесь точно соблюдается закон $pv/p_0v_0 = \text{const}$. Все изотермы, начинающиеся выше температуры Бойля, имеют вид восходящих кривых. Для воздуха температура Бойля равна 54°C .

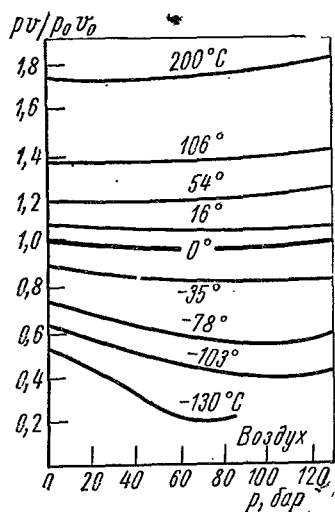


Рис. 4-2

Таким образом, свойства реальных газов как в количественном, так и в качественном отношении значительно отличаются от свойств идеальных газов. Поэтому все результаты, полученные для реальных газов на основе законов идеальных газов, нужно рассматривать как приближенные и справедливые при очень больших разрежениях ($p \rightarrow 0$).

Отличие свойств любого реального газа от свойств идеального заставило ученых разрабатывать новые уравнения состояния, которые связывали бы значения p , v и T и давали бы возможность рассчитывать некоторые свойства газов для разных условий, не прибегая к дорогостоящим, не всегда доступным прямым измерениям.

За последние 100 лет было предложено значительное число различных уравнений состояния реальных газов, но ни одно из них не решает проблему для общего случая.

Развитие кинетической теории газов позволило установить точное уравнение* состояния реальных газов в таком виде:

$$pv = RT \left[1 - \sum \frac{v}{v+1} \cdot \frac{B_v}{v^v} \right].$$

В этом уравнении коэффициенты B_v при степенях $1/v$ в правой части уравнения, называемые *вириальными коэффициентами*, выражаются через потенциальную энергию взаимодействия молекул данного газа и температуру T , а $v = 2, 3, 4, \dots, n$ — порядковый номер вириального коэффициента.

Однако полученное уравнение в общем виде не может быть использовано для непосредственных расчетов реальных газов.

В отдельных частных случаях, когда известен закон изменения потенциальной энергии взаимодействия между двумя молекулами

* Уравнение получено Боголюбовым и Майером и поэтому носит их имя.

в зависимости от расстояния между ними (так называемая потенциальная кривая) и при наличии определенного количества экспериментальных данных, может быть получено расчетное уравнение того или иного реального газа в довольно широком диапазоне изменения параметров. Из-за сложности вычисления вириальных коэффициентов обычно ограничиваются расчетом первых двух из них. Тогда расчетное уравнение имеет такой вид:

$$pv = RT \left(1 - \frac{A}{v} - \frac{B}{v^2} \right),$$

где A и B — первый и второй вириальные коэффициенты, являющиеся функцией только температуры.

В настоящее время уравнения подобного вида получили широкое распространение при расчете свойств многих реальных газов.

Наиболее простым и качественно верно отражающим поведение реального газа, является уравнение Ван-дер-Ваальса, которое получается как частный случай из общего уравнения состояния Майера — Боголюбова, если пренебречь в правой части всеми членами, содержащими $1/v$ во второй степени и выше.

§ 4-2. Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса

Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса является одной из первых попыток аналитически описать свойства реальных газов. Это уравнение наглядно показывает качественные особенности реальных газов и их отличие от идеальных.

Как уже отмечалось, реальные газы отличаются от идеальных наличием сил взаимодействия между молекулами и объемом самих молекул. Силы взаимодействия очень велики у твердых и жидких тел и достаточно велики у газов, близких к переходу от газообразного в жидкое состояние.

Следовательно, чем дальше состояние газа находится от области перехода в жидкость и чем больше расстояние между молекулами, тем меньше силы взаимодействия между ними и тем ближе состояние реального газа к идеальному. И наоборот, чем ближе состояние газа к области жидкости, тем силы взаимодействия больше и тем значительнее его отклонение от свойств идеального газа. Таким образом, при изучении свойств реальных газов необходимо учитывать силы взаимодействия между молекулами и объем самих молекул.

В первом приближении Ван-дер-Ваальс ввел в своем уравнении две поправки, которые учитывают отклонение реального газа от идеального.

Рассмотрим первую поправку, зависящую от объема самих молекул. Уравнение Клапейрона можно представить в виде

$$v = RT/p.$$

При увеличении давления объем v будет уменьшаться, и если $p \rightarrow \infty$, то $v \rightarrow 0$. Это полностью согласуется с определением идеального газа, в котором молекулы занимают бесконечно малый объем.

Если же рассматривать реальный газ, у которого молекулы занимают конечный объем $v_{\text{мол}}^*$, и учитывать объем зазоров между молекулами при их полной упаковке $v_{\text{зая}}$, то свободный объем для движения молекул будет равен $v - b$, где $b = v_{\text{мол}} + v_{\text{зая}}$.

Величина b — тот наименьший объем, до которого можно сжать газ.

При этих условиях уравнение Клапейрона принимает другой вид:

$$v - b = RT/p.$$

Если в полученной зависимости давление p увеличивается, и стремится к ∞ , то свободный объем $v - b$ стремится к нулю или $v \rightarrow b$, т.е. при $p \rightarrow \infty$ объем газа стремится к величине b , которая зависит от объема самих молекул. Для каждого газа величина b принимает определенное числовое значение.

Поскольку давление идеального газа по уравнению Клапейрона определяется как

$$p = RT/v,$$

а для реального газа — с учетом величины b :

$$p = RT/(v - b),$$

то при одинаковой температуре давление в реальных газах будет больше.

Это объясняется тем, что у реального газа свободный объем будет меньше, чем у идеального газа, а следовательно, будет меньше и длина свободного пробега молекул, что приведет к большему числу соударений молекул реального газа о стенки, т.е. к повышению давления.

Вторая поправка, вводимая в уравнение состояния, учитывает влияние сил взаимодействия между молекулами.

В идеальном газе молекулы практически свободны в своем движении и удары о стенку сосуда ничем не ограничены, так как сил взаимодействия между молекулами не имеется.

В реальном газе при наличии сил взаимодействия между молекулами сила ударов о стенку сосуда будет меньше, вследствие того что все молекулы у стенки сосуда притягиваются соседними молекулами внутрь сосуда. Следовательно, и давление, оказываемое реальным газом по сравнению с идеальным, будет меньше на величину Δp , которая представляет поправку на давление, учитывающую силы взаимодействия между молекулами. Эта поправка Δp прямо пропорциональна как числу притягиваемых, так и числу притягивающих молекул, или прямо пропорциональна квадрату плотности газа, или обратно пропорциональна квадрату его удельного объема:

$$\Delta p = ap^2 = a/v^2,$$

где a — коэффициент пропорциональности, принимающий для каждого газа определенное числовое значение, не зависящее от параметров состояния.

* При этом считается, что молекулы реального газа представляют собой недеформируемые шары.

Вводя вторую поправку, получаем

$$p = \frac{RT}{v-b} - \Delta p \quad \text{или} \quad p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}.$$

Отсюда уравнение Ван-дер-Ваальса принимает вид

$$(p + a/v^2)(v - b) = RT. \quad (4-1)$$

Это уравнение было опубликовано Ван-дер-Ваальсом в 1873 г. Величину a/v^2 называют *внутренним давлением*: для жидкостей оно принимает очень большое значение (для воды при температуре 293°K $a/v \approx 10800 \text{ бар}$); для газов внутреннее давление сравнительно невелико и зависит от давления и температуры газа.

Уравнение Ван-дер-Ваальса качественно верно отображает поведение реальных веществ в жидком или газообразном состоянии. Для двухфазных состояний оно неприменимо.

Для 1 кмоль газа уравнение Ван-дер-Ваальса запишется так:

$$(p + a_\mu/v_\mu^2)(v_\mu - b_\mu) = 8314,2 \text{ Т.}$$

Для реального газа, определяемого уравнением состояния Ван-дер-Ваальса, основные частные производные параметров принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T &= -\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3}; \\ \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p &= \frac{R}{p - \frac{a}{v^2} + \frac{2ab}{v^3}}; \\ \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_v &= \frac{v-b}{R}. \end{aligned}$$

§ 4-3. Анализ уравнения Ван-дер-Ваальса

Если в уравнении Ван-дер-Ваальса

$$(p + a/v^2)(v - b) = RT.$$

раскрыть скобки и расположить полученные величины по убывающим степеням v , то получим уравнение третьей степени относительно удельного объема газа.

$$pv^3 - (bp + RT)v^2 + av - ab = 0.$$

Как известно из математики, такое уравнение при заданных значениях p и T должно иметь три корня. При этом возможны три случая: 1) все три корня различны и действительны; 2) все три корня действительны и равны между собой и 3) один корень действительный и два мнимых (комплексных). В последнем случае, поскольку мнимые корни не имеют физического смысла, реальное значение имеет только один действительный корень.

Если на pv -диаграмме построить изотермы, соответствующие уравнению Ван-дер-Ваальса, то они будут иметь вид кривых, изобра-

ципе не может описывать двухфазных состояний, оно указывает (в виде волнообразной кривой) на непрерывный переход из жидкого состояния в парообразное при данной температуре. В действительности, как показывают многочисленные эксперименты, переход из жидкого состояния в парообразное всегда происходит через двухфазные состояния вещества, представляющие смесь жидкости и пара. При этом при данной температуре процесс перехода жидкости в пар происходит также и при неизменном давлении.

DB. В первом случае имеют место неустойчивые состояния перегретой жидкости, а во втором — переохлажденного пара. Участок же кривой *QRD* вообще осуществлен быть не может, так как это противоречит условию термодинамической устойчивости, согласно которому для однородного вещества частная производная $(\partial p / \partial v)_T$ не может быть больше нуля.

При определенной температуре, называемой *критической*, изотерма уравнения Ван-дер-Ваальса не будет иметь волнообразного участка. На этой изотерме есть точка перегиба, касательная к которой должна быть горизонтальной. Это соответствует второму случаю решения уравнения Ван-дер-Ваальса, когда все три корня действительны и равны между собой (рис. 4-3, точка К):

38

иметь монотонно спадающий характер, приближаясь по мере увеличения температуры к кривым вида гиперболы. При этих температурах имеет место третий случай решения уравнения Ван-дер-Ваальса, когда один корень действительный, а два мнимых. Если соединить все точки A, A_1, A_2 и т. д., то получится кривая, на которой жидкость находится в состоянии кипения. Кривую AK называют *пограничной кривой жидкости*. Соответственно кривая BK , называемая *пограничной кривой пара*, представляет собой совокупность состояний сухого насыщенного пара. Таким образом, для реального вещества p - v -диаграмму можно разбить на три характерные области: 1) область жидкого состояния, расположенную левее пограничной кривой жидкости; 2) область двухфазных состояний (влажного пара), расположенную между пограничными кривыми жидкости и пара, и 3) область перегретого пара, расположенную правее пограничной кривой пара и выше критической точки. Условно область жидкости ограничивают сверху линией KM , представляющей собой критическую изобару (линию постоянного давления, равного критическому).

В 1869 г. Эндрюс впервые на основании проведенных им экспериментов по изотермному сжатию углекислоты построил p - v -диаграмму для реального вещества и показал в ней характерные линии и области. Поэтому часто p - v -диаграмму реального вещества называют *диаграммой Эндрюса*.

Остановимся несколько подробнее на понятии критического состояния вещества.

Критическое состояние вещества впервые было открыто Д. И. Менделеевым в 1861 г. Критическую температуру Д. И. Менделеев назвал *абсолютной температурой кипения*, при которой поверхностное натяжение в жидкости становится равным нулю, т. е. исчезает различие между жидкостью и парообразным состоянием вещества (насыщенным паром).

Д. И. Менделеев дал следующее определение: «Абсолютной температурой кипения я называю такую температуру, при которой частицы жидкости теряют свое сцепление (поднятие в капиллярной трубке равно нулю, скрытое тепло равно нулю) и при которой жидкость, несмотря ни на какое давление и объем, вся превращается в пар». Многочисленные опыты с реальными газами полностью подтвердили существование критической точки, в которой исчезает различие между газообразной и жидкой фазами.

Из анализа уравнения Ван-дер-Ваальса применительно к критическому состоянию можно получить выражение критических параметров через константы уравнения a и b или же определить константы a и b при известных критических параметрах.

Учитывая, что уравнение Ван-дер-Ваальса только качественно верно описывает поведение реальных веществ, константы a и b обычно вычисляют на основании экспериментальных данных.

Исходным положением для получения зависимости между критическими параметрами и константами уравнения Ван-дер-Ваальса является то, что в критической точке изотерма имеет перегиб и касательная в точке перегиба горизонтальна. Из этих условий вытекает, что

первая частная производная от давления по объему при постоянной температуре $(\partial p/\partial v)_{T_K}$, а также вторая производная $(\partial^2 p/\partial v^2)_{T_K}$ в этой точке должны быть равны нулю. Тогда

$$(\partial p/\partial v)_{T_K} = -RT_K/(v_K - b)^2 + 2a/v_K^3 = 0; \quad (a)$$

$$(\partial^2 p/\partial v^2)_{T_K} = 2RT_K/(v_K - b)^3 - 6a/v_K^4 = 0, \quad (б)$$

где T_K и v_K — температура и удельный объем в критической точке.

Из уравнения (а) получаем

$$RT_K/(v_K - b)^2 = 2a/v_K^3, \quad (в)$$

а из уравнения (б) следует

$$2RT_K/(v_K - b)^3 = 6a/v_K^4. \quad (г)$$

После преобразований уравнений (в) и (г) имеем

$$v_K = 3b. \quad (4-2)$$

Подставив значение v_K в уравнение (а), получим

$$T_K = 8a/27Rb. \quad (4-3)$$

Из уравнения Ван-дер-Ваальса следует, что

$$p = RT_K/(v_K - b) - a/v_K^2.$$

Подставляя значение T_K и v_K , находим

$$p_K = a/27b^2, \quad (4-4)$$

где p_K — давление в критической точке.

Получив из эксперимента значение T_K и p_K , можно найти коэффициенты a и b :

$$a = \frac{9}{8} RT_K v_K = \frac{27}{64} \frac{R^2 T_K^2}{p_K} \quad (4-5)$$

и

$$b = \frac{1}{3} v_K = \frac{1}{8} \frac{RT_K}{p_K}. \quad (4-6)$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса можно представить в приведенных параметрах состояния. Если вместо переменных p , v и T ввести в уравнение Ван-дер-Ваальса относительные величины

$$v/v_K = \varphi, \quad p/p_K = \pi \quad \text{и} \quad T/T_K = \tau,$$

называемые *приведенными объемом, давлением и температурой*, и значения a , b и R , выраженные через критические параметры, то получим новое уравнение в следующем виде:

$$(\pi + 3/\varphi^2)(3\varphi - 1) = 8\tau.$$

Полученное уравнение называется *приведенным уравнением*. Оно не включает никаких величин, характеризующих данное вещество, поэтому уравнение справедливо для любого вещества, которое подчи-

лится уравнению Ван-дер-Ваальса. Состояния веществ, находящихся при одинаковых p , T и v , называются *соответственными состояниями*.

В критической точке все три приведенных параметра имеют одинаковое значение, равное единице, и критические состояния всех веществ являются соответственными.

Если два вещества имеют одинаковые два параметра из трех приведенных, то и третий параметр у этих веществ будет иметь одинаковое значение и вещества будут находиться в соответственных состояниях. Указанное явление носит название *закона соответственных состояний*. Этот закон служит для определения свойств вещества, если известны свойства другого вещества, находящегося с ним в соответственном состоянии. Такое определение свойств вещества называется *методом термодинамического подобия*.

Из соотношений для критической точки, полученных из уравнения Ван-дер-Ваальса, следует, что

$$RT_K/p_K v_K = 8/3 = 2,67.$$

Это отношение, обозначаемое K_K , называют *критическим коэффициентом*. Он для всех термодинамически подобных веществ, подчиняющихся уравнению Ван-дер-Ваальса, должен иметь постоянное значение, но опытные данные показывают, что значения K_K для различных реальных газов весьма отличаются от постоянной величины (табл. 4-1). Это лишь раз подтверждает, что уравнение Ван-дер-Ваальса правильно описывает только качественные особенности свойств газообразных реальных тел.

Таблица 4.1

Газ	Химический символ	Постоянные		Критические параметры			$K_K = RT_K/p_K v_K$
		a , (бар·см ⁶)/кг ²	b , см ³ /кг	температура, T_K , °К	давление, p_K , бар	плотность ρ_K , кг/м ³	
Азот	N ₂	1,345·10 ⁶	38,6	126,1	32,8	311	3,54
Аргон	Ar	1,333·10 ⁶	32,3	150,8	52,0	531	3,54
Водяной пар	H ₂ O	5,38·10 ⁶	30,6	647,3	221,6	325	4,60
Водород	H ₂	0,241·10 ⁶	26,6	33,3	12,5	31	3,49
Гелий	He	0,0323·10 ⁶	23,4	5,3	2,2	69	3,48
Кислород	O ₂	1,323·10 ⁶	31,9	154,4	49,8	430	3,56
Аммиак	NH ₃	4,12·10 ⁶	37,3	408,7	111,8	235	4,26
Метан	CH ₄	2,21·10 ⁶	42,8	190,8	33,9	162	3,56
Оксид углерода	CO	1,43·10 ⁶	39,4	133,6	34,8	311	3,66
Углекислый газ	CO ₂	3,53·10 ⁶	42,8	304,1	73,8	460	3,66
Хлор	Cl ₂	6,37·10 ⁶	56,2	417,0	74,5	573	3,74
Этилен	C ₂ H ₄	4,4·10 ⁶	57,2	282,7	50,0	220	3,33

До открытия критического состояния тела-газы пытались превращать в жидкость только одним увеличением давления, но так как опыты проводились при комнатной температуре, то эти попытки успеха не имели.

Опыты показали, что для превращения газа в жидкость необходимо сначала газ охладить до температуры ниже критической и только после этого сжатием по изотерме можно любой газ превратить в жидкость.

§ 4-4. Уравнение состояния для реальных газов М. П. Вукаловича и И. И. Новикова

Уравнение Ван-дер-Ваальса при больших плотностях газа дает значительные ошибки, вызываемые тем, что при его выводе не учитывались некоторые добавочные физические явления, и прежде всего так называемая силовая ассоциация и диссоциация молекул.

Кроме того, опытами было доказано, что коэффициенты a и b , входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса, не могут быть постоянными величинами, а должны зависеть от температуры и давления, причем зависимость эта очень сложная.

Однако попытки многих ученых скорректировать уравнение Ван-дер-Ваальса введением дополнительных зависимостей, учитывающих переменность a и b , не позволили существенно расширить область его применения.

Советские ученые М. П. Вукалович и И. И. Новиков в 1939 г. предложили новое универсальное уравнение состояния реальных газов, качественно отличное от уравнения Ван-дер-Ваальса. При выводе своего уравнения авторы учитывали указанное выше явление силовой ассоциации молекул под влиянием межмолекулярных сил взаимодействия.

При явлении ассоциации происходит объединение отдельных молекул в группы, состоящие из двух, трех, четырех и более одиночных молекул. Отдельные молекулы, входящие в группы сложных частиц, сохраняя свои индивидуальные свойства, не реализуют полностью всех степеней свободы. Следовательно, под ассоциацией молекул понимается простое механическое объединение, двух, трех, четырех и более молекул в одну сложную частицу, которая в некоторых отношениях ведет себя как самостоятельная газовая частица. Совокупность однородных газовых частиц, образующихся в результате ассоциации молекул, можно рассматривать как обычный газ. А любой реальный газ рассматривать как смесь нескольких газов, частицами которых являются одиночные, двойные, тройные и т. д. группы молекул. Эти газы находятся в постоянном взаимодействии друг с другом, и каждый из них достаточно точно следует уравнению Ван-дер-Ваальса. Применяя к подобным газам закон действующих масс и считая, что ассоциация приводит к созданию групп из двух, трех и четырех молекул, М. П. Вукалович и И. И. Новиков получили уравнение состояния, которое было взято за основу при создании первых отечественных таблиц воды и водяного пара, выпущенных М. П. Вукаловичем в 1940 г. В дальнейшем это уравнение было существенно уточнено и пределы его применения значительно расширены. В наиболее простой форме, когда учитываются лишь

двойные комплексы, уравнение имеет следующий вид:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \left(1 - \frac{C}{vT^{\frac{3+2m}{2}}}\right),$$

где a и b — постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса; C и m — постоянные, определяемые на основании опытных данных.

§ 4-5. Частные производные параметров состояния. Термические коэффициенты

Если известно уравнение состояния, то каждый параметр состояния может быть выражен как функция двух других параметров, т. е.

$$p = f_1(v, T); \quad T = f_2(p, v); \quad v = f_3(p, T).$$

Полные дифференциалы этих величин будут:

$$\left. \begin{aligned} dp &= (\partial p / \partial v)_T dv + (\partial p / \partial T)_v dT, \\ dT &= (\partial T / \partial p)_v dp + (\partial T / \partial v)_p dv, \\ dv &= (\partial v / \partial p)_T dp + (\partial v / \partial T)_p dT. \end{aligned} \right\} \quad (4-7)$$

Частные производные при дифференциалах dp , dT и dv являются попарно величинами взаимно обратными и согласно правилам дифференциального исчисления между ними имеется следующая зависимость:

$$\begin{aligned} (\partial v / \partial p)_T (\partial p / \partial v)_T &= 1; \quad (\partial T / \partial v)_p (\partial v / \partial T)_p = 1; \\ (\partial p / \partial T)_v (\partial T / \partial p)_v &= 1. \end{aligned}$$

Следовательно, независимыми частными производными будут три из них. В качестве этих независимых производных выбирают следующие:

$$(\partial p / \partial T)_v, (\partial v / \partial p)_T \text{ и } (\partial v / \partial T)_p.$$

Эти частные производные входят в уравнение термических коэффициентов — сжатия, расширения и тепловой упругости, которые могут быть определены опытным путем.

Указанные частные производные не являются независимыми. Каждая из них может быть выражена как функция двух остальных. Если уравнение

$$dp = (\partial p / \partial v)_T dv + (\partial p / \partial T)_v dT$$

рассматривать при $p = \text{const}$, то

$$(\partial p / \partial v)_T dv_p + (\partial p / \partial T)_v dT_p = 0,$$

или

$$(\partial p / \partial v)_T + (\partial p / \partial T)_v (\partial T / \partial v)_p = 0,$$

откуда

$$(\partial p / \partial v)_T (\partial v / \partial T)_p = -(\partial p / \partial T)_v = -\frac{1}{(\partial T / \partial p)_v},$$

или

$$(\partial p / \partial v)_T (\partial v / \partial T)_p (\partial T / \partial p)_v = -1.$$

Из последнего уравнения находим

$$(\partial v / \partial T)_p (\partial T / \partial p)_v = - \frac{1}{(\partial p / \partial v)_T},$$

или

$$(\partial v / \partial p)_T = - \frac{(\partial v / \partial T)_p}{(\partial p / \partial T)_v}. \quad (4-8)$$

Соотношение (4-8) дает возможность установить связь между изотермическим коэффициентом сжатия β_T , термическим коэффициентом расширения тела α_p и термическим коэффициентом давления γ_T . Эти величины, измеряемые достаточно точно в эксперименте, имеют важное значение для характеристики свойств реальных тел.

Отношение частной производной $(\partial V / \partial p)_T$ к объему V характеризует скорость изменения объема с увеличением давления при постоянной температуре. Отношение называют изотермическим коэффициентом сжатия тела

$$\beta_T = -1/V (\partial V / \partial p)_T. \quad (4-9)$$

Знак минус в правой части равенства поставлен для того, чтобы β_T получился положительной величиной, так как $(\partial V / \partial p)_T$ всегда отрицательна.

Отношение частной производной $(\partial V / \partial T)_p$ к объему V характеризует скорость изменения объема при нагревании, если давление остается постоянным. Это отношение называют коэффициентом термического расширения тела

$$\alpha_p = 1/V (\partial V / \partial T)_p. \quad (4-10)$$

Отношение частной производной $(\partial p / \partial T)_v$ к давлению p характеризует интенсивность изменения давления при увеличении температуры, если объем тела остается постоянным.

Это отношение называют коэффициентом тепловой упругости или термическим коэффициентом давления

$$\gamma_T = 1/p (\partial p / \partial T)_v \quad (4-11)$$

Подставляя значение частных производных в уравнение (4-8), получим

$$-\beta_T = -\alpha_p / \gamma_T p,$$

откуда термический коэффициент давления равен

$$\gamma_T = \frac{1}{p} \frac{\alpha_p}{\beta_T}. \quad (4-12)$$

Коэффициенты α_p и β_T определяют из эксперимента. Для идеальных газов

$$\alpha_p = \beta_T = 1/T = 1/273,15,$$

Контрольные вопросы к IV главе

1. Чем отличаются реальные газы от идеальных?
2. Что называется коэффициентом сжимаемости?
3. Уравнение состояния реальных газов с вириальными коэффициентами.
4. Что положено в основу вывода уравнения Ван-дер-Ваальса?
5. Какой смысл имеет константа b уравнения Ван-дер-Ваальса?
6. Какая величина называется внутренним давлением газа?
7. Уравнение Ван-дер-Ваальса для 1 кг газа.
8. Проведите исследование уравнения Ван-дер-Ваальса.
9. Объясните значения корней объема при различных состояниях вещества, полученные из уравнения Ван-дер-Ваальса.
10. Кто впервые доказал существование критической точки?
11. Как вычисляются константы a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса через критические параметры?
12. При каких условиях можно превращать газы в жидкое состояние?
13. Уравнение Ван-дер-Ваальса в приведенных параметрах.
14. Закон соответственных состояний.
15. В чем заключается силовая ассоциация молекул?
16. Что положено в основу вывода уравнения состояния М. П. Вукаловича и И. И. Новикова?
17. Что такое коэффициент изотермического сжатия?
18. Что такое коэффициент термического расширения тела?
19. Что такое термический коэффициент давления?
20. Как связаны между собой термические коэффициенты?

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 5-1. Закон сохранения и превращения энергии

Первый закон термодинамики является частным случаем всеобщего закона сохранения и превращения энергии применительно к тепловым явлениям, протекающим в термодинамических системах.

Закон сохранения и превращения энергии гласит, что в изолированной системе сумма всех видов энергии является величиной постоянной. Из этого закона следует, что уменьшение какого-либо вида энергии в одной системе, состоящей из одного или множества тел, должно сопровождаться увеличением энергии в другой системе тел.

Превращение механического движения в теплоту известно человеку с древнейших времен, но обратное превращение теплоты в механическую работу в тепловых двигателях практически было осуществлено лишь во второй половине XVIII столетия. И хотя первые попытки превращения теплоты в механическую работу были предприняты еще до нашей эры, они не оказали какого-либо влияния на создание теплового двигателя. Так, например, Герон Александрийский в первом столетии до нашей эры изобрел шар, вращающийся под действием реактивных сил, созданных водяным паром, который вырывался из шара при нагревании его. В начале XVII в. итальянский ученый Бранка создал установку, в которой использовалась кинетическая энергия пара для вращения колеса, укрепленного на вертикальной оси.

В начале XVIII столетия Папин пытался создать паровую поршневую машину. Однако только в 1766 г. такая машина была создана И. И. Ползуновым.

Таким образом, в конце XVIII в. процесс превращения теплоты в работу был осуществлен, но без всяких теоретических расчетов и обоснований. Общую формулировку закона сохранения и превращения энергии дал великий русский ученый М. В. Ломоносов. Однако Ломоносов не мог установить эквивалентность различных форм движения материи и дать количественную связь между ними, так как не имел необходимых для этого фактических данных.

Лишь через сто лет после Ломоносова, в первой половине XIX в., наука вплотную подошла к открытию закона сохранения и превращения энергии и эквивалентности теплоты и работы.

В 1842 г. Роберт Майер на основании опытов установил прямую пропорциональность между затраченной теплотой Q и полученной работой L и определил количественное соотношение между ними:

$$Q = AL,$$

где A — постоянная величина, называемая тепловым эквивалентом работы. Тепловой эквивалент единицы работы — величина размерная и зависит от системы единиц, выбранных для измерения теплоты и ра-

боты. Если теплота и работа измеряются в одних единицах (джоулях), то эквивалент равен единице и тогда

$$Q = L. \quad (5-1)$$

В установленном соотношении Майера говорится не только об эквивалентности теплоты и работы, т. е. о количественном постоянстве энергии, но и об изменении качества самой энергии.

Об этом Энгельс в «Диалектике природы» говорит следующее: «Количественное постоянство движения было высказано уже Декартом и почти в тех же выражениях, что и теперь, Клаузиусом и Р. Майером, зато превращение формы движения открыто только в 1842 г., и это, а не закон количественного постоянства, есть как раз новое».

И дальше Энгельс писал: «Любая форма движения оказалась способной и вынужденной превращаться в любую другую форму движения. Дойдя до этой формы, закон достиг своего последнего выражения... Он абсолютный закон природы».

В 1843 г. англичанин Джоуль, а в 1844 г. русский академик Ленц установили соотношение между электрической энергией и теплотой. Доказали эквивалентность электрической работы и теплоты. Этот закон вошел в физику под названием закона Ленца — Джоуля.

В 1847 г. была опубликована работа Гельмгольца «О сохранении силы». В ней научно излагался закон сохранения энергии.

В 1850 г. была опубликована работа Клаузиуса «О движущей силе теплоты», в которой давалось математическое обоснование закона сохранения энергии, разбирались особенности теплоты при идеальных и реальных процессах, объяснялось не только количественное, но качественное содержание открытого закона.

Таким образом, закон сохранения и превращения энергии, открытый М. В. Ломоносовым, но не получивший широкого развития при его жизни, во второй половине XIX в. получил полное признание.

§ 5-2. Внутренняя энергия

Под внутренней энергией газа понимается вся энергия, заключенная в теле или системе тел. Эту энергию можно представить в виде суммы отдельных видов энергий: кинетической энергии молекул, включающей энергию поступательного и вращательного движения молекул, а также колебательного движения атомов в самой молекуле; энергии электронов; внутриядерной энергии; энергии взаимодействия между ядром молекулы и электронами; потенциальной энергии или энергии положения молекул в каком-либо внешнем поле сил; энергии электромагнитного излучения. Внутренняя энергия тела равна

$$U^* = U_{\text{кин}} + U_{\text{пот}} + U_0,$$

где $U_{\text{кин}}$ — внутренняя кинетическая энергия молекул; $U_{\text{пот}}$ — внутренняя потенциальная энергия молекул; U_0 — постоянная интегрирования.

* Полную внутреннюю энергию тела принято обозначать U (дж), а удельную внутреннюю энергию, отнесенную к 1 кг, — u (дж/кг).

Внутреннюю кинетическую энергию можно разделить на следующие составляющие:

$$U_{\text{кин}} = U_{\text{кин. пост}} + U_{\text{кин. вр}} + U_{\text{кол}}$$

где $U_{\text{кин. пост}}$ — кинетическая энергия поступательного движения молекул; $U_{\text{кин. вр}}$ — кинетическая энергия вращательного движения молекул; $U_{\text{кол}}$ — энергия колебательного движения ядер атомов молекулы относительно друг друга.

Величина U_0 представляет собой нулевую энергию или внутреннюю энергию при температуре абсолютного нуля. Как известно, при $T = 0$ тепловое движение молекул и атомов, входящих в молекулы, прекращается, но движение частиц внутри атомов продолжается. Например, движение электронов в атомах не является тепловым движением и имеет место при любых температурах, в том числе и при $T = 0$. Так как абсолютное значение внутренней энергии методами термодинамики определить невозможно, то при термодинамическом анализе системы приходится иметь дело не с абсолютными значениями внутренней энергии, а с ее изменением в результате происходящих процессов, поэтому для решения большинства термодинамических задач значение U_0 не требуется и ее обычно полагают равной нулю.

В технической термодинамике рассматриваются только такие процессы, в которых изменяются кинетическая и потенциальная составляющие внутренней энергии. Поэтому в понятие внутренней энергии будем в дальнейшем включать для идеальных газов кинетическую энергию движения молекул и энергию колебательных движений атомов в молекуле, а для реальных газов еще дополнительно и потенциальную составляющую энергии, связанную с наличием сил взаимодействия между молекулами и зависящую от расстояния между ними.

Отсчет внутренней энергии при этом может производиться от любого условного нуля. Так, например, для идеальных газов принято считать внутреннюю энергию при $t_0 = 0^\circ \text{C}$ равной нулю.

Поскольку кинетическая составляющая внутренней энергии целиком определяется температурой тела, а потенциальная ее составляющая при заданной температуре зависит еще и от удельного объема (расстояния между молекулами), то полная внутренняя энергия будет являться функцией двух параметров и в данном состоянии тела будет иметь вполне определенную величину.

Такие величины, как было установлено ранее, называются *параметрами*, или *функциями состояния*. Следовательно, внутренняя энергия, являясь параметром состояния, представляет собой одновременно однозначную непрерывную и конечную функцию состояния системы.

Внутренняя энергия является аддитивным или экстенсивным параметром, так как ее величина зависит от массы тела. Внутренняя энергия сложной системы, отнесенная к 1 кг, равна сумме внутренних энергий ее отдельных составляющих, т. е.

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \sum_{i=1}^n u_i.$$

Из закона сохранения энергии следует, что термодинамическая система в каждом своем состоянии может иметь только одно значение внутренней энергии. Если предположить, что система в данном состоянии может иметь разные значения внутренней энергии, то мы могли бы использовать эту разность без изменения состояния системы. Такое положение противоречит закону сохранения энергии. Поэтому изменение внутренней энергии газа не будет зависеть от характера или пути процесса, полностью определяясь заданными начальным и конечным его состояниями:

$$u_2 - u_1 = f(p_2, v_2, T_2) - f(p_1, v_1, T_1). \quad (5-2)$$

Это наглядно иллюстрируется рис. 5-1. Во всех процессах

$$(3) \int_1^2 du = (4) \int_1^2 du = (5) \int_1^2 du = - (6) \int_2^1 du = (6) \int_1^2 du$$

изменение внутренней энергии будет одно и то же.

В круговых процессах изменение внутренней энергии равно нулю:

$$u_2 - u_1 = \oint du = 0.$$

Приращение du , как и любого параметра, является полным дифференциалом. Поскольку состояние газа вполне определяется основными параметрами состояния, внутреннюю энергию можно представить как функцию любых двух параметров состояния:

$$u = f(T, v); u = f_1(T, p); u = f_2(p, v),$$

или полные дифференциалы внутренней энергии:

$$\left. \begin{aligned} du &= (\partial u / \partial T)_v dT + (\partial u / \partial v)_T dv, \\ du &= (\partial u / \partial T)_p dT + (\partial u / \partial p)_T dp, \\ du &= (\partial u / \partial p)_v dp + (\partial u / \partial v)_p dv. \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

Внутренняя энергия идеального газа, в котором отсутствуют силы взаимодействия между молекулами, не зависит от объема или давления $(\partial u / \partial v)_T = 0$ и $(\partial u / \partial p)_T = 0$, а зависит только от температуры $u = f(T)$.

Следовательно, производная от внутренней энергии идеального газа по температуре есть полная производная:

$$(\partial u / \partial T)_p = (\partial u / \partial T)_v = du/dT.$$

Это положение было доказано Джоулем, который проделал в 1845 г. следующий опыт. В калориметр с водой помещались два сосуда, соединенные между собой трубкой с краном (рис. 5-2). В первом сосуде находился воздух под давлением. Из второго сосуда воздух был удален. Температура всей установки определялась несколькими термометрами.

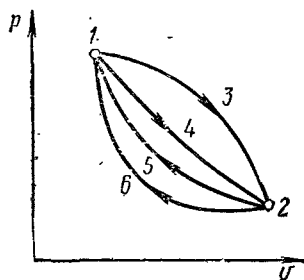


Рис. 5-1

После того как температура в калориметре длительное время оставалась постоянной и равной температуре воздуха в помещении, кран между сосудами открывался и часть воздуха из первого сосуда попадала во второй.

При проверке температуры в калориметре оказалось, что она осталась неизменной, следовательно, в опыте теплота не поглощалась и не выделялась ($Q = 0$). Внешняя работа L воздуха при перетекании в сосуд с жесткими стенками при условии, что там был вакуум, также не совершалась ($L = 0$).

При таких условиях внутренняя энергия воздуха также должна была остаться неизменной. Так как в опыте неизменными остава-

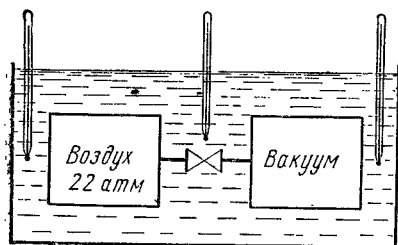


Рис. 5-2

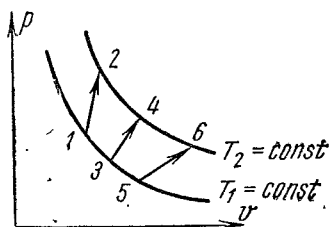


Рис. 5-3

лись только температура и внутренняя энергия, Джоуль сделал вывод, что внутренняя энергия газа зависит только от температуры: $u = f(T)$.

Это положение в точности справедливо только для идеальных газов.

Выводы Джоуля могут быть отнесены с допустимой для практики погрешностью и к реальным газам, если они находятся при высоких температурах и малых давлениях. Поэтому для приближенных расчетов можно считать, что внутренняя энергия реальных газов при указанных условиях является функцией только одной температуры.

Если на p - v -диаграмме (рис. 5-3) между изотермами T_1 и T_2 изобразить ряд произвольных процессов 1-2, 3-4, 5-6, которые имеют различные начальные и конечные объемы и давления, то изменение внутренней энергии идеального газа у всех этих процессов будет одинаковым, т. е.

$$\Delta u = u_2 - u_1 = u_4 - u_3 = u_6 - u_5 = f(T_2) - f(T_1).$$

§ 5-3. Аналитическое выражение работы процесса

Передачу энергии от одного тела к другому, связанную с изменением объема рабочего тела, с перемещением его во внешнем пространстве или с изменением его положения, называют работой. В производстве работы всегда участвует два или больше тел. Первое тело, производящее работу, отдает энергию, второе тело получает энергию. Как уже указы-

валось ранее, работа является макрофизической формой передачи энергии от одного тела к другому.

Совершаемая газом работа при его расширении зависит от изменения параметров состояния p , v и T .

Для вывода уравнения работы газа при его расширении рассмотрим частный случай — получение работы в равновесном процессе при постоянном давлении.

Пусть в цилиндре под поршнем находится 1 кг газа при давлении p , равном в равновесном процессе давлению среды, и удельном объеме

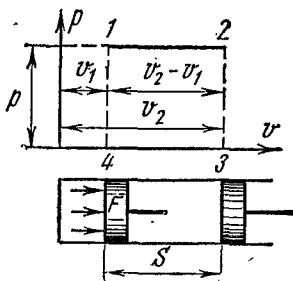


Рис. 5-4

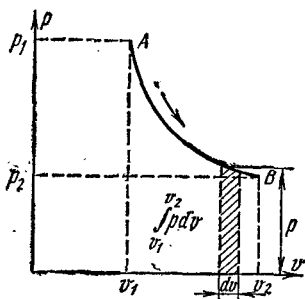


Рис. 5-5

v_1 (рис. 5-4); площадь поршня F . Если сообщить газу некоторое количество теплоты, то он будет расширяться при постоянном давлении и перемещать поршень до нового положения в точке 2.

Сила, действующая на поршень, равна pF ; путь перемещения поршня равен S . Из физики известно, что произведение силы на путь есть работа. Тогда работа, совершаемая газом, равна

$$l = pFS,$$

но произведение FS есть разность удельных объемов $v_2 - v_1$, поэтому

$$l = p(v_2 - v_1) = p\Delta v. \quad (5-4)$$

Элементарная работа dl , совершаемая системой в равновесном процессе изменения состояния тела при бесконечно малом изменении ее объема, определится по формуле

$$dl = p dv. \quad (5-5)$$

Работа l , совершаемая системой при конечном изменении ее объема в произвольном равновесном процессе, изображается кривой AB (рис. 5-5) и равна

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv. \quad (5-6)$$

Зная функциональную зависимость параметров p и v в процессе или уравнение вида $p = f(v)$, можно аналитически определить работу для любого равновесного процесса в указанных пределах.

Если система совершает работу во внешней среде, где давление p' , то работа расширения системы при увеличении объема на dv равна $dl = p' dv$, а при конечном изменении объема от v_1 до v_2

$$l = \int_{v_2}^{v_1} p' dv. \quad (5-7)$$

При равновесном процессе давление $p' = p$.

Следует напомнить, что если расширение системы происходит в пустоту, когда давление p' на границах системы и внешней среды равно нулю и никаких перемещений внешних тел не наблюдается, работа l равна нулю, что и вытекает из формулы (5-7).

Кроме работы l , связанной с изменением объема и определяемой выражением (5-7), иногда встречаются случаи, когда в рабочем теле изменяется внешняя кинетическая энергия без изменения объема (например, вращение жидкости с помощью мешалки, работа против электрических, магнитных и некоторых других сил).

В таком процессе интеграл $\int_{v_1}^{v_2} p' dv = 0$, так как

$dv = 0$. Эту работу, производимую внешним источником, обозначают l_v .

Следовательно, работа системы в общем случае складывается из работы расширения и работы, совершаемой без изменения объема, т. е.

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p' dv + l_v.$$

При расширении газа не вся работа расширения может быть полезна. Часть ее вследствие увеличения объема газа должна быть затрачена на вытеснение среды, давление которой изменяется от p'_1 до p'_2 . Эта работа (рис. 5-6), отнесенная к 1 кг расширяющегося газа, равна

$$p'_2 f h_2 - p'_1 f h_1 \quad (\text{где } f \text{ — площадь поршня})$$

или

$$p'_2 v_2 - p'_1 v_1.$$

Каждая величина $p'_2 v_2$ или $p'_1 v_1$ представляет собой работу, которую нужно затратить, чтобы ввести газ объемом v в среду с давлением p' . Следовательно, полезная, или, как ее обычно называют, *располагаемая, работа* l' равна разности между работой расширения и работой вытеснения, т. е.

$$l' = \int_{v_1}^{v_2} p' dv + l_v - (p'_2 v_2 - p'_1 v_1).$$

Так как

$$p' dv = (p' dv + v dp') - v dp' = d(p'v) - v dp',$$

то

$$\int_{v_1}^{v_2} p' dv = (p'_2 v_2 - p'_1 v_1) - \int_{p_1}^{p_2'} v dp'.$$

Тогда располагаемая работа

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2'} v dp' + l_v.$$

Уравнения (5-4) и (5-5) показывают, что l и dl имеют те же знаки, что и Δv и dv , так как абсолютное давление p — величина положительная.

Если $v_2 > v_1$ — газ расширяется, тогда $\Delta v > 0$ и $dv > 0$ — работа газа есть величина положительная.

Если $v_2 < v_1$ — газ сжимается, тогда $\Delta v < 0$ и $dv < 0$, при этих условиях работа газа величина отрицательная.

Если процесс расширения протекает не с 1 кг газа, а с m кг, то уравнение работы изменения объема запишется так:

$$L = m \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Работа изменения объема газа (расширения) при равновесном процессе, определяемая уравнением (5-6), на p - v -диаграмме изображается пл. ABv_2v_1 (см. рис. 5-5), ограниченной линией процесса, крайними ординатами и осью объемов:

$$l = l' + p_2 v_2 - p_1 v_1.$$

Располагаемая внешняя работа газа (полезная), равная $\int_{p_1}^{p_2} v dp$, изображается пл. ABp_2p_1 , заключенной между линией процесса, крайними абсциссами и осью давлений (см. рис. 5-5):

$$l' = l + p_1 v_1 - p_2 v_2.$$

Из изложенного следует, что располагаемая (полезная) работа может быть как больше, так и меньше работы расширения; она зависит от наклона кривой процесса в p - v -диаграмме.

Из рис. 5-7 видно, что величина работы расширения (или сжатия) зависит не только от начального и конечного состояний тела, но и от характера процесса, в котором рабочее тело переходит из одного состояния в другое. Все процессы 1-а-2, 1-б-2, 1-с-2, 1-д-2 имеют начальные

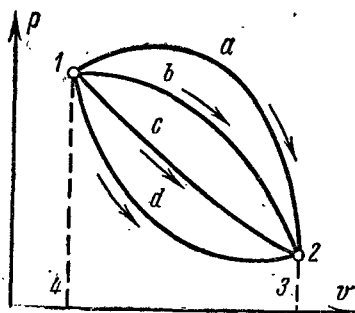


Рис. 5-7.

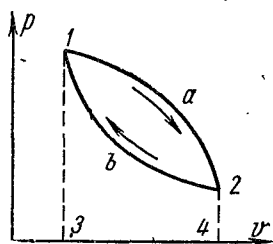


Рис. 5-8

и конечные параметры одинаковые, но разные площади, изображающие работу. Так, например, при переходе в процессе $1-a-2$ работа газа изображается пл. $41a234$, а при переходе в процессе $1-d-2$ — пл. $41d234$.

Если рабочее тело совершает круговой процесс, изображаемый на $p-v$ -диаграмме замкнутой кривой $1-a-2-b-1$ (рис. 5-8), то при расширении его по линии $1-a-2$ тело совершает положительную работу, численно равную пл. $1a2431$, а при сжатии по кривой процесса $2-b-1$ над телом должна быть совершена работа, численно равная пл. $1b2431$, — эта работа будет отрицательной. Разность указанных площадей изображает суммарную работу, совершенную рабочим телом в результате одного кругового процесса или одного цикла; она будет численно равна площади внутри замкнутой линии процессов $1-a-2-b-1$.

§ 5-4. Обратимые и необратимые процессы

Рассмотрим равновесный процесс расширения газа $A-B$ (рис. 5-9), который прошел через равновесные состояния $A, 1, 2, 3, n, B$. В этом процессе была получена работа расширения, изображаемая в некотором масштабе пл. $ABDC$. Для того чтобы рабочее

тело вернуть в первоначальное состояние (в точку A), необходимо от точки B провести обратный процесс — процесс сжатия: Если увеличить на величину dp внешнее давление на поршень, то поршень передвинется на бесконечно малую величину и сожмет газ в цилиндре до давления внешней среды, равного $p + dp$. При дальнейшем увеличении давления на dp поршень опять передвинется на бесконечно малую величину и газ будет сжат до нового давления внешней среды. Во всех последующих увеличениях внешнего давления на dp газ, сжимаясь при обратном течении процесса, будет проходить через все равновесные состояния прямого процесса $B, n, 3, 2, 1, A$ и возвратится к состоянию, характеризуемому точкой A . Затраченная работа в обратном процессе сжатия (пл. $BACD$) будет равна работе расширения в прямом процессе (пл. $ABDC$). При этих условиях все точки прямого процесса сольются со всеми точками обратного процесса. Такие процессы, протекающие в прямом и обратном направлениях без остаточных изменений как в самом рабочем теле, так и в окружающей среде, называют *обратимыми*. Следовательно, *любой равновесный термодинамический процесс изменения состояния рабочего тела всегда будет обратимым термодинамическим процессом*.

Всякий термодинамический процесс, который проходит через неравновесные состояния, называют *необратимым термодинамическим процессом*. В результате протекания необратимых процессов в прямом

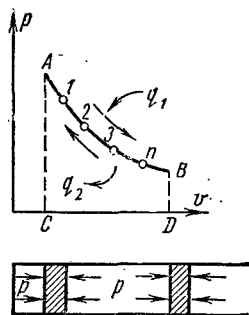


Рис. 5-9

и обратном направлениях термодинамическая система не возвращается в первоначальное состояние без затраты извне энергии.

В качестве примера рассмотрим газ, заключенный в вертикальном цилиндре с поршнем. Чтобы создать обратимый процесс сжатия, протекающего бесконечно медленно, необходимо увеличивать груз на поршень на бесконечно малые количества. Если же рабочее тело будет совершать процесс с конечными скоростями, то такой процесс будет необратимым. При конечной скорости поршня газ, расположенный непосредственно у поршня, будет иметь давление, большее, чем газ в остальном объеме, и потребует некоторое время, чтобы давление его выравнилось по всему объему.

При расширении газа будем наблюдать явления в обратном порядке. Непосредственно у поршня давление газа будет меньше, чем в остальном объеме, и потребует некоторое время для того, чтобы газ равномерно расширился и занял весь объем цилиндра. Таким образом, процессы расширения и сжатия с конечными скоростями являются необратимыми термодинамическими процессами.

Конечная скорость протекания необратимого процесса всегда связана с дополнительной затратой энергии на преодоление сил трения. Так как обратное некомпенсированное превращение теплоты в работу невозможно, то всякий процесс, сопровождающийся трением, необратим. Необратимыми процессами являются также процессы, протекающие при конечной разности температур между рабочим телом и источниками теплоты, процессы диффузии, процесс расширения в пустоту и ряд других.

Обратимые термодинамические процессы являются идеальными процессами. В них при расширении газ производит максимальную работу, определяемую уравнением

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv,$$

где p — давление рабочего тела, равное давлению внешней среды.

А при сжатии, когда рабочее тело возвращается в первоначальное состояние, в обратимом процессе затрачивается минимальная работа.

При необратимых процессах работа газа определяется уравнением

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p' dv,$$

где p' — давление внешней среды.

При расширении газа всегда $l_{\text{обр}} > l_{\text{необр}}$; при сжатии газа, наоборот, $l_{\text{обр}} < l_{\text{необр}}$.

Только обратимые процессы могут быть изображены графически на диаграммах состояния, так как на этих диаграммах каждая точка представляет равновесное состояние тела. Графическое же изображение необратимых процессов с помощью диаграмм или совершенно невозможно, или их можно изображать лишь приближенно, заменяя, например, все параметры их осредненными по объему значениями.

В термодинамике рассматриваются обратимые процессы, протекающие в идеализированных системах с бесконечно медленными скоростями течения процессов. При этих условиях любой процесс поддается полному термодинамическому и математическому анализу, если известны свойства рабочего тела.

Все действительные процессы, протекающие в природе и в технике, сопровождаются явлениями трения или теплопроводности при конечной разности температур и являются необратимыми. Однако многие необратимые процессы, с которыми приходится иметь дело на практике, сравнительно мало отличаются от обратимых. В практических расчетах переход от обратимых процессов к действительным осуществляется с помощью эмпирических коэффициентов, которые учитывают отклонения действительных процессов от идеальных — обратимых.

Таким образом, обратимый процесс представляет собой некоторый предельный случай действительного процесса.

§ 5-5. Аналитическое выражение первого закона термодинамики

Пусть 1 кг рабочего тела совершает некоторый процесс (рис. 5-10), на элементарном участке которого $a-b$ подводится бесконечно малое количество энергии в форме теплоты dq ; при этом температура и объем тела увеличиваются соответственно на бесконечно малые величины dT и dv .

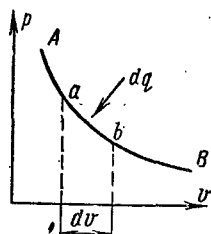


Рис. 5-10

С повышением температуры тела на dT увеличивается скорость молекул или увеличивается его внутренняя кинетическая энергия. С увеличением объема тела на dv увеличивается расстояние между молекулами, что связано с увеличением его внутренней потенциальной энергии.

Сумма изменений внутренней кинетической и внутренней потенциальной энергии представляет полное изменение внутренней энергии du .

С увеличением объема на dv тело совершает внешнюю работу по преодолению внешних сил, которую обозначают dl .

Если в рабочем теле не происходит каких-либо других явлений и отсутствует кинетическая энергия видимого движения, то, согласно закону сохранения энергии, можно написать для элементарного процесса с учетом выбранного правила законов следующее уравнение:

$$du = dq - dl; \quad u_2 - u_1 = \int_1^2 dq - \int_1^2 dl = q_{1-2} - l_{1-2} \quad (5-8)$$

или для обратимых процессов

$$dq = du + p dv; \quad q_{1-2} = u_2 - u_1 + \int_1^2 p dv. \quad (5-9)$$

Полученное уравнение является математическим выражением первого закона термодинамики. Оно формулируется так: *изменение внутренней энергии термодинамической системы равно алгебраической сумме полученной системой энергии в форме теплоты dq и совершенной ею внешней работой dl , или подведенная к рабочему телу энергия в форме теплоты расходуется на изменение внутренней энергии тела и на совершение телом внешней работы.*

Основное уравнение первого закона термодинамики (5-9) как закона сохранения энергии было получено для процессов, в которых не происходит перемещения рабочего тела в пространстве. В последнем случае в основное уравнение необходимо ввести добавочное слагаемое $dw^2/2$, учитывающее приращение кинетической энергии 1 кг газа при его перемещении в пространстве на участке рассматриваемого процесса. Тогда уравнение первого закона термодинамики принимает вид

$$dq = du + dl' + dw^2/2, \quad (5-10)$$

где dl' — работа газа против внешних сил при его движении, или работа проталкивания (она не равна работе расширения dl); $dw^2/2$ — приращение внешней кинетической энергии газа при его перемещении, называемое *располагаемой работой*.

Полученное уравнение первого закона термодинамики (5-8) справедливо для любых рабочих тел и, в частности для идеальных газов. Это уравнение описывает как обратимые, так и необратимые процессы. Действительно, для необратимых процессов

$$dq + dq_{тр} = du + dl + dl_{тр}, \quad (5-11)$$

где $dq_{тр}$ — теплота трения; $dl_{тр}$ — работа против сил трения.

Но поскольку работа, затраченная на преодоление сил трения, переходит полностью в теплоту трения, то $dq_{тр} = dl_{тр}$. Следовательно, уравнение (5-8) описывает и необратимые процессы.

Все величины, входящие в уравнение (5-8), могут быть как положительными, так и отрицательными и в некоторых случаях могут принимать нулевые значения.

§ 5-6. Энтальпия

В прошлом столетии известный физик Гиббс ввел в практику тепловых расчетов новую функцию, которая по предложению Камерлингга — Оннеса названа *энтальпией*. Удельная энтальпия, т. е. энтальпия, отнесенная к 1 кг, обозначается буквой i и измеряется в джоулях на килограмм (дж/кг); она представляет собой, по определению, сложную функцию вида

$$i = u + pv. \quad (5-12)$$

Поскольку входящие в энтальпию величины u , p и v являются параметрами (функциями) состояния, следовательно, и сама энтальпия будет также параметром (функцией) состояния.

Энтальпия относится к аддитивным или экстенсивным параметрам, так как ее величина пропорциональна массе.

Если в качестве независимых параметров выбрать давление p и температуру T , то можно получить для обратимых процессов другой вид аналитического выражения первого закона термодинамики:

$$dq = du + pdv = d\mu + d(pv) - vdp = d(u + pv) - vdp.$$

Отсюда

$$dq = di - vdp, \quad (5-13)$$

или

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} vdp. \quad (5-14)$$

Абсолютное значение энтальпии термодинамической системы можно получить, проинтегрировав уравнение (5-13). В результате интегрирования в выражение для i войдет постоянная интегрирования i_0 :

$$i = \int (dq + vdp) + i_0, \quad (5-15)$$

т. е. энтальпия системы определяется с точностью до некоторой аддитивной постоянной i_0 . Эту постоянную выбирают произвольно, и в большинстве случаев энтальпию идеального газа (при $p \rightarrow 0$) считают равной нулю при 0°C , а константу интегрирования не учитывают.

Если в термодинамической системе протекают обратимые процессы и наряду с работой изменения объема pdv производится работа, не связанная с изменением объема системы и отдаваемая внешнему объекту, то в правые части уравнений (5-9) и (5-13) войдет дополнительный член l_v :

$$dq = du + pdv + dl_v; \quad (5-16)$$

$$dq = di - vdp + dl_v. \quad (5-17)$$

Уравнения (5-16) и (5-17) являются наиболее общим аналитическим выражением первого закона термодинамики для обратимых процессов изменения состояния термодинамической системы.

При $p = \text{const}$ уравнение (5-13) превращается в

$$dq_p = di. \quad (5-18)$$

Дифференциал энтальпии di есть элементарное количество теплоты, участвующее в процессе при постоянном давлении. Вся теплота в процессе при постоянном давлении расходуется на изменение энтальпии:

$$q_p = \int_1^2 di = i_2 - i_1. \quad (5-19)$$

Из уравнения (5-13) следует, что

$$di = dq + vdp, \text{ или } i_2 - i_1 = q + \int_{p_1}^{p_2} vdp. \quad (5-20)$$

Энтальпия больше внешней теплоты на величину работы vdp , которая на pv -диаграмме изображается элементарной площадкой $abcd$ (рис. 5-11).

Изменение энтальпии полностью определяется начальным и конечным состояниями рабочего тела и не зависит от промежуточных состояний. Изменение энтальпии газа в циклах равно нулю, т. е.

$$\oint di = 0.$$

Поскольку энтальпия является функцией основных параметров состояния, то di есть полный дифференциал этой функции при любых независимых переменных, характеризующих состояние газа:

$$i = f(p, v); i = \varphi(v, T); i = F(p, T),$$

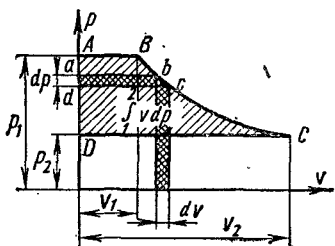


Рис. 5-11

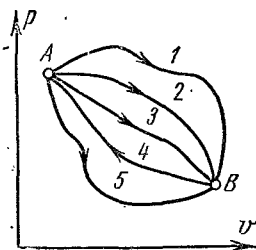


Рис. 5-12

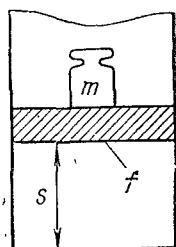


Рис. 5-13

откуда

$$\left. \begin{aligned} di &= (\partial i / \partial p)_v dp + (\partial i / \partial v)_p dv, \\ di &= (\partial i / \partial T)_v dT + (\partial i / \partial v)_T dv, \\ di &= (\partial i / \partial T)_p dT + (\partial i / \partial p)_T dp. \end{aligned} \right\} \quad (5-21)$$

Изменение энтальпии во всех процессах, протекающих между двумя точками A и B, одинаково (рис. 5-12). Физический смысл энтальпии будет понятен из рассмотрения следующего примера. На перемещающийся поршень в цилиндре с 1 кг газа помещена гири массой m кг (рис. 5-13). Площадь поршня f , внутренняя энергия рабочего тела u . Потенциальная энергия гири равна произведению массы гири m на высоту S . Так как давление газа p уравнивается массой гири, то потенциальную энергию ее можно выразить так:

$$mS = pfS.$$

Произведение fS есть удельный объем газа. Отсюда

$$mS = pv.$$

Произведение давления на объем есть работа, которую надо затратить, чтобы ввести газ объемом v во внешнюю среду с давлением p . Таким образом, работа $p v$ есть потенциальная энергия газа, зависящая от сил, действующих на поршень. Чем больше эти внешние силы, тем больше давление p и тем больше потенциальная энергия давления $p v$.

Если рассматривать газ, находящийся в цилиндре, и поршень с грузом как одну систему, которую будем называть *расширенной си-*

стемой, то полная энергия E этой системы складывается из внутренней энергии газа u и потенциальной энергии поршня с грузом, равной pv :

$$E = u + pv = i. \quad (5-22)$$

Отсюда видно, что энтальпия i равна энергии расширенной системы — тела и окружающей среды. В этом и заключается физический смысл энтальпии.

Значения энтальпии для паров, газов, газовых смесей приводятся в технической и справочной литературе. Пользуясь этими данными, можно определять количество теплоты, участвующее в процессе при постоянном давлении. Энтальпия имеет большое значение и применение при расчетах тепловых и холодильных установок и как параметр состояния рабочего тела значительно упрощает тепловые расчеты. Она позволяет применять графические методы при исследовании всевозможных термодинамических процессов и циклов.

Энтальпией особенно целесообразно пользоваться тогда, когда в качестве основных параметров принимают p и T . Это наглядно можно видеть, если энтальпию i сравнить с внутренней энергией u . При $v = \text{const}$ уравнение первого закона термодинамики $dq = du + pdv$ превращается в $dq_v = du$, или $q_v = u_2 - u_1$, а при $p = \text{const}$ $q_p = i_2 - i_1$.

Энтальпия идеального газа, так же, как и внутренняя энергия, является функцией температуры и не зависит от других параметров. Действительно, для идеального газа

$$i = u(T) + pv = u(T) + RT,$$

следовательно (поскольку оба слагаемых зависят только от температуры), $i = f(T)$.

Тогда по аналогии с внутренней энергией имеем

$$(\partial i / \partial T)_p = (\partial i / \partial T)_v = di / dT, \quad (5-23)$$

т. е. в любом процессе изменения состояния идеального газа производная от изменения энтальпии по температуре будет полной производной.

Численные значения энтальпий идеальных газов приведены в табл. XIII приложения.

Контрольные вопросы и примеры к V главе

1. Что понимается под внутренней энергией идеального и реального газов?
2. От каких параметров состояния зависит внутренняя энергия реального и идеального газов?
3. Является ли внутренняя энергия функцией состояния или процесса?
4. Чему равно изменение внутренней энергии в круговом процессе?
5. Вывод уравнения работы в произвольном процессе.
6. Что изображает площадь под кривой процесса на pv -диаграмме?

7. Показать, что работа является функцией процесса.
8. Определение обратимого и необратимого процессов.
9. Признаки обратимых процессов.
10. Какая работа газа больше: в обратимом или необратимом процессе и почему?
11. Можно ли изобразить графически обратимый и необратимый процессы?
12. Можно ли на практике осуществить обратимый процесс?
13. Формулировка первого закона термодинамики.
14. Аналитическое выражение первого закона термодинамики.
15. Что такое энтальпия?
16. Другая форма аналитического выражения первого закона термодинамики (с использованием энтальпии).
17. В чем заключается физический смысл энтальпии?

Пример 5-1. Определить часовой расход топлива, необходимого для работы паровой турбины мощностью 500 кВт, если теплотворность топлива 30000 кДж/кг, к. п. д. установки 20%.

$$m = \frac{500 \cdot 60 \cdot 60}{30\,000 \cdot 0,2} = 300 \text{ кг.}$$

Пример 5-2. 10 кг воздуха при начальной температуре 30° С изменяют свое состояние до конечной температуры 300° С. Определить изменение внутренней энергии воздуха, считая его идеальным газом.

Изменение внутренней энергии по табл. XIII приложения

$$m (u_2 - u_1) = 10 (219,5 - 21,5) = 1980 \text{ кДж.}$$

Пример 5-3. В котельной электростанции за 10 ч работы сожжено 100 т каменного угля с теплотворностью 28 000 кДж/кг. Определить количество выработанной электроэнергии и мощность электростанции, если к. п. д. станции 20%.

Мощность электростанции

$$N = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 28\,000 \cdot 0,2}{10 \cdot 3600} = 15\,555 \text{ кВт.}$$

Количество выработанной электроэнергии

$$W = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 28\,000 \cdot 0,2}{3600} = 155\,555 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 560 \text{ ГДж.}$$

Глава VI

ТЕПЛОЕМКОСТЬ ГАЗОВ. ЭНТРОПИЯ

§ 6-1. Основные определения

При расчете тепловой аппаратуры наиболее важным моментом является определение количества теплоты, участвующее в процессе. Точное его определение обеспечивает правильную оценку работы аппарата с экономической точки зрения, что является особенно ценным при сравнительных испытаниях.

Сообщение телу теплоты в каком-либо процессе вызывает изменение его состояния и в общем случае сопровождается изменением температуры. Отношение теплоты dq , полученное единицей количества вещества при бесконечно малом изменении его состояния, к изменению температуры dt называется *удельной теплоемкостью тела* в данном процессе:

$$c_x = dq_x/dt. \quad (6-1)$$

Величина q в уравнении (6-1) зависит не только от интервала температур, но и от вида процесса подвода теплоты, характеризуемого некоторым постоянным параметром x , которым может быть объем тела v , давление p и др. Общее количество теплоты, полученное в данном процессе, определяется выражением

$$q_{1-2,x} = \int_{t_1}^{t_2} c_x dT, \quad (6-2)$$

где интеграл берется от начального состояния 1 до заданного конечного состояния 2.

Поскольку количество теплоты $dq_{1-2,x}$ зависит от характера процесса, то и теплоемкость системы c_x также зависит от условий протекания процесса. Одна и та же система в зависимости от характера процесса обладает различными теплоемкостями, численная величина которых может изменяться в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

§ 6-2. Массовая, объемная и мольная теплоемкости газов

В термодинамике различают теплоемкости: массовую, объемную и мольную.

Теплоемкость, отнесенную к 1 кг газа, называют *массовой* и обозначают c_x . Измеряют эту теплоемкость в $\text{кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$.

Теплоемкость, отнесенную к 1 м^3 газа при нормальных физических условиях, т. е. при давлении 101325 н/м^2 и температуре 0°C , называют *объемной* и обозначают буквой c'_x ; измеряют ее в $\text{кдж}/(\text{м}^3 \cdot \text{град})$.

Теплоемкость, отнесенную к 1 кмоль газа, называют *мольной* и обозначают μc_x ; измеряют ее в $\text{кдж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град})$.

Между указанными теплоемкостями существует следующая связь:

$$c_x = c'_x v_0 = \mu c_x / \mu,$$

где v_0 — удельный объем при нормальных термодинамических условиях; μ — молекулярная масса.

§ 6-3. Аналитические выражения для теплоемкостей c_v и c_p

Как указывалось, теплоемкости зависят от характера процесса. В термодинамике имеют большое значение теплоемкость при постоянном объеме

$$c_v = dq_v/dT, \quad (6-3)$$

равная отношению количества теплоты dq_v в процессе при постоянном объеме к изменению температуры dT тела, и теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = dq_p/dT, \quad (6-4)$$

равная отношению количества теплоты dq_p в процессе при постоянном давлении к изменению температуры dT тела.

При равновесном процессе нагревания тела элементарное количество теплоты определяем из уравнения (5-9):

$$dq = du + p dv,$$

а так как из уравнения (5-3)*

$$du = (\partial u / \partial v)_T dv + (\partial u / \partial T)_v dT,$$

то

$$dq = (\partial u / \partial T)_v dT + [(\partial u / \partial v)_T + p] dv. \quad (6-4')$$

Полученное выражение для процесса при постоянном объеме ($dv = 0$) принимает вид

$$dq_v = (\partial u / \partial T)_v dT.$$

Поэтому теплоемкость при $v = \text{const}$ может быть представлена в виде

$$c_v = (\partial u / \partial T)_v, \quad (6-5)$$

т. е. теплоемкость c_v при $v = \text{const}$ равна частной производной от внутренней энергии u (рассматриваемой как функция T и v) по температуре T .

Кроме того, из уравнений (6-3) и (6-5) следует, что в процессе при $v = \text{const}$, в котором тело не совершает внешней работы, вся теплота, сообщаемая телу, идет на изменение его внутренней энергии:

$$dq_v = du_v = c_v dT_v, \quad (6-6)$$

или при $c_v = \text{const}$

$$q_{1-2,v} = u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1).$$

Изменение внутренней энергии идеального газа равно произведению теплоемкости c_v при постоянном объеме на разность температур тела в любом процессе.

Действительно, для идеального газа, внутренняя энергия которого является функцией только температуры, частная производная $(\partial u / \partial v)_T$ будет равна нулю. Тогда $du = (\partial u / \partial T)_v dT$, или $du = c_v dT$, независимо от характера процесса.

Интегрируя уравнение (6-6) для идеального газа от 0°C до t , получим

$$u = \int_0^t c_v dt = c_{vm} |_0^t t,$$

где c_{vm} — средняя теплоемкость при $v = \text{const}$.

Отсюда для любого конечного процесса изменения состояния идеального газа имеем

$$u_2 - u_1 = c_{vm} |_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) = c_{vm} |_0^{t_2} t_2 - c_{vm} |_0^{t_1} t_1.$$

Подставляя значение $du = c_v dT$ в основное уравнение первого закона термодинамики (5-9), имеем в общем случае для обратимого процесса при бесконечно малом изменении состояния идеального газа

$$dq = c_v dT + p dv. \quad (6-7)$$

Если в качестве независимых переменных принять T и v , то из уравнения первого закона термодинамики получим

$$dq = (\partial u / \partial T)_v dT + [p + (\partial u / \partial v)_T] dv, \quad (6-7')$$

отсюда при $p = \text{const}$

$$dq_p = (\partial u / \partial T)_v dT_p + [p + (\partial u / \partial v)_T] dv_p$$

или, поскольку $dq_p = c_p dT_p$,

$$c_p = (\partial u / \partial T)_v + [p + (\partial u / \partial v)_T] (dv / dT)_p. \quad (6-8)$$

Применяя уравнение (6-5), получаем

$$c_p = c_v + [p + (\partial u / \partial v)_T] (dv / dT)_p. \quad (6-9)$$

Уравнение (6-9) устанавливает в общем виде связь между теплоемкостями c_p и c_v .

Для идеального газа, так как $(\partial u / \partial v)_T = 0$, а из уравнения состояния $pv = RT$, $p (dv / dT)_p = R$,

$$c_p = c_v + R \text{ и } c_p - c_v = R. \quad (6-10)$$

Это уравнение носит название *уравнения Майера*. Оно может быть записано и для 1 кмоль:

$$\mu_{c_p} = \mu_{c_v} + \mu R, \text{ или } \mu_{c_p} - \mu_{c_v} = 8,3142 \text{ кдж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град}).$$

Следовательно, для идеальных газов разность между μ_{c_p} и μ_{c_v} есть величина постоянная.

Уравнение для теплоемкости c_p можно получить, если в качестве независимых параметров взять давление p и температуру T . Тогда согласно уравнению (5-13)

$$dq = di - vdp$$

или

$$dq = (\partial i / \partial T)_p dT - [v - (\partial i / \partial p)_T] dp, \quad (6-11)$$

откуда следует, что при $p = \text{const}$

$$dq_p = (\partial i / \partial T)_p dT_p$$

и, следовательно, теплоемкость при постоянном давлении равна

$$c_p = (\partial i / \partial T)_p, \quad (6-12)$$

т. е. теплоемкость тела c_p при $p = \text{const}$ равна частной производной от энтальпии i по температуре T и является функцией p и T .

Поскольку энтальпия идеального газа не зависит от давления и объема и является функцией одной температуры, нетрудно показать, что теплоемкость c_p идеального газа для любого процесса равна

$$c_p = di/dT.$$

Тогда уравнение первого закона термодинамики

$$dq = di - vdp$$

для идеального газа можно переписать в виде

$$dq = c_p dT - vdp. \quad (6-13)$$

Первый закон термодинамики при независимых переменных v и T представляется в другом виде:

$$dq = c_v dT + p dv,$$

но $p = RT/v = T (\partial p / \partial T)_v$, где $R/v = (\partial p / \partial T)_v$

$$\text{и} \quad dq = c_v dT + T (\partial p / \partial T)_v dv. \quad (6-14)$$

С помощью последнего уравнения можно найти зависимость между теплоемкостями c_p и c_v . Для изобарного процесса (при $p = \text{const}$) уравнение (6-14) принимает вид

$$dq_p = c_v dT_p + T (\partial p / \partial T)_v dv_p. \quad (6-15)$$

Разделим левую и правую часть уравнения (6-15) на dT_p :

$$dq_p / dT_p = c_v dT_p / dT_p + T (\partial p / \partial T)_v dv_p / dT_p,$$

принимая во внимание, что $dq_p = c_p dT_p$, получаем

$$c_p - c_v = T (\partial p / \partial T)_v (dv / dT)_p. \quad (6-16)$$

Если для реального газа известно уравнение состояния и c_p , которая может быть определена из опыта, то последняя формула позволяет

определить и c_v , которую из опыта определить очень трудно. Следует отметить, что для реальных газов

$$c_p - c_v > R.$$

Это неравенство объясняется тем, что при расширении реальных газов (при $p = \text{const}$) совершается не только внешняя, но и внутренняя работа, связанная с изменением внутренней потенциальной энергии тела, что и вызывает больший расход теплоты.

§ 6-4. Элементы молекулярно-кинетической и квантовой теории теплоемкости

Классическая молекулярно-кинетическая теория газов рассматривает идеальный газ как совокупность абсолютно жестких молекул, между которыми отсутствуют силы взаимодействия и каждая молекула обладает лишь энергией поступательного и вращательного движения, а сами молекулы рассматриваются как материальные точки.

Поступательное движение такой молекулы можно разложить по направлениям трех координатных осей, в соответствии с этим говорят, что молекула имеет три степени свободы поступательного движения. Количество вращательных степеней свободы будет зависеть от атомности газа.

В соответствии с кинетической теорией внутренняя энергия газов равномерно распределяется по степеням свободы поступательного и вращательного движения молекул.

Одноатомный газ имеет только три степени свободы поступательного движения ($i = 3$). Молекула двухатомного газа кроме поступательного движения может совершать и вращательное движение вокруг общего центра тяжести, который находится на линии, соединяющей оба атома. Такая молекула двухатомного газа имеет пять степеней свободы ($i = 5$), из них три степени свободы поступательного движения и две степени свободы вращательного движения.

Молекулы трех- и многоатомных газов имеют три степени свободы поступательного движения и три степени свободы вращательного движения, а всего $i = 6$.

Для того чтобы вычислить долю внутренней энергии, приходящуюся на одну степень свободы, рассмотрим одноатомный идеальный газ, у которого имеется только три степени свободы поступательного движения.

Из кинетической теории известно, что давление, оказываемое идеальным газом на стенки, равно $2/3$ средней кинетической энергии поступательного движения атомов, т. е.

$$p = (2/3) nm \bar{w}^2/2, \quad (6-17)$$

где p — давление газа, н/м^2 ; n — число атомов в 1 м^3 ; m — масса одного атома; $\bar{w}$ — средняя квадратичная скорость атомов, определяемая

из уравнения

$$\bar{w}^2 = (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + \dots + w_n^2)/n,$$

где $w_1, w_2, \dots, w_n$ — скорости отдельных атомов.

Умножая обе части уравнения (6-17) на объем киломоля V_μ , получим уравнение для 1 кмоль:

$$pV_\mu = (2/3) nV_\mu m \bar{w}^2/2.$$

В этом уравнении произведение $nV_\mu = N$ есть число атомов в 1 кмоль газа (число Авогадро):

$$pV_\mu = (2/3) N m \bar{w}^2/2.$$

Величина $m \bar{w}^2/2$ представляет собой среднюю кинетическую энергию поступательного движения одного атома газа, а так как общее число атомов равно N , то вся внутренняя энергия 1 кмоль одноатомного газа, равная кинетической энергии всех атомов, равна

$$\mu u = N m \bar{w}^2/2.$$

Тогда

$$pV_\mu = (2/3) \mu u, \text{ или } \mu u = (3/2) pV_\mu. \quad (6-18)$$

Заменяя pV_μ его значением из уравнения состояния, находим

$$\mu u = (3/2) \mu R T, \quad (6-19)$$

а так как $\mu R = 8,3142 \text{ кдж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град})$, то для одноатомного газа

$$\mu u = (3/2) \cdot 8,3142 T = 12,5 T. \quad (6-20)$$

Взяв из уравнения (6-19) производную от внутренней энергии по температуре, имеем

$$d\mu u/dT = \mu c_v = (3/2) \mu R. \quad (6-21)$$

Из уравнения видно, что μc_v не зависит от температуры. Следовательно, уравнение (6-19) выражает внутреннюю энергию одноатомного идеального газа, который подчиняется уравнению $pV_\mu = \mu R T$ и у которого $\mu c_v = \text{const}$.

Численное значение мольной теплоемкости для одноатомного газа равно

$$\mu c_v = (3/2) \mu R = 12,5 \text{ кдж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град}).$$

Отсюда на каждую степень свободы движения в одноатомном газе расходуется энергия — $12,5 : 3 = 4,16 \text{ кдж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град})$. Подставляя значение теплоемкости μc_v из (6-21) в уравнение Майера, находим

$$\mu c_p = [(i + 2)/2] \mu R, \quad (6-22)$$

или для одноатомного газа

$$\mu c_p = [(3 + 2)/2] 8,3142 \approx 20,8 \text{ кдж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град}).$$

Экспериментальные исследования для одноатомных газов подтверждают полученные данные.

Для двухатомного газа, считая, что на каждую степень свободы движения расходуется количество энергии, как и для одной степени свободы поступательного движения одноатомного газа, находим:

$$\mu_{cv} = 4,16 \cdot 5 \approx 20,8 \text{ кдж/(кмоль} \cdot \text{град)},$$

$$\mu_{cp} = [(5 + 2)/2] 8,3142 \approx 29,1 \text{ кдж/(кмоль} \cdot \text{град)}.$$

Однако для сравнительно высоких температур получается значительное несоответствие приведенных значений теплоемкостей двухатомных газов с экспериментальными данными. Еще большее расхождение получается для трех- и многоатомных газов.

Это расхождение объясняется тем, что в сложных молекулах необходимо учитывать не только поступательное и вращательное движение, но и колебательное движение атомов в самой молекуле, энергия которых в кинетической теории газов не учитывается.

Энергию колебательного движения атомов в молекуле учитывают в квантовой теории теплоемкостей. Эта теория доказывает, что теплоемкость двух- и многоатомных газов является функцией температуры, так как энергия колебательного движения атомов в молекуле изменяется не прямо пропорционально температуре.

Эйнштейн, пользуясь квантовой теорией Планка, получил следующее выражение для мольной теплоемкости, достаточно точное для температур, применяемых в теплотехнике:

$$\mu_{cv} = i_1 \mu R / 2 + \sum_i i_2 \mu R \left(\frac{\theta}{T} \right)^2 e^{\theta/T} / (e^{\theta/T} - 1)^2, \quad (6-23)$$

где i_1 — число степеней свободы поступательного и вращательного движений молекулы; i_2 — число степеней свободы внутримолекулярных колебаний; θ — характеристическая температура колебательного движения, равная $\theta = h\omega/k$ (h — постоянная Планка, k — постоянная Больцмана, ω — число колебаний в секунду); e — основание натуральных логарифмов; T — абсолютная температура газа.

Первый член правой части формулы (6-23) учитывает количество энергии, идущей на изменение поступательного и вращательного движения молекул; он определяется числом степеней свободы этих движений. Второй член формулы учитывает энергию, идущую на изменение внутримолекулярных колебаний; он определяется числом колебательных степеней свободы.

Формула (6-23) не является абсолютно точной, так как при ее выводе были сделаны некоторые допущения.

Для приближенных расчетов при не очень высоких температурах можно рекомендовать использование постоянных мольных теплоемкостей μ_{cv} и μ_{cp} , полученных с некоторой корректировкой для трех- и многоатомных газов на основании молекулярно-кинетической те-

рии теплоемкости. Эти данные приведены в табл. 6-1.

Точные значения теплоемкостей идеальных газов в зависимости от температуры приводятся в специальных таблицах. Эти значения вычисляются на основании спектроскопических данных с использованием математического аппарата квантовой статистики.

Таблица 6-1

Атомность газа	μ_{c_v} , кдж/ (кмоль × °град)	μ_{c_p} , кдж/ (кмоль × °град)
Одноатомный .	12,5	20,8
Двухатомный .	20,8	29,1
Трех- и много- атомный . .	29,1	37,4

§ 6-5. Истинная и средняя теплоемкости

Так как теплоемкость идеального газа зависит от температуры, а реального и от давления, то в технической термодинамике различают истинную и среднюю теплоемкости.

Теплоемкость, определяемая уравнениями (6-1), (6-3), (6-4) при данных значениях параметров состояния v и T или p и T (т. е. в данном состоянии тела), называют истинной теплоемкостью. Следовательно, *истинной теплоемкостью* называется отношение элементарного количества теплоты, сообщаемой термодинамической системе в каком-либо процессе, к бесконечно малой разности температур.

Истинные теплоемкости реальных газов можно выразить в виде суммы двух слагаемых:

$$c_x = c_{x0} + \Delta c_x.$$

Первое слагаемое представляет собой теплоемкость данного газа в разреженном (идеально газовом) состоянии (при $p \rightarrow 0$ или $v \rightarrow \infty$) и зависит только от температуры.

Температурная зависимость теплоемкостей c_p и c_v приближенно может быть представлена в виде полинома третьей степени от $t^\circ \text{C}$:

$$c_{x0} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3.$$

Однако в настоящее время в расчетах используют более точные табличные значения.

Второе слагаемое Δc_x определяет зависимость теплоемкости от давления или удельного объема и связано с изменением потенциальной составляющей внутренней энергии реального газа.

В практических расчетах при определении количества теплоты обычно применяют так называемые средние теплоемкости.

Средней теплоемкостью c_{xm} данного процесса в интервале температур от t_1 до t_2 называют отношение количества теплоты q_{1-2} к конечной разности температур $t_2 - t_1$:

$$c_{xm} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{q_{1-2, x}}{t_2 - t_1}, \quad (6-24)$$

Так как количество теплоты $q_{1-2, x}$, полученное системой в процессе $x = \text{const}$, определяется уравнением (6-2),

где c_x — истинная теплоемкость в данном процессе, то

$$c_{xm}|_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c_x dt. \quad (6-25)$$

Уравнение (6-25) устанавливает связь между средней и истинной теплоемкостями тела в данном процессе.

Если средние теплоемкости даны в таблице для интервала температур от 0 до $t^\circ \text{C}$, то средняя теплоемкость $c_{xm}|_{t_1}^{t_2}$ может быть вычислена по формуле

$$c_{xm}|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_{xm}|_0^{t_2} t_2 - c_{xm}|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1}. \quad (6-26)$$

Действительно, интеграл в уравнении (6-25) на основании известного из математики правила может быть разбит на следующие интегралы:

$$c_{xm}|_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \left[\int_0^{t_2} c_x dt - \int_0^{t_1} c_x dt \right],$$

но

$$\int_0^{t_2} c_x dt = c_{xm}|_0^{t_2} t_2, \text{ а } \int_0^{t_1} c_x dt = c_{xm}|_0^{t_1} t_1.$$

Подставляя найденные значения интегралов в уравнение (6-25), получаем уравнение (6-26).

Таким образом, если в каком-либо процессе идеальный газ был нагрет от температуры t_1 до t_2 , то количество теплоты, затраченное на нагревание, равно

$$Q_x = m [c_{xm}|_0^{t_2} t_2 - c_{xm}|_0^{t_1} t_1] = V_n [c'_{xm}|_0^{t_2} t_2 - c'_{xm}|_0^{t_1} t_1]. \quad (6-27)$$

Средние молярные, массовые и объемные теплоемкости газов при $p = \text{const}$ и $v = \text{const}$ приведены в табл. III, IV, V, VI, VII, VIII приложения.

§ 6-6. Отношение теплоемкостей c_p и c_v

В термодинамике часто используется отношение теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме, обозначаемое обычно буквой k :

$$k = c_p/c_v = c'_p/c'_v = \mu c_p/\mu c_v.$$

Согласно классической кинетической теории газов величина k определяется числом степеней свободы молекулы. Из уравнений (6-21) и (6-22) следует

$$k = \frac{i+2}{2} R: \frac{i}{2} R = 1 + 2/i. \quad (6-28)$$

Если считать $c_x = \text{const}$, то из табл. 6.1 получаем: для одноатомного газа $k = 1,66$; для двухатомного газа $k = 1,4$, для трех- и многоатомных газов $k = 1,33$.

При $c_x \neq \text{const}$ k для идеальных газов зависит от температуры, что и видно из формулы

$$k = c_p/c_v = (c_v + R)/c_v = 1 + R/c_v.$$

Из уравнения Майера можно получить следующие соотношения для теплоемкостей c_v и c_p :

$$c_v = R/(k - 1); c_p = kR/(k - 1). \quad (6-29)$$

§ 6-7. Определение q_p и q_v для идеальных газов по таблицам теплоемкостей

Как уже указывалось, количество теплоты в изобарном и изохорном процессах идеального газа может быть подсчитано по следующим уравнениям:

$$q_{p, 1-2} = c_{pm} \Big|_0^{t_2} t_2 - c_{pm} \Big|_0^{t_1} t_1 = i_2 - i_1; \quad (6-30)$$

$$q_{v, 1-2} = c_{vm} \Big|_0^{t_2} t_2 - c_{vm} \Big|_0^{t_1} t_1 = u_2 - u_1. \quad (6-31)$$

Следовательно, для определения теплоты q_p и q_v необходимо знать либо теплоемкости в интервале температур от 0 до $t^\circ \text{C}$, либо значения энтальпий и внутренних энергий.

В настоящее время имеется большое количество пособий и специальных таблиц, в которых эти величины с высокой степенью точности даются для широкого интервала температур. Все новейшие данные по теплоемкостям, энтальпии и внутренней энергии рассчитаны с использованием уточненных спектроскопических констант методом квантовой статистики. Приведенная выше формула Эйнштейна для подсчета теплоемкости может рассматриваться как первый шаг в создании современной квантовой теории теплоемкости.

В отечественной литературе подробные данные по теплоемкостям c_p и c_v , а также энтальпии и внутренней энергии приведены в [8, 48, 58].

§ 6-8. Теплоемкость смесей идеальных газов

При расчетах тепловых установок приходится встречаться со смесями газов, а в таблицах приводятся теплоемкости только для отдельных идеальных газов; поэтому нужно уметь определить теплоемкость газовой смеси. Если смесь газов задана массовыми долями, то массовая теплоемкость смеси определяется как сумма произведений массовых

долей на массовую теплоемкость каждого газа:

$$c_{v, \text{см}} = g_1 c_{v1} + g_2 c_{v2} + \dots + g_n c_{vn} = \sum_1^n g_i c_{vi} \quad (6-32)$$

и

$$c_{p, \text{см}} = g_1 c_{p1} + g_2 c_{p2} + \dots + g_n c_{pn} = \sum_1^n g_i c_{pi}, \quad (6-33)$$

где $g_1, g_2, \dots, g_n$ — массовые доли каждого газа, входящего в смесь.

Если смесь газов задана объемными долями, то объемная теплоемкость смеси равна сумме произведений объемных долей на объемную теплоемкость каждого газа:

$$c'_{v, \text{см}} = r_1 c'_{v1} + r_2 c'_{v2} + \dots + r_n c'_{vn} = \sum_1^n r_i c'_{vi} \quad (6-34)$$

и

$$c'_{p, \text{см}} = r_1 c'_{p1} + r_2 c'_{p2} + \dots + r_n c'_{pn} = \sum_1^n r_i c'_{pi}, \quad (6-35)$$

где $r_1, r_2, \dots, r_n$ — объемные доли отдельных газов, входящих в смесь.

Мольная теплоемкость смеси газов равна произведений объемных долей на мольные теплоемкости составляющих смесь газов:

$$\mu c_{v, \text{см}} = r_1 \mu_1 c_{v1} + r_2 \mu_2 c_{v2} + \dots + r_n \mu_n c_{vn} = \sum_1^n r_i \mu_i c_{vi},$$

и

$$\mu c_{p, \text{см}} = r_1 \mu_1 c_{p1} + r_2 \mu_2 c_{p2} + \dots + r_n \mu_n c_{pn} = \sum_1^n r_i \mu_i c_{pi},$$

где μ — средняя молекулярная масса смеси газов; $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ — молекулярные массы отдельных газов.

Массовая теплоемкость смеси газов может быть определена, если известны плотность и удельный объем смеси газов при нормальных физических условиях:

$$c_{v, \text{см}} = c'_{v, \text{см}} v_{\text{см}, 0^\circ} = c'_{v, \text{см}} / \rho_{\text{см}, 0^\circ}$$

и

$$c_{p, \text{см}} = c'_{p, \text{см}} v_{\text{см}, 0^\circ} = c'_{p, \text{см}} / \rho_{\text{см}, 0^\circ}.$$

§ 6-9. Приближенные значения теплоемкостей*

Для приближенных расчетов иногда пользуются эмпирическими формулами, учитывающими зависимость теплоемкости от температуры по линейному закону. Для истинной теплоемкости эта зависимость может быть представлена уравнением вида

$$c_x = a + bt, \quad (6-36)$$

* § 6-9 приведен в этом учебнике вынужденно, в связи с тем, что вся техническая литература по расчету пищевых машин применяет уравнение (6-37).

где a — истинная теплоемкость при 0°C ; b — тангенс угла наклона прямой, характеризующий изменение теплоемкости от температуры.

Зная зависимость $c_x = f(t)$, можно по (6-25) определить среднюю теплоемкость c_{xm} :

$$c_{xm} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = \frac{F_1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (a + bt) dt = \\ = \frac{1}{t_2 - t_1} \left[a(t_2 - t_1) + b \frac{t_2^2 - t_1^2}{2} \right] = a + \frac{b}{2} (t_2 + t_1). \quad (6-37)$$

Уравнения для средних массовых и объемных теплоемкостей газов в пределах от 0 до 1500°C приведены в табл. XIV приложения.

Теплоемкости для некоторых газов в идеальном состоянии (при $p \rightarrow 0$ и $t = 0^\circ \text{C}$) приведены в табл. 6-2.

Таблица 6-2

Газ	Химическая формула	Теплоемкости				$k = \frac{c_p}{c_v}$
		молярная, кдж/(кмоль·град)		массовая, кдж/(кг·град)		
		μc_p	μc_v	c_p	c_v	
Гелий	He	20,93	12,60	5,237	3,161	1,660
Водород	H ₂	28,62	20,30	14,200	10,070	1,410
Воздух	—	29,07	20,76	1,004	0,716	1,401
Метан	CH ₄	34,74	26,42	2,165	1,647	1,315
Аммиак	NH ₃	35,00	26,67	2,056	1,566	1,313

§ 6-10. Энтропия. Вычисление энтропии идеального газа для обратимых и необратимых процессов

Как уже указывалось, теплота q не является функцией состояния и $dq = du + pdv$ не будет полным дифференциалом; dq представляет собой только некоторую бесконечно малую величину. Для того чтобы проинтегрировать правую часть уравнения первого закона термодинамики $dq = du + pdv$, должна быть известна зависимость p от v (или p от T). В математике доказывается, что дифференциальный двучлен всегда можно превратить в полный дифференциал путем деления (или умножения) на интегрирующий делитель. Таким интегрирующим делителем для элементарного количества теплоты dq является абсолютная температура $T^\circ \text{K}$.

Покажем это на примере идеального газа. Имеем $dq = c_v dT + pdv$, или, заменив p на RT/v , получим $dq = c_v dT + RTdv/v$.

Разделив обе части последнего уравнения на T , находим

$$dq/T = c_v dT/T + R dv/v. \quad (6-38)$$

Отсюда выражение dq/T при обратимом изменении состояния газа есть полный дифференциал некоторой функции переменных T и v (c_v за-

висит только от температуры, а R — величина постоянная). Клаузиус назвал эту функцию энтропией и обозначил буквой S . Измеряется полная энтропия S в джоулях на градус (дж/град), а удельная энтропия s — в джоулях на килограмм на градус [$\text{дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$].

Таким образом, дифференциал энтропии для обратимого изменения состояния определяется как

$$ds = dq/T. \quad (6-39)$$

Энтропия есть однозначная функция состояния газа, принимающая для каждого его состояния вполне определенное значение. Энтропия

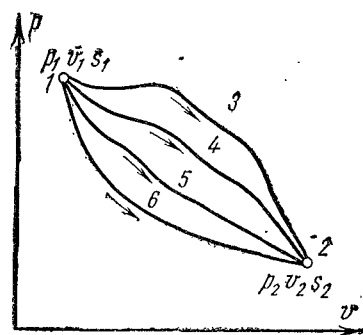


Рис. 6-1

является экстенсивным (зависит от массы вещества) параметром состояния и изменение ее в любом термодинамическом процессе полностью определяется крайними состояниями тела и не зависит от пути процесса. В связи с этим энтропия газа, являясь параметром состояния, в процессах 1-3-2, 1-4-2, 1-5-2, 1-6-2 (рис. 6-1) будет изменяться одинаково. Это свойство относится как к обратимым, так и необратимым процессам. Поэтому

$$\begin{aligned} \Delta s_{1-3-2} &= \Delta s_{1-4-2} = \Delta s_{1-5-2} = \\ &= \Delta s_{1-6-2} = s_2 - s_1 = f(p_2, v_2) - f(p_1, v_1). \end{aligned}$$

Так как энтропия обладает свойством аддитивности, то алгебраическая сумма изменений энтропии отдельных тел, составляющих термодинамическую систему, будет равна изменению энтропии всей термодинамической системы в целом. Причем изменения энтропии отдельных тел в зависимости от процесса могут быть как положительными, так и отрицательными величинами.

Энтропия может быть определена как функция основных параметров состояния:

$$s = f_1(p, v); s = f_2(p, T); s = f_3(v, T).$$

Полные дифференциалы энтропии имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} ds &= (\partial s / \partial p)_v dp + (\partial s / \partial v)_p dv, \\ ds &= (\partial s / \partial p)_T dp + (\partial s / \partial T)_p dT, \\ ds &= (\partial s / \partial v)_T dv + (\partial s / \partial T)_v dT. \end{aligned} \right\} \quad (6-40)$$

Частные производные энтропии, входящие в эти уравнения, вычисляются по уравнениям, которые выведены в гл. X.

Для получения изменения энтропии как функции T и v соотношение (6-38) представим в следующем виде:

$$ds = c_v dT/T + R dv/v. \quad (6-41)$$

Интегрируя, при $c_v = \text{const}$ найдем для идеального газа

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2/T_1 + R \ln v_2/v_1. \quad (6-42)$$

Для получения изменения энтропии как функции T и p следует из уравнения (6-41) исключить v . Из уравнения Клапейрона после дифференцирования получим:

$$pv = RT; p dv + v dp = R dT; dv/v = dT/T - dp/p.$$

Подставляя значение dv/v в уравнение (6-41), имеем

$$ds = c_v dT/T + R dT/T - R dp/p = c_p dT/T - R dp/p.$$

Интегрируя при $c_p = \text{const}$, находим

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2/T_1 - R \ln p_2/p_1. \quad (6-43)$$

Для получения изменения энтропии как функции p и v следует из уравнения (6-41) исключить T . Пользуясь тем же методом, получим

$$ds = c_v dv/v + c_v dp/p + R dv/v,$$

откуда

$$ds = (c_v + R) dv/v + c_v dp/p = c_p dv/v + c_v dp/p.$$

Интегрируя, определяем

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} + c_v \ln p_2/p_1. \quad (6-44)$$

Учитывая, что изменение энтропии тела не зависит от характера процесса, полученные уравнения (6-42), (6-43) и (6-44) применимы как для обратимых, так и для необратимых процессов.

Из уравнения (6-39) можно получить общую формулу для определения теплоемкости.

Теплоемкость c_x любого процесса равна произведению абсолютной температуры T на частную производную энтропии s по температуре T при $x = \text{const}$:

$$c_x = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_x. \quad (6-45)$$

Подставив в уравнения (5-9) и (5-13) значение dq из уравнения (6-39), получим

$$T ds = du + p dv, \quad (6-46)$$

$$T ds = di - v dp. \quad (6-47)$$

Равенства (6-46) и (6-47) содержат только параметры состояния и их дифференциалы и носят название *термодинамических тождеств*; они относятся к обратимым процессам.

Если в термодинамической системе кроме работы изменения объема совершается работа dl_v , не связанная с изменением объема тела, то термодинамические тождества имеют вид

$$T ds = du + p dv + dl_v; \quad (6-48)$$

$$T ds = di - v dp + dl_v. \quad (6-49)$$

В термодинамике внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, теплоемкости называются *калорическими свойствами вещества*, а удельный объем, абсолютное давление, температура — *термическими свойствами*.

§ 6-11. Тепловая Ts-диаграмма

Энтропию можно применять совместно с одним из основных параметров для графического изображения процессов. Удобнее всего энтропию сочетать с абсолютной температурой T . Если энтропию s откладывать по оси абсцисс, а абсолютную температуру — по оси ординат, то получаем координатную систему Ts , т. е. Ts -диаграмму, где состояние газа графически изобразится точкой, а процесс — в виде кривой, уравнение которой можно представить как $T = f(s)$. Элементарная теплота процесса $dq = Tds$ изобразится на диаграмме элементарной площадкой, высота которой равна T , а основание ds (рис. 6-2). Величина площади под кривой обратимого процесса 1-3-2 изображает в некотором масштабе теплоту, подводимую в этом процессе

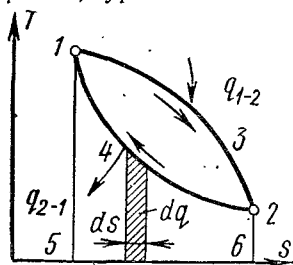


Рис. 6-2

$$q_{1-2} = \text{пл. } 513265 = \int_1^2 Tds.$$

На Ts -диаграмме площадь, ограниченная линией процесса, крайними ординатами и осью s , в некотором масштабе изображает теплоту, участвующую в процессе.

Из уравнения $dq = Tds$ следует, что dq и ds имеют одинаковые знаки. Если в процессе энтропия s увеличивается, то теплота к газу подводится. Если энтропия s уменьшается, то это указывает на отвод теплоты от рабочего тела.

Обратимый круговой процесс на Ts -диаграмме изображается пл. 13241.

Разность между подведенной и отведенной теплотой, согласно первому закону термодинамики, представляет собой полезную внешнюю работу, которую совершает 1 кг рабочего тела при круговом обратимом процессе над внешним объектом работы:

$$q_{1-2} - q_{2-1} = l' = \oint Tds = \oint dq = \oint dl'.$$

Таким образом, на Ts -диаграмме удельная работа тела (1 кг) при обратимом круговом процессе численно равна площади внутри замкнутой линии цикла и дает наглядное представление об изменении температуры рабочего тела.

Для идеальных газов условно принято считать энтропию равной нулю при нормальных физических условиях.

В заключение следует отметить, что введение понятия энтропии было сделано пока применительно к идеальному газу, и все утвержде-

ния относительно свойств энтропии не могут пока быть обоснованно распространены и на реальные газы. Однако, как будет показано в гл. VIII, понятие энтропии может быть установлено достаточно точно независимо от свойств рабочего тела. Пока же этот параметр будет использован как весьма удобный при анализе процессов идеального газа.

Контрольные вопросы и примеры к VI главе

1. Дать определение удельной теплоемкости.
2. Определение массовой, объемной и мольной теплоемкостей.
3. В каких единицах измеряются теплоемкости?
4. Что такое истинная теплоемкость?
5. Дать определение средней теплоемкости.
6. Написать уравнение количества теплоты через среднюю теплоемкость.
7. Как определить среднюю теплоемкость в интервале от t_1 до t_2 , пользуясь таблицами теплоемкостей от 0 до $t^\circ \text{C}$?
8. Чем отличаются теплоемкости идеальных и реальных газов?
9. Что такое теплоемкость при постоянном объеме и теплоемкость при постоянном давлении?
10. Почему теплоемкость газа при постоянном давлении всегда больше теплоемкости при постоянном объеме?
11. Объяснить смысл всех величин, входящих в уравнение Майера.
12. Объяснить величину k . Как она определяется?
13. Как определяются q_v и q_p по таблицам теплоемкостей?
14. Написать уравнения массовой, объемной и мольной теплоемкостей для газовых смесей.
15. Какая функция называется энтропией?
16. Определить приращение энтропии идеального газа в зависимости от основных параметров состояния.
17. Что изображает площадь под кривой процесса на Ts -диаграмме?

Пример 6-1. Воздух, имеющий начальные параметры $p_1 = 10 \text{ бар}$; $V = 0,4 \text{ м}^3$ и $t_1 = 127^\circ \text{C}$, нагревается при постоянном объеме до температуры 327°C . Определить массу воздуха, конечное давление и количество подводимой теплоты.

Масса воздуха определяется из уравнения Клапейрона

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 0,4}{287,04 \cdot 400} = 3,5 \text{ кг.}$$

Конечное давление

$$p_2 = p_1 T_2/T_1 = \frac{10 \cdot 600}{400} = 15 \text{ бар.}$$

Из таблиц определяем средние массовые теплоемкости воздуха:

$$c_{vm} \Big|_0^{t_2} = 0,744 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)} \text{ и } c_{vm} \Big|_0^{t_1} = 0,721 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Количество подведенной теплоты

$$Q = m \left(c_{vm} \Big|_0^{t_2} t_2 - c_{vm} \Big|_0^{t_1} t_1 \right) = 3,5 \cdot 150,6 = 527 \text{ кДж.}$$

Пример 6-2. Смешивается воздух двух потоков: холодный с температурой 10°C и горячий с температурой 1000°C ; смесь имеет температуру 100°C . Определить массовые доли холодного и горячего воздуха, считая давление холодного, горячего и смеси воздуха одинаковым.

Массовые доли

$$g_1 + g_2 = 1 \text{ и } g_2 = 1 - g_1.$$

Уравнение теплового баланса

$$g_1 c_{pm1} t_1 + (1 - g_1) c_{pm2} t_2 = c_{pm} t \text{ или } g_1 i_1 + (1 - g_1) i_2 = i, \\ \text{откуда}$$

$$g_1 = (i - i_2)/(i_1 - i_2).$$

Энтальпии воздуха находим по табл. XIII приложения и подставляем их значения:

$$g_1 = (i - i_2)/(i_1 - i_2) = (105 - 1090)/(10,5 - 1090) = 0,912;$$

$$g_2 = 1 - 0,912 = 0,088.$$

На 1 кг смеси требуется 0,912 кг холодного и 0,088 кг горячего воздуха.

Пример 6-3. При постоянном давлении к 1 кг воздуха подводится $q_p = 5000 \text{ кДж/кг}$ теплоты. Найти t_2 , если $t_1 = 20^\circ\text{C}$.

По уравнению (5-19) определяем $i_2 = g_p + t_1$. Из табл. XIII приложения находим $i_1 = 20,8 \text{ кДж/кг}$. Поэтому $i_2 = 500 + 20,8 = 520,8 \text{ кДж/кг}$. По табл. XIII приложения $t_2 = 500^\circ\text{C}$.

Пример 6-4. Определить изменение энтропии 1 кг O_2 в процессе расширения. Начальные параметры O_2 : $t_1 = 300^\circ\text{C}$, $p_1 = 3,0 \text{ Мн/м}^2$ ($p_1 = 30 \text{ бар}$); конечные: $t_2 = 400^\circ\text{C}$, $p_2 = 0,4 \text{ Мн/м}^2$ ($p_2 = 4 \text{ бар}$). Расчет произвести для двух случаев:

1) при постоянной теплоемкости; 2) при переменной теплоемкости.

1. Изменение энтропии при постоянной теплоемкости:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln p_2/p_1 = 0,945 \cdot 2,303 \lg 313/573 - \\ - 0,2598 \cdot 2,303 \lg 4/30 = -0,57 + 0,523 = -0,047 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}, \\ \text{где}$$

$$c_p = \frac{k}{k-1} R = \frac{1,4}{0,4} \cdot 0,2598 = 0,945 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

2. Изменение энтропии по табл. XIII приложения (при переменной теплоемкости):

$$s_2 - s_1 = s_2^{\text{табл}} - s_1^{\text{табл}} - R \ln p_2/p_1 = 0,1252 - 0,6958 + 0,523 = \\ = -0,0476 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Формула для определения изменения энтропии при переменной теплоемкости дает более точные результаты.

§ 7-1. Общие вопросы исследования процессов

Первый закон термодинамики устанавливает взаимосвязь между количеством теплоты, изменением внутренней энергии и внешней работой газа, причем количество теплоты, подводимое к телу или отводимое от него, зависит от характера процесса.

К основным процессам, имеющим большое значение как для теоретических исследований, так и для практических работ в технике, относятся: *изохорный*, протекающий при постоянном объеме; *изобарный*, протекающий при постоянном давлении; *изотермный*, протекающий при постоянной температуре; *адиабатный*, протекающий при отсутствии теплообмена с внешней средой.

Кроме того, существует группа процессов, являющихся при определенных условиях обобщающими для основных процессов. Эти процессы называются *политропными* и характеризуются постоянством теплоемкости в процессе.

Для всех процессов устанавливается общий метод исследований, который заключается в следующем:

выводится уравнение кривой процесса на p - v - и T - s -диаграммах;
устанавливается зависимость между основными параметрами рабочего тела в начале и конце процесса;
определяется изменение внутренней энергии по формуле, справедливой для всех процессов идеального газа:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = c_{vm} \left[t_2 - c_{vm} \int_0^{t_1} t_1 \right]$$

или при постоянной теплоемкости:

$$u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1);$$

вычисляется работа изменения объема газа по основной формуле

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv;$$

определяется количество теплоты, участвующее в процессе, по формуле

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = c_{xm} \left[t_2 - c_{xm} \int_0^{t_1} t_1 \right];$$

определяется изменение энтальпии в процессе по формуле, справедливой для всех процессов идеального газа:

$$i_2 - i_1 = c_{pm} \left[t_2 - c_{pm} \int_0^{t_1} t_1 \right]$$

или для постоянной теплоемкости:

$$i_2 - i_1 = c_p (t_2 - t_1);$$

определяется изменение энтропии идеального газа по формулам:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2/T_1 + R \ln v_2/v_1,$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2/T_1 - R \ln p_2/p_1.$$

Рассматриваемые процессы считаются обратимыми.

§ 7-2. Изохорный процесс

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называют *изохорным* ($dv = 0$, или $v = \text{const}$). Кривая процесса называется *изохорой*. На рис. 7-1 представлен график процесса. Из уравнения состояния идеального газа $p v = RT$ при $v = \text{const}$ получаем

$$p/T = R/v = f(v) = \text{const}.$$

При постоянном объеме давление газа изменяется прямо пропорционально абсолютным температурам:

$$p_1/p_2 = T_1/T_2. \quad (7-1)$$

Внешняя работа газа при $v = \text{const}$ равна нулю, так как $dv = 0$. Следовательно,

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = 0.$$

Располагаемая (полезная) внешняя работа l' , которая может быть передана внешнему объекту работы, равна

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = -v(p_2 - p_1).$$

Из полученного выражения видно, что полезная внешняя работа l' в изохорном процессе равна работе проталкивания $l' = p_1 v - p_2 v$. Например, проталкивание несжимаемой жидкости по каналу от одного сечения к другому.

Основное уравнение первого закона термодинамики (5-9) при $dl = 0$ принимает вид

$$dq_v = du_v = c_v dt.$$

Количество теплоты, участвующее в процессе при постоянной теплоемкости, равно

$$q_{v,1-2} = \int_{t_1}^{t_2} (du/dt)_v dt = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = c_v (t_2 - t_1) = u_2 - u_1.$$

При переменной теплоемкости в процессе 1-2

Если процесс 1-2 осуществляется с увеличением давления, теплота в нем подводится, при этом увеличиваются внутренняя энергия и тем-



Изменение энтропии в обратимом изохорном процессе определяем из уравнения (6-42):

но при $v = \text{const}$ $\ln v_2/v_1 = 0$, поэтому изменение энтропии при постоянной теплоемкости равно

Как видно из данного уравнения, изохора на Ts -диаграмме представляет собой кривую 1-2 (рис. 7-2). Подкасательная к кривой 1-2 в любой ее точке дает значение истинной теплоемкости c_{p0} .

$$3-4 = T (ds/dt) = dq_v/dT = c_v,$$

Пл. 31243 в некотором масштабе изображает в процессе 1-2 количество теплоты q_v , которая расходуется на изменение внутренней энергии газа ($u_2 - u_1$).

Изохоры различных объемов являются эквидистантными кривыми, имеющими при одной и той же температуре одинаковые угловые коэффициенты.

Изохоры, построенные для различных объемов, смещены одна относительно другой на расстояние, которое определяется по уравнению (6-42) при $T = \text{const}$ (см. рис. 7-2):

$$\Delta s = s_a - s_2 = R \ln v_a/v_2.$$

Чем больше объем газа, тем дальше находится изохора от оси ординат.

§ 7-3. Изобарный процесс

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называют *изобарным* ($dp = 0$, или $p = \text{const}$). Кривая процесса называется *изобарой*. На рис. 7-3 изображен график процесса.

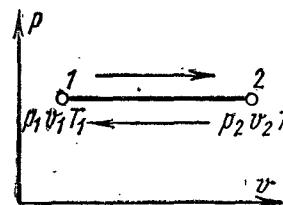


Рис. 7-3

Из уравнения состояния идеального газа для изобарного процесса находим

$$v/T = R/p = \varphi(p) = \text{const}.$$

Это соотношение называется *законом Гей-Люссака*.

Для процесса 1-2

$$v_1/v_2 = T_1/T_2 = \rho_2/\rho_1. \quad (7-4)$$

В изобарном процессе объемы одного и того же количества газа изменяются прямо пропорционально абсолютным температурам.

При расширении газа его температура возрастает, при сжатии — уменьшается.

Удельная работа изменения объема при этом выражается следующим уравнением:

$$l = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1), \quad (7-5)$$

или

$$l = R(T_2 - T_1) = R(t_2 - t_1). \quad (7-6)$$

Располагая (полезная) внешняя работа

$$l' = - \int_1^2 v dp = 0.$$

Основное уравнение первого закона термодинамики при $p = \text{const}$ ($dp = 0$) имеет вид

$$dq_p = c_p dt = di.$$

Следовательно, количество теплоты, сообщенное телу в изобарном процессе при постоянной теплоемкости, равно

$$q_{p, 1-2} = \int_{t_1}^{t_2} (\partial i / \partial t)_p dt = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = c_p (t_2 - t_1) = i_2 - i_1; \quad (7-7)$$

при переменной теплоемкости

$$q_{p, 1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = c_{pm} \left[t_2 - c_{pm} \int_0^{t_1} t_1 = i_2 - i_1. \quad (7-8) \right.$$

Часть сообщенной теплоты $q_{p, 1-2}$, равная $p (v_2 - v_1)$, переходит в работу расширения, а другая часть идет на увеличение внутренней энергии тела.

Для обратимого изобарного процесса при постоянной теплоемкости изменение энтропии находится по уравнению (6-43):

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2/T_1 - R \ln p_2/p_1,$$

но при $p = \text{const}$ $\ln p_2/p_1 = 0$, поэтому

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} (\partial s / \partial T)_p dT = \int_{T_1}^{T_2} (c_p/T) dT = c_p \ln T_2/T_1 = c_p \ln v_2/v_1. \quad (7-9)$$

Изобара на Ts -диаграмме изображается кривой 7-5 (см. рис. 7-2) и, подобно изохоре, обращена выпуклостью вниз. Подкасательная кривой 7-5 в любой ее точке дает значение истинной теплоемкости c_p . Для точки 5 подкасательная

$$8-6 = T (ds/dT) = dq_p/dT = c_p.$$

Пл. 87568 под изобарой в некотором масштабе изображает количество теплоты q_p , сообщаемое газу, равное изменению энтальпии $i_2 - i_1$.

Все изобары являются эквидистантными кривыми, имеющими при одной и той же температуре одинаковые угловые коэффициенты. Горизонтальное расстояние между изобарами различных давлений определяется по уравнению (6-43) при $T = \text{const}$ (см. рис. 7-2):

$$\Delta s = s_0 - s_5 = R \ln p_5/p_0.$$

Из последнего уравнения следует, что расстояние между изобарами зависит от величины давлений и природы газа. Чем больше давление газа, тем изобара ближе к оси ординат.

Из сопоставления уравнений (7-3) и (7-9) следует, что в случае осуществления изохорного и изобарного процессов в одном интервале температур возрастание энтропии будет больше в изобарном процессе, так как c_p всегда больше c_v . Изобары являются более пологими кривыми, чем изохоры (см. рис. 7-2).

§ 7-4. Изотермный процесс

Процесс, протекающий при постоянной температуре, называют *изотермным* ($T = \text{const}$, или $dT = 0$). Кривая процесса называется *изотермой* (рис. 7-4).

Для изотермного процесса идеального газа

$$pv = RT = \psi(T) = \text{const}$$

или

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \text{ и } p_1/p_2 = v_2/v_1. \quad (7-10)$$

При постоянной температуре объем газа изменяется обратно пропорционально его давлению (закон Бойля — Мариотта).

На pv -диаграмме изотермный процесс представляет собой равнобокую гиперболу.

Основное уравнение первого закона термодинамики при $T = \text{const}$ получает простой вид:

$$dq = dl \text{ и } q_{1-2} = l_{1-2}.$$

Количество подведенной к рабочему телу теплоты численно равно работе изменения объема.

Зная уравнение изотермного процесса для идеального газа, можно подсчитать работу процесса. Удельная работа изменения объема равна

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

но из уравнения изотермы имеем

$$pv = p_1 v_1 \text{ или } p = p_1 v_1 / v,$$

поэтому

$$l = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} dv/v.$$

Интегрируя последнее уравнение, получаем

$$l = p_1 v_1 \ln v_2/v_1 = q. \quad (7-11)$$

Уравнение (7-11) определяет работу и внешнюю теплоту идеального газа. При переходе к десятичным логарифмам имеем

$$\begin{aligned} q = l &= 2,3 p_1 v_1 \lg v_2/v_1 = 2,3 p_1 v_1 \lg p_1/p_2 = 2,3 RT \lg v_2/v_1 = \\ &= 2,3 RT \lg p_1/p_2. \end{aligned} \quad (7-12)$$

Удельная располагаемая внешняя работа l' определяется по формуле

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = p_1 v_1 \int_{p_2}^{p_1} dp/p = p_1 v_1 \ln p_1/p_2, \quad (7-13)$$

т. е. в изотермном процессе идеального газа $l' = l = q$, или работа изменения объема, располагаемая (полезная) работа и количество теплоты, полученное телом, равны между собой.

Теплоемкость в изотермическом процессе

$$c_T = dq/dt = dq/0 = \pm \infty.$$

Энтальпия и внутренняя энергия идеального газа не меняются, т. е. $di = 0$ и $du = 0$.

Изотермный процесс на Ts -диаграмме изображается прямой, параллельной оси абсцисс (см. рис. 7-2). Для определения изменения энтропии следует воспользоваться уравнением (6-42):

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2/T_1 + R \ln v_2/v_1,$$

откуда

$$s_2 - s_1 = R \ln v_2/v_1 \text{ и } s_2 - s_1 = R \ln p_1/p_2. \quad (7-14)$$

Теплота, участвующая в изотермном процессе, равна произведению изменения энтропии ($s_2 - s_1$) на абсолютную температуру T :

$$q = T (s_2 - s_1).$$

§ 7-5. Адиабатный процесс

Процесс, протекающий без подвода и отвода теплоты, т. е. при отсутствии теплообмена рабочего тела с окружающей средой, называют адиабатным, а кривая этого процесса называется адиабатой. Для получения адиабатного процесса необходимым и обязательным условием является $dq = 0$ и, следовательно, $q = 0$.

Обратимый адиабатный процесс можно осуществить в цилиндре с абсолютно нетеплопроводными стенками при бесконечно медленном перемещении поршня.

Выведем уравнение адиабаты. Из уравнений первого закона термодинамики при $dq = 0$ имеем

$$c_p dT - v dp = 0 \text{ и } c_v dT + p dv = 0.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = - \frac{v dp}{p dv} \quad \text{или} \quad k \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p}.$$

Интегрируя последнее уравнение при условии, что $k = \text{const}$ ($c_p = \text{const}$ и $c_v = \text{const}$), находим

$$k \int_{v_1}^{v_2} dv/v = - \int_{p_1}^{p_2} dp/p \quad \text{и} \quad k \ln v_2/v_1 = \ln p_1/p_2.$$

После потенцирования имеем

$$(v_2/v_1)^k = p_1/p_2, \text{ или } p_1 v_1^k = p_2 v_2^k,$$

откуда уравнение адиабаты

$$pv^k = \text{const}. \quad (7-15)$$

При адиабатном процессе произведение давления на объем газа в степени k есть величина постоянная. Величину k называют *показателем адиабаты*. Рассмотрим зависимость между основными параметрами в адиабатном процессе.

Из уравнения адиабаты следует, что

$$p_1/p_2 = (v_2/v_1)^k \text{ и } v_2/v_1 = (p_1/p_2)^{1/k}.$$

Если эти соотношения параметров тела подставить в уравнение состояния для крайних точек процесса $(p_2/p_1) \cdot (v_2/v_1) = (T_2/T_1)$, то после соответствующих преобразований найдем

$$T_1/T_2 = (v_2/v_1)^{k-1} = (p_1/p_2)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Удельная работа изменения объема $l = \int_{v_1}^{v_2} p dv$, совершаемая телом над окружающей средой при равновесном адиабатном процессе, может быть вычислена по уравнению адиабаты

$$p = p_1 v_1^k / v^k$$

или

$$\begin{aligned} l &= \int_{v_1}^{v_2} p_1 v_1^k (dv/v^k) = [p_1 v_1^k / (1-k)] (v_2^{1-k} - v_1^{1-k}) = \\ &= \frac{p_1 v_1^k}{k-1} \left(\frac{1}{v_1^{k-1}} - \frac{1}{v_2^{k-1}} \right) = \frac{1}{k-1} \left(\frac{p_1 v_1^k}{v_1^{k-1}} - \frac{p_2 v_2^k}{v_2^{k-1}} \right), \end{aligned}$$

откуда

$$l = (1/k - 1) (p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (7-16)$$

Из выражения (7-16) могут быть получены следующие формулы:

$$l = (p_1 v_1 / k - 1) (1 - T_2/T_1); \quad l = (R/k - 1) (T_1 - T_2).$$

Отношение температур заменяем отношением объемов и давлений

$$l = (p_1 v_1 / k - 1) \left[1 - (p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}} \right] = (RT_1/k - 1) [1 - (v_1/v_2)^{k-1}].$$

Все зависимости между p , v , T и уравнения работы получены при условии, что $k = \text{const}$. При переменной k обычно при расчетах берут среднее значение k , соответствующее изменению температуры в процессе по уравнению

$$k = c_p \int_{t_1}^{t_2} c_v \Big|_{t_1}^{t_2} = \Delta i / \Delta u.$$

Уравнения первого закона термодинамики (6-46) и (6-47) для адиабатного процесса ($dq = 0$) имеют следующий вид:

$$du = -p dv \text{ и } di = v dp,$$

откуда

$$(\partial u / \partial v)_s = -p \text{ и } (di / dp)_s = v.$$

Из этих соотношений можно получить

$$(\partial i / \partial u)_s = - (v/p) (\partial p / \partial v)_s.$$

Полученное выражение и есть дифференциальное уравнение изотропного процесса.

В этом уравнении $(\partial i / \partial u)_s = k$.

Согласно первому закону термодинамики работа изменения объема в адиабатном процессе получается за счет убыли внутренней энергии тела; при $c_v = \text{const}$

$$l = u_1 - u_2 = c_v (t_1 - t_2);$$

при $c_v \neq \text{const}$

$$l = c_{vm} \left[t_1 - c_{vm} \int_0^{t_2} t_2 \right]$$

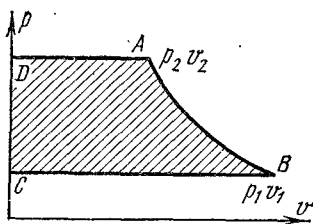


Рис. 7-5

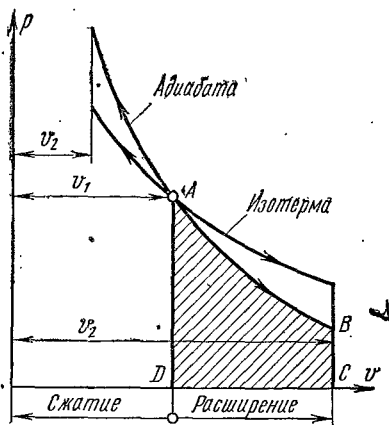


Рис. 7-6

Если газ расширяется, то его внутренняя энергия и температура убывают; если газ сжимается, то его внутренняя энергия и температура возрастают.

Теплоемкость в адиабатном процессе из выражения $c = dq/dT$ при $dq = 0$ также равна нулю.

Вычислим располагаемую (полезную) внешнюю работу в адиабатном процессе, равную

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp.$$

При обратимом адиабатном процессе идеального газа располагаемая внешняя работа будет в k раз больше величины работы изменения объема и обратна ей по знаку.

Действительно, из уравнения адиабаты (7-15) следует, что $kdv/v = -dp/p$ или $-vdp = kpdv$, т. е. $dl' = kdl$.

Следовательно,

$$l' = (k/k - 1) (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (7-17)$$

$$l' = kl.$$

Графически располагаемая внешняя работа изображается на p - v -диаграмме пл. $ABCD$ (рис. 7-5), или площадью, ограниченной линией процесса, крайними абсциссами и осью ординат.

Из рис. 7-6 видно, что поскольку в уравнении адиабаты $k > 1$, она на p - v -диаграмме идет круче, чем изотерма.

Для обратимого адиабатного процесса $dq = 0$, поэтому

$$ds = dq/T = 0 \text{ и } s_2 = s_1 = \text{const}, \quad (7-18)$$

т. е. обратимый адиабатный процесс является одновременно изоэнтропным (или при постоянной энтропии) и изображается в T - s -диаграмме вертикальной прямой $o - b$, параллельной оси ординат (см. рис. 7-2).

§ 7-6. Политропные процессы

До сих пор рассматривались процессы, у которых имелись вполне определенные признаки: изохорный процесс осуществлялся при постоянном объеме; изобарный — при постоянном давлении; изотермный — при постоянной температуре; адиабатный — при отсутствии теплообмена между рабочим телом и внешней средой. Наряду с этими процессами можно представить еще бесконечное множество процессов, у которых имеются другие постоянные признаки.

Условились всякий процесс идеального газа, в котором теплоемкость является постоянной величиной, называть *политропным процессом*, а линию процесса — *политропой*.

Из определения политропного процесса следует, что основные термодинамические процессы — изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный, если они протекают при постоянной теплоемкости, являются частными случаями политропного процесса.

Теплоемкость политропного процесса C_n может принимать самые разнообразные положительные и отрицательные значения от $+\infty$ до $-\infty$.

Количество теплоты, участвующее в политропном процессе, может быть выражено произведением теплоемкости процесса c_n на разность температур $t_2 - t_1$ в конечном и начальном состояниях:

$$q^* = c_n(t_2 - t_1) \text{ и } dq = c_n dt. \quad (7-19)$$

Уравнение политропного процесса выводится на основании уравнения первого закона термодинамики:

$$dq = c_n dT = c_p dT - v dp \text{ и } dq = c_n dT = c_v dT + p dv.$$

Из этих уравнений найдем

$$(c_n - c_p)/(c_n - c_v) = -v dp/p dv.$$

Обозначив выражение левой части уравнения через n , получим

$$(c_n - c_p)/(c_n - c_v) = n \text{ и } n dv/v = -dp/p.$$

Интегрируя полученное соотношение в пределах от начала до конца процесса, находим

$$n \lg v_2/v_1 = \lg p_1/p_2$$

или

$$pv^n = \text{const.} \quad (7-20)$$

Полученное уравнение является *уравнением политропного процесса*.

Показатель политропы n принимает для каждого процесса определенное числовое значение. Для основных процессов: изохорных $n = \pm \infty$, изобарных $n = 0$; изотермных $n = 1$ и адиабатных $n = k$.

Поскольку уравнение политропы отличается от уравнения адиабаты только величиной показателя n , то, очевидно, все соотношения между основными параметрами могут быть представлены формулами, аналогичными адиабатному процессу:

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^n; \quad T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{n-1}; \quad T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Теплоемкость политропного процесса определяем из формулы

$$n = (c_n - c_p)/(c_n - c_v), \text{ откуда } c_n = c_v [(n - k)/(n - 1)]. \quad (7-21)$$

Уравнение (7-21) позволяет определить теплоемкость политропного процесса для каждого значения n .

Если в уравнение (7-21) подставить значения n для частных случаев, то получаем теплоемкости рассмотренных процессов:

- изохорного процесса $n = \pm \infty, c_n = c_v$;
- изобарного процесса $n = 0, c_n = kc_v = c_p$;
- изотермного процесса $n = 1, c_n = \pm \infty$;
- адиабатного процесса $n = k, c_n = 0$.

Уравнение работы изменения объема, совершаемой телом при политропном процессе, имеет аналогичный вид с уравнением работы в адиабатном процессе, т. е.

$$l = [1/(n - 1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2), \quad (7-22)$$

или

$$l = [RT_1/n - 1] (1 - T_2/T_1) = [p_1 v_1/(n - 1)] [1 - (p_2/p_1)^{\frac{n-1}{n}}] = [p_1 v_1/(n - 1)] [1 - (v_1/v_2)^{n-1}]. \quad (7-23)$$

Изменение внутренней энергии газа и теплота в политропном процессе определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta u &= c_v (t_2 - t_1); \\ q &= c_n (t_2 - t_1) = c_v [(n - k)/(n - 1)] (t_2 - t_1). \end{aligned} \quad (7-24)$$

Располагаемая внешняя работа в политропном процессе по аналогии с адиабатным процессом равна

$$\int l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = [n/(n - 1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2) = [n/(n - 1)] R (T_1 - T_2). \quad (7-25)$$

Изменение энтальпии в политропном процессе

$$i_2 - i_1 = c_p (t_2 - t_1). \quad (7-26)$$

Значение n в любом политропном процессе может быть определено по координатам двух любых точек графика:

$$n = \frac{\lg p_1/p_2}{\lg v_2/v_1}; \quad n-1 = \frac{\lg T_2/T_1}{\lg v_1/v_2}; \quad \frac{n-1}{n} = \frac{\lg T_2/T_1}{\lg p_2/p_1}. \quad (7-27)$$

Изображая политропный процесс в логарифмических координатах, можно предложить простой способ для определения показателя n . Логарифмируя уравнение политропы, получим

$$\lg p + n \lg v = \text{const.}$$

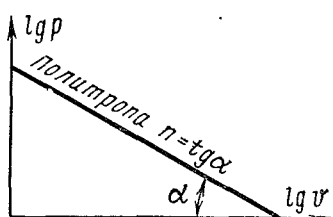


Рис. 7-7

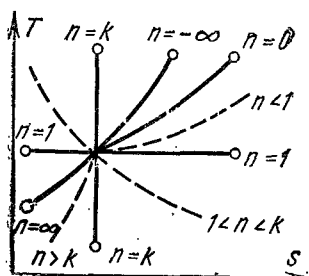


Рис. 7-8

Это уравнение представляет собой уравнение прямой линии в координатах $\lg p$ и $\lg v$, а показатель политропы n — тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс (рис. 7-7).

Изменение энтропии газа в политропном процессе определяется по формуле

$$ds = dq/T = c_n dT/T,$$

или для конечного изменения состояния

$$s_2 - s_1 = c_n \ln T_2/T_1 = c_v \left[\frac{(n-k)}{(n-1)} \right] \ln T_2/T_1. \quad (7-28)$$

Политропный процесс на Ts -диаграмме изображается (рис. 7-8) некоторой кривой, расположение которой зависит от показателя n .

На рис. 7-9 показано расположение политропных процессов на p -диаграмме, выходящих из одной и той же точки, в зависимости от величины показателя n .

Рассмотрим, как изменяется внутренняя энергия газа в политропных процессах. В изотермическом процессе при $n = 1$ внутренняя энергия газа не изменяется ($u_2 = u_1$). В изобарном процессе расширения при $n = 0$ внутренняя энергия увеличивается. В изохорном процессе с подводом теплоты при $n = -\infty$ внутренняя энергия возрастает. Отсюда можно сделать вывод, что все политропные процессы, т. е. процессы расширения, расположенные над изотермой, при $n < 1$, а про-

цессы сжатия при $n > 1$ протекают с увеличением внутренней энергии газа. Политропные процессы, т. е. процессы расширения, расположенные под изотермой, при $n > 1$, а процессы сжатия при $n < 1$ протекают с уменьшением внутренней энергии газа.

Рассмотрим, как изменяется знак теплоты в политропных процессах (рис. 7-9). В адиабатном процессе теплота не подводится и не отводится. В изотермическом ($n = 1$), изобарном ($n = 0$) процессах расширения и в изохорном процессе ($n = -\infty$) теплота подводится. Следовательно, все политропные процессы, т. е. процессы расширения, расположенные над адиабатой в пределах $k > n > -\infty$, а процессы сжатия при $\infty > n > k$ протекают с подводом теплоты к рабочему телу.

Политропные же процессы расширения при $\infty > n > k$, а процессы сжатия при $-\infty < n < k$ протекают с отводом теплоты.

Процессы, расположенные между адиабатой и изотермой, имеют отрицательную теплоемкость, так как знак dq и du в этих процессах различный. Поскольку $du = c_v dT$, следовательно, знак у du соответствует знаку у dT ($du > 0, dT > 0$ и $du < 0, dT < 0$). Тогда из выражения для теплоемкости $c = dq/dT$ видно, что она действительно отрицательна. Практически это означает, что при подводе теплоты в этих процессах температура уменьшается, а при отводе теплоты — увеличивается.

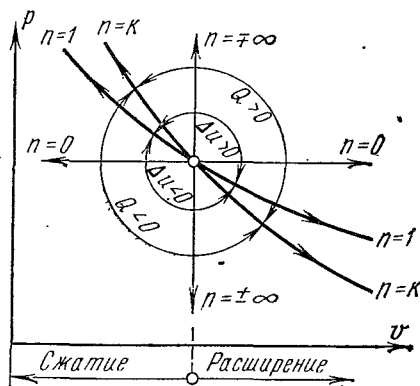


Рис. 7-9

Контрольные вопросы и примеры к VII главе

1. Дать определения основным термодинамическим процессам.
2. Как графически изображаются на p - v -диаграмме изохора, изобара, изотерма и адиабата?
3. Написать уравнения основных процессов.
4. Написать формулы соотношений между параметрами p , v и T для каждого процесса.
5. Объяснить увеличение температуры при расширении газа в изобарном процессе.
6. Доказать, что в изобарном процессе теплота равна изменению энтальпии.
7. Написать формулы работы изменения объема газа для каждого процесса.
8. Написать формулы располагаемой (полезной) работы для каждого процесса.
9. Почему в адиабатном процессе расширения тела температура убывает, а при сжатии увеличивается?

10. Каково взаимное расположение изотермы и адиабаты на p - v -диаграмме, проведенных из одной точки при расширении и при сжатии газа?

11. Какой процесс называется политропным?

12. При каком условии основные процессы идеального газа будут политропными?

13. Написать уравнение политропы и указать, в каких пределах изменяется показатель политропы.

14. Каковы значения показателя политропы для основных процессов?

15. Написать уравнение теплоемкости политропного процесса и показать, что из данного уравнения можно получить теплоемкости при всех основных термодинамических процессах.

16. В каких политропных процессах внутренняя энергия уменьшается и в каких увеличивается? Показать на p - v -диаграмме.

17. В каких политропных процессах теплота к газу подводится и в каких процессах отводится?

18. В каких политропных процессах и почему теплоемкость будет отрицательной? Что это означает?

19. По каким уравнениям вычисляется изменение энтропии в изохорном, изобарном, изотермном, адиабатном и политропном процессах?

Пример 7-1. В баллоне объемом $0,12 \text{ м}^3$ содержится воздух при абсолютном давлении $10 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$ и температуре 50° С . Определить конечное давление, количество теплоты и изменение энтропии при повышении температуры воздуха до 150° С .

Масса воздуха в баллоне равна

$$m = \frac{p_1 V}{RT_1} = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 0,12}{287,04 \cdot 323} = 1,29 \text{ кг.}$$

Конечное давление

$$p_2 = \frac{T_2 p_1}{T_1} = \frac{423 \cdot 10 \cdot 10^5}{323} = 13,1 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.$$

Количество подведенной теплоты равно

$$Q = m (c_{vm} \int_0^{t_2} t_2 - c_{vm} \int_0^{t_1} t_1) = 1,29 (0,722 \cdot 150 - 0,718 \cdot 50) = 94,0 \text{ кдж},$$

или

$$Q = m (u_2 - u_1) = 1,29 (108,5 - 35,9) = 94,0 \text{ кдж.}$$

Изменение энтропии

$$s_2 - s_1 = m c_v \ln T_2/T_1 = 1,29 \cdot 0,72 \cdot 2,3 \lg 423/323 = 0,252 \text{ кдж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Пример 7-2. 2 кг воздуха при постоянном абсолютном давлении в 2 бар и температуре 288° К расширяется до конечной температуры 423° К . Определить конечный объем воздуха, количество подведенной теплоты, работу расширения.

О т в е т: $V_2 = 2,54 \text{ м}^3$; $Q_p = 277 \text{ кдж}$; $L = 79,2 \text{ кдж}$.

Пример 7-3. 12 кг воздуха при абсолютном давлении в 6 бар и температуре 300° К расширяются при постоянной температуре, при этом объем увеличивается в 4 раза. Определить начальные и конечные параметры воздуха, количество подведенной теплоты и работу расширения.

Начальный объем воздуха определяем из уравнения состояния:

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{12 \cdot 287,04 \cdot 300}{6 \cdot 10^5} = 1,725 \text{ м}^3.$$

Конечный объем

$$V_2 = 1,725 \cdot 4 = 6,9 \text{ м}^3.$$

Конечное давление равно

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{6 \cdot 1,725}{6,9} = 1,5 \text{ бар}.$$

Работа расширения

$$L = p_1 V_1 \ln V_2/V_1 = 2,303 \cdot 6 \cdot 10^5 \cdot 1,725 \lg 6,9/1,725 = \\ = 1450000 \text{ Дж} = 1450 \text{ кДж}.$$

Количество подведенной теплоты равно работе расширения:

$$Q = L = 1450 \text{ кДж}.$$

Пример 7-4. 2 кг воздуха при начальном абсолютном давлении 10 бар и температуре 600° К расширяются по адиабате до конечного давления 1 бар. Определить конечный объем, конечную температуру, работу расширения. Показатель адиабаты для двухатомных газов $k = 1,4$.

Начальный объем воздуха определяем из уравнения состояния:

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{2 \cdot 287,04 \cdot 600}{10 \cdot 10^5} = 0,345 \text{ м}^3.$$

Из уравнения адиабаты получаем

$$V_2 = V_1 (p_1/p_2)^{1/k} = 0,345 (10/1)^{1/1,4} = 1,79 \text{ м}^3.$$

Конечную температуру определяем по формуле

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{mR} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1,79}{2 \cdot 287,04} = 312 \text{ °К}.$$

Работа расширения равна

$$L = [1/(k-1)] (p_1 V_1 - p_2 V_2) = [10^5/(1,4-1)] (10 \cdot 0,345 - \\ - 1 \cdot 1,79) = 415000 \text{ Дж} = 415 \text{ кДж}.$$

Пример 7-5. 3 кг воздуха с начальными параметрами $p_1 = 1 \text{ бар}$ и $T_1 = 300^\circ \text{ К}$ сжимаются по политропе до $p_2 = 15 \text{ бар}$ и $T_2 = 500^\circ \text{ К}$. Определить показатель политропы, конечный объем, работу сжатия и количество отведенной теплоты.

Показатель политропы

$$(n-1)/n = \frac{\lg T_2/T_1}{\lg p_2/p_1} = \frac{\lg 500/300}{\lg 15/1} = 0,187,$$

откуда $n = 1,23$.

Конечный объем

$$V_2 = \frac{mRT_2}{p_2} = \frac{3 \cdot 287,04 \cdot 500}{15 \cdot 10^5} = 0,287 \text{ м}^3.$$

Начальный объем

$$V_1 = V_2 (p_2/p_1)^{1/n} = 0,287 (15/1)^{1/1,23} = 2,57 \text{ м}^3.$$

Определяем работу сжатия:

$$L = [1/(n-1)] (p_1 V_1 - p_2 V_2) = [10^5/(1,23-1)] (1 \cdot 2,57 - 15 \cdot 0,287) = 763000 \text{ Дж} = 763 \text{ кДж}.$$

Количество отведенной теплоты

$$Q = mc_v [(n-k)/(n-1)] (T_2 - T_1) = 3 \cdot 0,72 [(1,23-1,4)/(1,23-1)] (500-300) = -316 \text{ кДж},$$

где

$$c_v = \mu c_v / \mu = 20,8/28,9 = 0,72 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta u = mc_v (T_2 - T_1) = 3 \cdot 0,72 \cdot 200 = 432 \text{ кДж}.$$

При сжатии воздуха с показателем $n = 1,23$ работа сжатия делится на две части: одна часть в форме теплоты отводится в холодильник; другая часть расходуется на увеличение внутренней энергии рабочего тела.

Пример 7-6. В политропном процессе температура воздуха уменьшается с 120 до 50° С. Начальное давление воздуха $p_1 = 5 \text{ бар}$. Определить изменение энтропии воздуха, если воздуху в рассматриваемом процессе сообщается 60 кДж/кг теплоты. Теплоемкость воздуха (см. пример 7-5) $C_v = 0,72 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}$.

Определяем показатель политропы из уравнения

$$q = c_v [(n-k)/(n-1)] (t_2 - t_1),$$

откуда

$$(n-1,4)/(n-1) = q/c_v (t_2 - t_1) = 60/0,72 (50-120) = -1,19, \quad \text{а} \\ n = 1,18.$$

Определяем p_2 :

$$p_2/p_1 = (T_2/T_1)^{n/(n-1)}, \quad p_2 = p_1 (T_2/T_1)^{n/(n-1)} = 5 (323/393)^{6,56} = 1,38 \text{ бар}.$$

Находим изменение энтропии:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2/T_1 - R \ln p_2/p_1 = 1,0 \cdot 2,3 \lg 0,822 - 0,287 \cdot 2,3 \lg 0,276 = 0,173 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Изменение энтропии можно найти и по другой формуле:

$$s_2 - s_1 = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln T_2/T_1 = 0,173 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 8-1. Основные положения второго закона термодинамики

Первый закон термодинамики, являясь частным случаем всеобщего закона сохранения и превращения энергии, утверждает, что теплота может превращаться в работу, а работа в теплоту, не устанавливая условий, при которых возможны эти превращения.

Он совершенно не рассматривает вопроса о направлении теплового процесса, а не зная этого направления, нельзя предсказать его характер и результаты.

Например, первый закон не решает вопроса о том, будет ли совершаться переход теплоты от нагретого тела к холодному или обратно. Повседневные наблюдения и опыты показывают, что теплота сама собой может переходить только от нагретых тел к более холодным. Передача теплоты от нагретого тела к среде будет происходить до полного температурного равновесия с окружающей средой. Только за счет затраты работы можно изменить направление движения теплоты.

Это свойство теплоты резко отличает ее от работы.

Работа, как и все другие виды энергии, участвующие в каком-либо процессе, легко и полностью превращается в теплоту. Полная превращаемость работы в теплоту была известна человеку в глубокой древности, когда он добывал огонь трением двух кусков дерева. Процессы превращения работы в теплоту происходят в природе непрерывно: трение, удар, торможение и т. д.

Совершенно иначе ведет себя теплота, например, в тепловых машинах. Превращение теплоты в работу происходит только при наличии разности температур между источником теплоты и теплоприемником. При этом вся теплота не может быть превращена в работу.

Из сказанного следует, что между преобразованием теплоты в работу и обратно существует глубокое различие. Закон, позволяющий указать направление теплового потока и устанавливающий максимально возможный предел превращения теплоты в работу в тепловых машинах, представляет собой новый закон, полученный из опыта. Это и есть *второй закон термодинамики*, имеющий общее значение для всех тепловых процессов. Второй закон термодинамики не ограничивается рамками техники, он применяется в физике, химии, биологии, астрономии и др.

В 1824 г. Сад Карно, французский инженер и ученый, в своих рассуждениях о движущей силе* огня изложил сущность второго закона. Он писал: «Повсюду, где имеется разность температур, может происходить возникновение движущей силы. Движущая сила тепла не зависит от агентов, взятых для ее развития: ее количество исключительно определяется температурой тел, между которыми, в конечном счете, производится перенос теплорода. Температура газа должна быть пер-

* Под «движущей силой» С. Карно понимал работу.

воначально как можно выше, чтобы получить значительное развитие движущей силы. По той же причине охлаждение должно быть как можно больше. Нельзя надеяться, хотя бы когда-либо, практически использовать всю движущую силу топлива».

В 50-х годах прошлого столетия Клаузиусом была дана наиболее общая и современная формулировка второго закона термодинамики в виде следующего постулата: «Теплота не может переходить от холодного тела к более нагретому сама собой даровым процессом (без компенсации)». Постулат Клаузиуса должен рассматриваться как закон экспериментальный, полученный из наблюдений над окружающей природой. Заключение Клаузиуса было сделано применительно к области техники, но оказалось, что второй закон в отношении физических и химических явлений также правилен. Постулат Клаузиуса, как и все другие формулировки второго закона, выражает собой один из основных, но не абсолютных законов природы, так как он был сформулирован применительно к объектам, имеющим конечные размеры в окружающих нас земных условиях.

Одновременно с Клаузиусом в 1851 г. Томсоном была высказана другая формулировка второго закона термодинамики, из которой следует, что не вся теплота, полученная от теплоотдатчика, может перейти в работу, а только некоторая ее часть. Часть теплоты должна перейти в теплоприемник.

Следовательно, для получения работы необходимо иметь источник теплоты с высокой температурой, или *теплоотдатчик*, и источник теплоты с низкой температурой, или *теплоприемник*. Кроме того, постулат Томсона показывает, что построить вечный двигатель, который бы создавал работу за счет использования только одной внутренней энергии морей, океанов, воздуха не представляется возможным. Это положение можно формулировать как второй закон термодинамики: «Осуществление вечного двигателя второго рода невозможно» (Оствальд).

Под вечным двигателем второго рода подразумевается такой двигатель, который способен целиком превращать в работу всю теплоту, полученную только от одного источника.

Кроме изложенных имеется еще несколько формулировок второго закона термодинамики, которые по существу не вносят чего-либо нового и поэтому не приводятся.

§ 8-2. Круговые термодинамические процессы, или циклы

В рассмотренных ранее термодинамических процессах изучались вопросы получения работы или вследствие подведенной теплоты, или вследствие изменения внутренней энергии рабочего тела, или одновременно вследствие того и другого. При однократном расширении газа в цилиндре можно получить лишь ограниченное количество работы. Действительно, при любом процессе расширения газа в цилиндре все же наступит момент, когда температура и давление рабочего тела станут равными температуре и давлению окружающей среды и на этом прекратится получение работы.

Следовательно, для повторного получения работы необходимо в процессе сжатия вернуть рабочее тело в первоначальное состояние. Из рис. 8-1 следует, что если рабочее тело расширяется по кривой 1-3-2, то оно производит работу, изображаемую на p - v -диаграмме пл. 13245. По достижении точки 2 рабочее тело должно быть возвращено в начальное состояние (в точку 1), для того чтобы оно снова могло произвести работу. Процесс возвращения тела в начальное состояние может быть осуществлен тремя путями.

1. Кривая сжатия 2-3-1 совпадает с кривой расширения 1-3-2. В таком процессе вся полученная при расширении работа (пл. 13245) равна работе сжатия (пл. 23154) и положительная работа равна нулю.

2. Кривая сжатия 2-6-1 располагается над линией расширения 1-3-2; при этом на сжатие затрачивается большее количество работы (пл. 51624), чем ее будет получено при расширении (пл. 51324).

3. Кривая сжатия 2-7-1 располагается под линией расширения 1-3-2. В этом круговом процессе работа расширения (пл. 51324) будет больше работы сжатия (пл. 51724). В результате вовне будет отдана положительная работа, изображаемая пл. 13271 внутри замкнутой линии кругового процесса, или цикла.

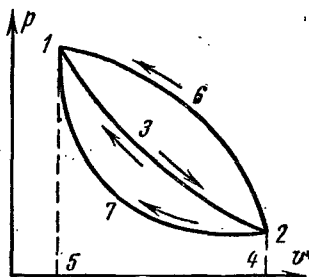


Рис. 8-1

Повторяя цикл неограниченное число раз, можно за счет подводимой теплоты получить любое количество работы.

Цикл, в результате которого получается положительная работа, называется *прямым циклом*, или *циклом теплового двигателя*; в нем работа расширения больше работы сжатия. Цикл, в результате которого расходуется работа, называется *обратным*; в нем работа сжатия больше работы расширения. По обратным циклам работают холодильные установки.

Циклы бывают обратимые и необратимые. Цикл, состоящий из равновесных обратимых процессов, называют *обратимым*. Рабочее тело в таком цикле не должно подвергаться химическим изменениям.

Если хоть один из процессов, входящих в состав цикла, является необратимым, то и весь цикл будет *необратимым*.

Результаты исследований идеальных циклов могут быть перенесены на действительные, необратимые процессы реальных машин путем введения опытных поправочных коэффициентов.

§ 8-3. Термический к. п. д. и холодильный коэффициент циклов

Исследование любого обратимого цикла показывает, что для его осуществления необходимо в каждой точке прямого процесса подводить теплоту от теплоотдачиков к рабочему телу при бесконечно малой разности температур и отводить теплоту от рабочего тела к теплоприемникам также при бесконечно малой разности температур. При этом температура двух соседних источников теплоты должна отличаться

ся на бесконечно малую величину, так как иначе при конечной разности температур процессы передачи теплоты будут необратимы. Следовательно, для создания теплового двигателя необходимо иметь бесконечно большое количество теплоотдатчиков, теплоприемников и рабочее тело.

На пути 1-3-2 (см. рис. 8-1) рабочее тело совершает работу расширения l_1 , численно равную пл. 513245, за счет теплоты q_1 , полученной от теплоотдатчиков, и частично за счет своей внутренней энергии. На пути 2-7-1 затрачивается работа сжатия l_2 , численно равная пл. 427154, часть которой в виде теплоты q_2 отводится в теплоприемники, а другая часть расходуется на увеличение внутренней энергии рабочего тела до начального состояния. В результате осуществления прямого цикла будет вовне отдана положительная работа, равная разности между работой расширения и сжатия. Эта работа $l = l_1 - l_2$.

Соотношение между количествами теплоты q_1 и q_2 и положительной работой l определяется первым законом термодинамики

$$q = q_1 - q_2 = u_2 - u_1 + l.$$

Так как в цикле конечное состояние тела совпадает с начальным, то изменение внутренней энергии рабочего тела не происходит и равно нулю, поэтому $q_1 - q_2 = l$.

Отношение количества теплоты, превращенной в положительную работу за один цикл, ко всей теплоте, подведенной к рабочему телу, называется *термическим коэффициентом полезного действия* прямого цикла:

$$\eta_t = (q_1 - q_2) / q_1 = 1 - q_2 / q_1 = l / q_1. \quad (8-1)$$

Значение η_t является показателем совершенства цикла теплового двигателя. Чем больше η_t , тем большая часть подведенной теплоты превращается в полезную работу. Величина термического к. п. д. цикла всегда меньше единицы и могла бы быть равна единице, если бы $q_1 \rightarrow \infty$ или $q_2 = 0$, чего осуществить нельзя.

Полученное уравнение (8-1) показывает, что всю подведенную в цикле к рабочему телу теплоту q_1 полностью превратить в работу невозможно без отвода некоторого количества теплоты q_2 в теплоприемник.

Таким образом, основная мысль Карно оказалась верной, а именно: в замкнутом круговом процессе теплота может превратиться в механическую работу только при наличии разности температур между теплоотдатчиками и теплоприемниками. Чем больше эта разность, тем выше к. п. д. цикла теплового двигателя.

Рассмотрим теперь обратный цикл, который проходит в направлении против часовой стрелки и изображается на p - v -диаграмме пл. 13261 (см. рис. 8-1). Расширение рабочего тела в этом цикле совершается при более низкой температуре, чем сжатие, и работа расширения (пл. 132451) получается меньше работы сжатия (пл. 162451). Такой цикл может быть осуществлен только при затрате внешней работы.

В обратном цикле от теплоприемников подводится к рабочему телу теплота q_2 и затрачивается работа l , переходящая в равное количество

теплоты, которые вместе передаются теплоотдатчиком:

$$q_1 = q_2 + l.$$

Без затраты работы сам собой такой переход невозможен.

Степень совершенства обратного цикла определяется так называемым *холодильным коэффициентом цикла*

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l}.$$

Холодильный коэффициент показывает, какое количество теплоты отнимается от теплоприемника при затрате одной единицы работы. Его величина, как правило, больше единицы.

§ 8-4. Прямой обратимый цикл Карно

При осуществлении обратимого произвольного цикла количество источников теплоты может быть уменьшено, если на отдельных участках цикла теплота будет отводиться и подводиться при неизменной температуре, т. е. в изотермных процессах. Предельным случаем будет тот, когда вся теплота в цикле будет подводиться и отводиться в изотермных процессах. В этом предельном случае потребуется всего два источника теплоты постоянной температуры: один теплоотдатчик и один теплоприемник.

Осуществить обратимо цикл при таких условиях можно следующим образом. Сначала в изотермном процессе расширения теплота обратимо подводится к рабочему телу от теплоотдатчика с постоянной температурой. Затем в обратимом адиабатном процессе расширения, в котором отсутствует теплообмен между рабочим телом и источниками теплоты, температура рабочего тела понижается до температуры теплоприемника. Далее в обратимом изотермном процессе при температуре теплоприемника происходит отвод теплоты от рабочего тела к нему. Замыкающим цикл процессом должен быть опять обратимый адиабатный процесс, в котором при отсутствии теплообмена с внешними источниками теплоты температура повышается до начальной и рабочее тело возвращается в первоначальное состояние. Таким образом, обратимый цикл, осуществленный между двумя источниками теплоты постоянной температуры, должен состоять из двух обратимых изотермных и двух обратимых адиабатных процессов.

Этот цикл впервые был рассмотрен Сади Карно в его работе «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу», опубликованной в 1824 г. Указанный цикл изображен в р-д диаграмме на рис. 8-2.

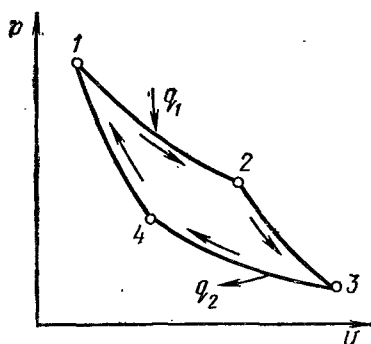


Рис. 8-2

Для лучшего уяснения порядка осуществления данного цикла представим себе тепловую машину, цилиндр которой может быть по мере надобности как абсолютно теплопроводным, так и абсолютно нетеплопроводным. Пусть в первом положении поршня начальные параметры рабочего тела будут p_1, v_1 , а температура T_1 равна температуре теплоотдатчика. Если в этот момент цилиндр будет абсолютно теплопроводным и если его привести в соприкосновение с теплоотдатчиком бесконечно большой емкости, сообщив рабочему телу теплоту q_1 по изотерме 1-2, то газ расширится до точки 2 и совершит работу. Параметры точки 2: p_2, v_2, T_1 . От точки 2 цилиндр должен быть абсолютно нетеплопроводным. Рабочее тело с температурой T_1 , расширяясь по адиабате 2-3 до температуры теплоприемника T_2 , совершит работу. Параметры точки 3: p_3, v_3, T_2 . От точки 3 делаем цилиндр абсолютно теплопроводным. Сжимая рабочее тело по изотерме 3-4, одновременно отводим теплоту q_2 в теплоприемник. В конце изотермного сжатия параметры рабочего тела будут p_4, v_4, T_2 . От точки 4 в абсолютно нетеплопроводном цилиндре адиабатным процессом сжатия 4-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние.

Таким образом, за весь цикл рабочему телу от теплоотдатчика была сообщена теплота q_1 и отведена в теплоприемник теплота q_2 .

Термический к. п. д. цикла

$$\eta_t = q_1 - q_2/q_1 = 1 - q_2/q_1.$$

Подведенную теплоту по изотерме 1-2 определяем так:

$$q_1 = RT_1 \ln v_2/v_1.$$

Абсолютное значение отведенной теплоты по изотерме 3-4 находим так:

$$|q_2| = RT_2 \ln v_3/v_4.$$

Подставляя найденные значения q_1 и q_2 в уравнение для термического к. п. д., получаем

$$\eta_t = 1 - \frac{RT_2 \ln v_3/v_4}{RT_1 \ln v_2/v_1} = 1 - \frac{T_2 \ln v_3/v_4}{T_1 \ln v_2/v_1}.$$

Для адиабатного процесса расширения и сжатия соответственно имеем

$$(T_2/T_1)^{1/(k-1)} = v_2/v_3 \text{ и } (T_2/T_1)^{1/(k-1)} = v_1/v_4,$$

откуда

$$v_2/v_3 = v_1/v_4 \text{ или } v_2/v_1 = v_3/v_4.$$

Следовательно, уравнение термического к. п. д. цикла Карно после сокращения принимает вид

$$\eta_t = 1 - T_2/T_1. \quad (8-2)$$

Термический к. п. д. обратимого цикла Карно зависит только от абсолютных температур теплоотдатчика и теплоприемника. Он будет тем больше, чем выше температура теплоотдатчика и чем ниже температура теплоприемника. Термический к. п. д. цикла Карно всегда

меньше единицы, так как для получения к. п. д., равного единице необходимо, чтобы $T_2 = 0$ или $T_1 = \infty$, что неосуществимо. Термический к. п. д. цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и при $T_2 = T_1$ равен нулю, т. е. если тела находятся в тепловом равновесии, то невозможно теплоту превратить в работу.

Термический к. п. д. цикла Карно имеет наибольшее значение по сравнению с к. п. д. любого цикла, осуществляемого в одном и том же интервале температур (см. § 8-15). Поэтому сравнение термических к. п. д. любого цикла и цикла Карно позволяет делать заключение о степени совершенства использования теплоты в машине, работающей по данному циклу.

В реальных двигателях цикл Карно не осуществляется вследствие практических трудностей. Однако теоретическое и практическое значение цикла Карно весьма велико. Он служит эталоном при оценке совершенства любых циклов тепловых двигателей.

Обратимый цикл Карно, осуществленный в интервале температур T_1 и T_2 , изображается на Ts -диаграмме прямоугольником 1234, (рис. 8-3).

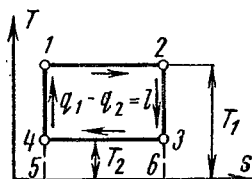


Рис. 8-3

§ 8-5. Обратный обратимый цикл Карно

Цикл Карно может протекать не только в прямом, но и в обратном направлении. На рис. 8-4 представлен обратный цикл Карно. Цикл состоит из обратимых процессов и в целом является обратимым.

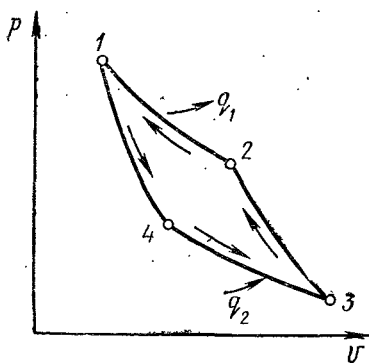


Рис. 8-4

Рабочее тело от начальной точки 1 расширяется по адиабате 1-4 без теплообмена с внешней средой, при этом температура T_1 уменьшается до T_2 . Затем следует дальнейшее расширение газа по изотерме 4-3 с подводом теплоты q_2 , которое отнимается от источника с низкой температурой T_2 . Далее следует адиабатное сжатие 3-2 с увеличением температуры рабочего тела от T_2 до T_1 . В течение последнего процесса происходит изотермное сжатие 2-1, во время которого к теплоприемнику с высокой температурой отводится теплота q_1 .

Рассматривая обратный цикл в целом, можно отметить, что затрачиваемая внешняя работа сжатия больше работы расширения на величину пл. 14321 внутри замкнутой линии цикла. Эта работа превращается в теплоту и передается вместе с теплотой q_2 источнику теплоты с температурой T_1 . Таким образом, затратив на осуществление обратного цикла работу l , можно перенести от теплоприемника к теплоот-

датчику q_2 единиц теплоты. При этом теплота, получаемая теплоприемником, равна

$$q_1 = q_2 + l.$$

Машина, работающая по обратному циклу, называется *холодильной машиной*.

Из рассмотрения обратного цикла Карно можно сделать вывод, что передача теплоты от источника с низкой температурой к источнику с высокой температурой, как это следует из постулата Клаузиуса, обязательно требует затраты энергии (не может совершаться даровым процессом без компенсации).

Характеристикой эффективности холодильных машин является холодильный коэффициент

$$\varepsilon = q_2 / (q_1 - q_2) = q_2 / l, \quad (8-3)$$

или для обратного цикла Карно

$$\varepsilon = T_2 / (T_1 - T_2). \quad (8-4)$$

Холодильный коэффициент обратного цикла Карно зависит от абсолютных температур T_2 и T_1 источников теплоты и обладает наибольшим значением по сравнению с холодильными коэффициентами других циклов, протекающих в тех же пределах температур.

После рассмотрения прямого и обратного циклов Карно можно несколько подробнее объяснить формулировку второго закона термодинамики, данную Клаузиусом.

Клаузиус показал, что все естественные процессы, протекающие в природе, являются процессами самопроизвольными (их иногда называют положительными, или некомпенсированными, процессами) и не могут «сами собой» без компенсации протекать в обратном направлении.

К самопроизвольным процессам принадлежат: переход теплоты от более нагретого тела к менее нагретому; превращение работы в теплоту; взаимная диффузия жидкостей или газов; расширение газа в пустоту и т. п.

К несамопроизвольным процессам относятся процессы, противоположные вышеприведенным самопроизвольным процессам: переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому; превращение теплоты в работу; разделение на составные части диффундировавших друг в друге веществ и т. п. Процессы-несамопроизвольные возможны, но они никогда не протекают «сами собой» без компенсации. Приведем несколько примеров.

При изотермном расширении идеального газа его внутренняя энергия остается без изменения, а вся сообщаемая газу теплота полностью превращается в работу. Компенсацией этого превращения теплоты в работу здесь является самопроизвольный процесс расширения газа. Если бы, не меняя температуры, вернуть объем газа к начальному состоянию, то необходимо было бы затратить на сжатие газа работу в том же количестве, в котором работа была получена, причем обратно

выделилось бы то же количество теплоты. В итоге никакого превращения теплоты в работу не было бы.

Какие же процессы должны сопровождать несамопроизвольные процессы, чтобы сделать их возможными? Тщательное и всестороннее изучение окружающих нас физических явлений показало, что несамопроизвольные процессы только тогда возможны, когда они сопровождаются процессами самопроизвольными. Следовательно, самопроизвольный — процесс может произойти «сам собой», несамопроизвольный — только вместе с самопроизвольным. Это означает, что самопроизвольные процессы превращения работы в теплоту происходят в природе полностью «сами собой» без всяких компенсаций, а несамопроизвольные процессы превращения теплоты в работу осуществить без компенсации нельзя. Поэтому, например, в любом прямом круговом процессе несамопроизвольный процесс превращения теплоты в работу компенсируется одновременным самопроизвольным процессом передачи части подведенной теплоты от теплоотдатчика к теплоприемнику ($l = q_1 - q_2$).

При осуществлении обратного цикла несамопроизвольный процесс переноса теплоты от менее нагретого тела к более нагретому также возможен, но здесь он компенсируется самопроизвольным процессом превращения затраченной извне работы в теплоту ($q_1 = q_2 + l$).

Таким образом, всякий несамопроизвольный процесс может только тогда произойти, когда он сопровождается компенсирующим самопроизвольным процессом.

§ 8-6. Теорема Карно

При выводе термодинамического к. п. д. обратимого цикла Карно были использованы соотношения, справедливые только для идеального газа. Поэтому, для того чтобы можно было распространить все сказанное о цикле Карно на любые реальные газы и пары, необходимо доказать, что термический к. п. д. цикла Карно не зависит от свойств вещества, с помощью которого осуществляется цикл. Это и является содержанием теоремы Карно.

Для доказательства этой теоремы предположим, что две машины работают по обратимому циклу Карно с различными рабочими телами (рис. 8-5).

У первой машины I рабочее тело — идеальный газ, у второй II — пар. Обе машины имеют общий теплоотдатчик и теплоприемник. Пусть газовая и паровая машины получают теплоту q_1 , а отдают теплоприемнику: газовая — q_2 , паровая — q'_2 .

К. п. д. этих машин

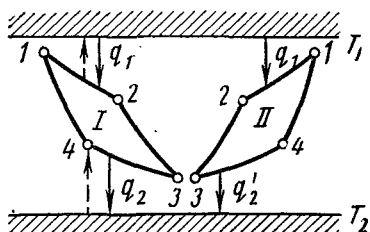


Рис. 8-5

$$\eta_i = (q_1 - q_2)/q_1 \text{ и } \eta'_i = (q_1 - q'_2)/q_1.$$

Они будут одинаковыми, если $q_2 = q'_2$, и будут различны, если $q_2 \neq q'_2$.

Теорема Карно доказывается от противного. Предположим, что $q'_2 < q_2$, тогда $\eta'_i > \eta_i$, т. е. паровая машина совершает большую положительную работу. Докажем, что этого не может быть. Посадим обе машины на общий вал и заставим паровую машину работать по прямому циклу 1-2-3-4-1, а газовую—по обратному циклу 1-4-3-2-1. Паровая машина получает теплоту q_1 , а отдает q'_2 . Положительная работа l' изображается пл. цикла 12341 и равна $l' = q_1 - q_2$.

Газовая машина совершает обратный цикл Карно. Она получает теплоту q_2 от теплопремника и затрачивает работу l . Когда цикл завершается, то источник теплоты получает q_1 теплоты. Затраченная работа l равна $l = q_1 - q_2$.

В результате работы двух машин, учитывая первоначальное условие, что $q'_2 < q_2$, получается избыток работы:

$$l' - l = (q_1 - q'_2) - (q_1 - q_2) = q_2 - q'_2 > 0.$$

Вследствие работы двух машин произошли следующие изменения: теплоотдатчик отдал и получил теплоту q_1 ; теплоприемник отдал теплоту q_2 , а получил теплоту q'_2 или потерял теплоту $q_2 - q'_2$, которая пошла на совершение положительной работы. При этом никаких изменений в системе и окружающей среде не произошло.

Таким образом, получен вечный двигатель II рода, что противоречит второму закону термодинамики. Значит, предположение, что $q'_2 < q_2$, неверно.

Такой же результат получается, если предположить, что $q'_2 > q_2$. Поэтому остается один возможный вариант, когда $q'_2 = q_2$, а это значит, что и $\eta'_i = \eta_i$, т. е. действительно термический к. п. д. обратимого цикла Карно не зависит от свойств рабочего тела и является только функцией температур теплоотдатчика и теплоприемника.

§ 8-7. Свойства обратимых и необратимых циклов и математическое выражение второго закона термодинамики

Из выражения термического к. п. д. следует, что

$$\eta_i = 1 - Q_2/Q_1,$$

но для обратимого цикла Карно термический к. п. д. еще выражается через температуры источников теплоты

$$\eta_i = 1 - T_2/T_1.$$

Из сравнения этих двух уравнений следует, что для цикла Карно

$$Q_2/Q_1 = T_2/T_1 \text{ и } Q_1/T_1 = Q_2/T_2 \text{ или } Q_1/T_1 - Q_2/T_2 = 0.$$

Считаем подводимую теплоту Q_1 величиной положительной, а отводимую Q_2 — отрицательной, тогда

$$Q_1/T_1 + Q_2/T_2 = 0 \text{ или } \sum Q/T = 0. \quad (8-5)$$

Отношение подводимой или отводимой теплоты к соответствующей абсолютной температуре называется *приведенной теплотой*. Тогда равенство (8-5) можно сформулировать так: алгебраическая сумма приведенных теплот для обратимого цикла Карно равна нулю.

Этот вывод может быть использован и для любого произвольного обратимого цикла.

Рассмотрим какой-либо произвольный обратимый цикл 1-2-3-4-1 (рис. 8-6). Разобьем такой цикл адиабатами на бесконечно большое количество элементарных циклов. Каждый элементарный цикл можно считать элементарным циклом Карно. Бесконечно малые участки подвода и отвода теплоты можно считать изотермами, а адиабаты на величину полезной работы не влияют, так как каждая из них проходит два раза в противоположных направлениях.

Для каждого элементарного цикла Карно

$$\sum dQ/T = 0,$$

а для всего произвольного цикла

$$\oint dQ/T = 0. \quad (8-6)$$

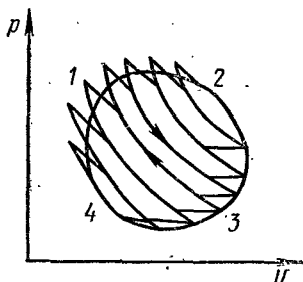


Рис. 8-6

Знак $\oint$ обозначает интегрирование по замкнутому контуру.

Таким образом, алгебраическая сумма приведенных теплот для любого обратимого цикла равна нулю.

Уравнение (8-6), выведенное Клаузиусом в 1854 г., представляет собой математическое выражение второго закона термодинамики для произвольного обратимого цикла и называется *первым интегралом Клаузиуса*.

Для необратимого цикла Карно термический к. п. д. будет меньше соответствующего к. п. д. обратимого цикла при одинаковых температурах теплоотдатчика и теплоприемника:

$$\eta_{t, \text{ необр}} < \eta_{t, \text{ обрат}},$$

или

$$1 - Q_2/Q_1 < 1 - T_2/T_1;$$

$$T_2/T_1 < Q_2/Q_1; \quad Q_1/T_1 < Q_2/T_2 \text{ и } Q_1/T_1 - Q_2/T_2 < 0.$$

Так как Q_2/T_2 есть величина отрицательная, то для необратимого цикла Карно получаем

$$\frac{Q_1}{T_1} - \left(-\frac{Q_2}{T_2} \right) < 0, \text{ или } \sum \frac{Q}{T} < 0.$$

Алгебраическая сумма приведенных теплот для необратимого цикла Карно меньше нуля; она является величиной отрицательной. Для произвольного необратимого цикла, составленного из бесконечно большого количества необратимых элементарных циклов, получаем

$$\oint dQ/T < 0. \quad (8-7)$$

Неравенство (8-7) представляет собой математическое выражение второго закона термодинамики для произвольного необратимого цикла и называется *вторым интегралом Клаузиуса*.

Объединяя обе формулы (8-6) и (8-7), можно математическое выражение второго закона представить одним уравнением

$$\oint dQ/T \leq 0, \quad (8-8)$$

где знак равенства относится к обратимым, а знак неравенства — к необратимым циклам.

§ 8-8. Изменения энтропии в обратимых и необратимых процессах

В обратимом круговом процессе интеграл, взятый от dQ/T по замкнутому контуру, равен нулю. Поэтому величина dQ/T представляет собой полный дифференциал некоторой функции, которая зависит только от данного состояния тела. Эта функция обозначается S и называется *энтропией*. Тогда

$$dS = dQ/T. \quad (8-9)$$

Проинтегрировав уравнение (8-9) по какому-либо пути 1-2, получаем

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dQ/T. \quad (8-10)$$

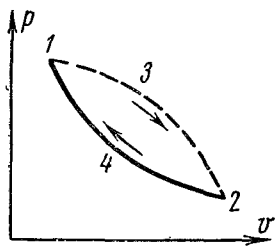


Рис. 8-7

При обратимом адиабатном процессе, когда $dQ = 0$,

$$dS = 0 \text{ и } S_2 = S_1 = \text{const},$$

т. е. в адиабатном обратимом процессе энтропия не изменяется.

Рассмотрим изменение энтропии при необратимых процессах. Для этого проведем между состояниями 1 и 2 обратимый процесс 2-4-1 и условно пунктиром необратимый 1-3-2 (рис. 8-7). Полученный в результате этих процессов цикл будет необратимым. Согласно уравнению (8-7) получаем

$$\int_{1-3-2} dQ/T + \int_{2-4-1} dQ/T < 0.$$

Так как процесс 2-4-1 обратимый, то второй интеграл равен разности $S_1 - S_2$, поэтому

$$\int_{1-3-2} dQ/T + (S_1 - S_2) < 0,$$

или

$$S_2 - S_1 > \int_{1-3-2} dQ/T. \quad (8-11)$$

Знак неравенства в уравнении (8-11) указывает на то, что в случае необратимого процесса интеграл в правой части его уже не выражает собой разности энтропий, а меньше ее.

Объединяя уравнения (8-10) и (8-11), находим

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 dQ/T. \quad (8-12)$$

Энтропия есть функция состояния, поэтому изменение энтропии как для обратимого, так и необратимого процессов будет одним и тем же.

Уравнение (8-12) показывает, что для обратимого процесса $\int_1^2 dQ/T$ равен изменению энтропии $S_2 - S_1$, а для необратимого он меньше, чем $S_2 - S_1$.

Так как уравнение (8-8) выражает собой второй закон термодинамики, то и уравнение (8-12) выражает тот же закон, но для более общего случая. Выражение (8-8) применимо только к циклам, тогда как выражение (8-12) применимо к любым процессам, в которых начальное и конечное состояния 1 и 2 различны между собой. Выражение (8-8) получается из (8-12) как частный случай.

Для элементарного необратимого процесса

$$ds > dQ/T. \quad (8-13)$$

Объединяя уравнения (8-9) и (8-13), можно записать, что для всякого процесса изменение энтропии удовлетворяет соотношению

$$ds \geq dQ/T, \quad (8-14)$$

где dQ — количество теплоты, полученное телом от источника теплоты; T — абсолютная температура источника теплоты; знак равенства относится к обратимым, а знак «больше» — к необратимым процессам.

Все вышеприведенные формулы и, в частности, (8-12) позволяют определить только изменение энтропии.

Значение энтропии для какого-либо заданного состояния должно всегда содержать некоторую постоянную величину S_0 (константу интегрирования), которая представляет собой значение энтропии тела при температуре абсолютного нуля:

$$S = \int dQ/T + S_0,$$

где интегрирование производится вдоль произвольного обратимого процесса. Численное значение постоянной интегрирования S_0 не может быть определено с помощью первого и второго законов термодинамики. Ниже будет показано, что эта величина определяется с помощью так называемой тепловой теоремы Нернста (см. § 9-10).

Для многих практических задач термодинамики важным является не абсолютное значение энтропии, а ее изменение, благодаря чему численное значение постоянной интегрирования S_0 является несущественным. Обычно значение S_0 выбирают произвольно, исходя из условий практического удобства.

§ 8-9. Обобщенный (регенеративный) цикл Карно

Более высокий термический к. п. д., чем у обратимого цикла Карно, в заданном интервале температур получить нельзя. Однако можно осуществить другие обратимые циклы при наличии двух источников теплоты постоянной температуры, которые отличаются по своей конфигурации от цикла Карно, но при некоторых дополнительных условиях имеют термический к. п. д., равный к. п. д. цикла Карно. Такими циклами являются обобщенные, или регенеративные.

На рис. 8-8 изображен цикл 1-2-3-4, состоящий из двух изотерм 1-2 и 3-4 и двух любых произвольных обратимых процессов; 2-3 и 4-1, эквидистантных в горизонтальном направлении. В изотермическом процессе 1-2 от теплоотдатчика с температурой T_1 к рабочему телу под-

водится количество теплоты $q_1 = T_1(s_2 - s_1)$. В процессе 2-3 рабочее тело изменяет свое состояние, отдавая некоторое количество теплоты q_{2-3} , измеряемое пл. 7328. Для осуществления обратимого перехода рабочего тела от точки 2 с температурой T_1 к точке 3, с температурой T_2 необходимо иметь бесконечно большое количество промежуточных источников теплоты (теплоприемников), температура которых отличается друг от друга на бесконечно малую величину. От точки 3 до

точки 4 рабочее тело изотермически сжимается, отдавая в теплоприемник при температуре T_2 количество теплоты $q_2 = T_2(s_3 - s_4)$, а затем по линии 4-1 возвращается к состоянию в точке 1. При переходе от точки 4 в точку 1 рабочее тело поглощает количество теплоты q_{4-1} , измеряемое пл. 5416. В качестве промежуточных теплоотдатчиков при осуществлении обратного процесса 4-1 используются те же самые источники теплоты, которые применялись в процессе 2-3 в качестве теплоприемников. Вследствие эквидистантности процессов 2-3 и 4-1 пл. 7328 и 5416 равны друг другу и количества теплоты q_{2-3} и q_{4-1} одинаковы по абсолютной величине, т. е. сколько теплоты рабочее тело отдает в процессе 2-3, столько же оно получает в процессе 4-1. Все эти промежуточные теплоприемники и теплоотдатчики являются только регенераторами теплоты, которые получают на одном участке цикла от рабочего тела теплоту и отдают ее в том же количестве рабочему телу на другом участке цикла. В рассматриваемом цикле 1-2-3-4 действительными внешними источниками теплоты являются только теплоотдатчик с температурой T_1 и теплоприемник с температурой T_2 . Работа цикла совершается за счет теплоты q_1 , отдаваемой теплоотдатчиком рабочему телу; другая часть, равная q_2 , передается теплоприемнику, а разность количеств теплоты $q_1 - q_2$ преобразуется в положительную работу цикла.

Действительно,

$$l = q_1 - q_{2-3} - q_2 + q_{4-1},$$

или

$$l = q_1 - q_2.$$

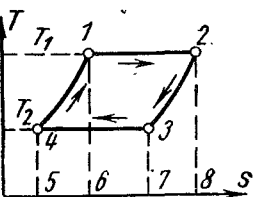


Рис. 8-8

Термический к. п. д. данного цикла определяется по уравнению

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{T_1 (s_2 - s_1) - T_2 (s_3 - s_4)}{T_1 (s_2 - s_1)}.$$

Так как кривые 2-3 и 4-1 эквидистантны, то

$$s_1 - s_4 = s_2 - s_3 \text{ и } s_2 - s_1 = s_3 - s_4$$

и к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = (T_1 - T_2)/T_1.$$

Термический к. п. д. рассмотренного обратимого цикла равен термическому к. п. д. обратимого цикла Карно.

Цикл, в котором принимают участие регенераторы теплоты, называется *регенеративным циклом*. Регенеративный обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух любых произвольных эквидистантных кривых, называется *обобщенным* (регенеративным) *циклом Карно*. Регенеративные циклы получили широкое применение в теплосиловых установках.

§ 8-10. Принцип возрастания энтропии и физический смысл второго закона термодинамики

Рассмотрим изменение энтропии в изолированной системе, которая не имеет теплообмена с окружающей средой ($dQ = 0$); ее можно назвать *адиабатной системой*.

Положим, имеется изолированная адиабатная система, в которой происходят термодинамические процессы. Если в этой изолированной системе протекают только обратимые процессы, то для нее можно применить уравнение (8-9)

$$dS = dQ/T,$$

но для адиабатной системы это уравнение принимает вид

$$dQ = TdS = 0.$$

Так как температура не может равняться нулю, то для всей системы

$$dS = 0 \text{ и } S = \text{const.} \quad (8-15)$$

Если в изолированной адиабатной системе происходят только обратимые процессы, то энтропия всей системы остается величиной постоянной.

Рассмотрим адиабатную систему при наличии в ней необратимых процессов, для которых применяется уравнение (8-13)

$$dS > dQ/T,$$

Так как $dQ = 0$, то для изолированной адиабатной системы

$$dS > 0, \quad (8-16)$$

т. е. происходит увеличение энтропии.

Таким образом, уравнения (8-15) и (8-16) показывают, что энтропия изолированных систем ($dQ = 0$) может оставаться постоянной при ее обратимых изменениях и возрастать при необратимых изменениях, но ни при каких условиях не может уменьшаться. При этом необходимо сделать следующее замечание: энтропия отдельных тел в изолированной системе может не только увеличиваться или оставаться без изменения, но и уменьшаться, например при отдаче телом теплоты.

Обобщая полученные результаты для обратимых и необратимых процессов, происходящих в изолированной системе, можно уравнения (8-15) и (8-16) представить в виде

$$dS \geq 0. \quad (8-17)$$

Знак равенства относится к обратимым, а знак «больше» — к необратимым процессам.

Все действительные процессы являются необратимыми, поэтому энтропия изолированной системы всегда увеличивается. Сам факт увеличения энтропии, казалось бы, особенного значения не имеет, однако возрастание энтропии при необратимых процессах связано с уменьшением работоспособности изолированной системы.

Возьмем идеальную машину, работающую по циклу Карно, в которой рабочему телу передается теплота Q_1 при температуре T_1 и отводится теплота Q_2 в теплоприемник при температуре T_2 .

Положительная работа $L = Q_1 - Q_2$.

К. п. д. цикла

$$\eta_t = (Q_1 - Q_2)/Q_1 = L/Q_1,$$

или

$$L = \eta_t Q_1 = Q_1 (1 - T_2/T_1). \quad (8-18)$$

Введем между теплоотдатчиком с температурой T_1 и рабочим телом промежуточный источник теплоты с температурой $T_2' < T_1' < T_1$. Будем передавать теплоту от теплоотдатчика сначала обратимым путем (при конечной разности температур) промежуточному источнику, а от него при температуре T_1' — рабочему телу, осуществляющему обратимый цикл Карно.

Если количество теплоты Q_1 будет поступать в машину с более низкой температурой $T_1' < T_1$, то, очевидно, положительная работа должна уменьшиться, так как уменьшается разность температур, между которыми осуществляется обратимый цикл Карно.

Тогда

$$L' = Q_1 \eta_t' = Q_1 (1 - T_2/T_1').$$

Уменьшение работоспособности рабочего тела вследствие введения дополнительного необратимого процесса передачи теплоты от теплоотдатчика к промежуточному источнику теплоты определяется из уравнения

$$\begin{aligned} L_0 &= L - L' = Q_1 [(1 - T_2/T_1) - (1 - T_2/T_1')] = \\ &= Q_1 (T_2/T_1' - T_2/T_1), \end{aligned}$$

или

$$L_0 = T_2 (Q_1/T_1' - Q_1/T_1) = T_2 \Delta S_{\text{сист.}} \quad (8-19)$$

Это уравнение носит название *уравнения Гюи — Стодолы*. Уменьшение работоспособности изолированной системы, в которой происходят необратимые процессы, равно произведению из приращения энтропии системы на абсолютную температуру теплоприемника. Эта потеря работоспособности представляет собой теплоту, бесполезно переданную окружающей среде. Все необратимые процессы в изолированной системе сопровождаются обесценением энергии, которая из более полезной формы переходит в менее полезную. Происходит рассеивание энергии и ее деградация. Энтропия системы при этом увеличивается.

Все самопроизвольные, т. е. необратимые, процессы протекают всегда с увеличением энтропии. Таким образом, принцип возрастания энтропии изолированной системы представляет собой общее выражение второго закона термодинамики.

§ 8-11. Максимальная работа. Эксергия

В термодинамике имеет большое значение понятие о работе, которую совершает изолированная система при изменении своего состояния и условий, при которых получается максимальная работа.

Получение работы возможно только от такой системы, которая не находится в равновесном состоянии с окружающей средой, т. е. когда в общем случае давление p_1 и температура T_1 системы больше давления p_0 и температуры T_0 среды, с которой взаимодействует система. По мере совершения работы изолированная система будет приближаться к равновесному состоянию со средой.

Если в изолированной системе имеются рабочие тела с различными температурами, то в такой системе рабочее тело с более высокой температурой может произвести работу (в идеальном случае путем неоднократного повторения цикла Карно). В результате такого процесса температуры теплоотдатчиков будут понижаться, а температуры теплоприемников — повышаться. Когда эти температуры сравняются, дальнейшее получение работы прекратится. Следовательно, получение работы связано с переходом изолированной системы из неравновесного состояния в равновесное.

Максимальную работу в цикле Карно можно получить только в том случае, когда температура рабочего тела равна температуре теплоотдатчика и когда наименьшая температура рабочего тела равна температуре теплоприемника, т. е. когда совершаются обратимые процессы. Отсюда максимальную работу в системе при переходе из неравновесного состояния в равновесное можно получить только при осуществлении обратимых адиабатных и изотермных процессов.

Рассмотрим вопрос, какую максимальную работу можно получить от рабочего тела (газа) при заданных условиях. Считаем рабочее тело и среду изолированной, адиабатной системой, к которой теплота не подводится и не отводится, т. е. $Q = 0$. Обозначим внутреннюю энергию системы в начальном состоянии U' и в конечном U'' . Тогда на основании первого закона термодинамики имеем

$$U'' - U' + L = Q = 0,$$

откуда произведенная работа равна

$$L = U' - U'' \quad (8-20)$$

Внутренняя энергия всей системы величина аддитивная и складывается из внутренней энергии окружающей среды и энергии источника работы.

Обозначим начальное и конечное значение внутренней энергии среды U_{01} и U_{02} , а начальное и конечное значение внутренней энергии источника работы U_1 и U_2 , тогда

$$U' = U_1 + U_{01} \text{ и } U'' = U_2 + U_{02}$$

и

$$L = U_1 + U_{01} - U_2 - U_{02} \text{ или } L = (U_1 - U_2) + (U_{01} - U_{02}). \quad (8-21)$$

Рабочее тело может обмениваться теплотой со средой и совершать работу против давления среды. Обозначим через Q_0 теплоту, переданную рабочим телом среде, а через L_0 — работу, совершаемую им над средой, получим

$$U_{02} - U_{01} = Q_0 + L_0.$$

Так как давление среды p_0 постоянно, то

$$L_0 = p_0 (V_2 - V_1),$$

где V_1 и V_2 — начальный и конечный объемы рабочего тела. Тогда

$$U_{01} - U_{02} = -Q_0 - p_0 (V_2 - V_1). \quad (8-22)$$

Подставляя значение изменения внутренней энергии среды из уравнения (8-22) в уравнение (8-21), находим

$$L = (U_1 - U_2) - Q_0 - p_0 (V_2 - V_1). \quad (8-23)$$

Теплота, сообщенная среде, Q_0 равна произведению постоянной температуры среды T_0 на изменение энтропии среды:

$$Q_0 = T_0 (S_{02} - S_{01}). \quad (8-24)$$

Подставляя уравнение (8-24) в уравнение (8-23), получим

$$L = (U_1 - U_2) - T_0 (S_{02} - S_{01}) - p_0 (V_2 - V_1). \quad (8-25)$$

Так как из всей работы вычитается часть ее $p_0 (V_2 - V_1)$, затраченная на вытеснение среды, то уравнение (8-25) определяет полезную работу системы при переходе из начального состояния в равновесное.

Из известного положения, что при протекании обратимых процессов энтропия замкнутой адиабатной системы не изменяется, следует

$$S_{02} - S_{01} = S_1 - S_2,$$

где S_1 и S_2 — энтропии рабочего тела в начальном и конечном состояниях.

Заменяя в уравнении (8-25) ($S_{02} - S_{01}$) на ($S_1 - S_2$), можно написать уравнение для максимальной полезной работы при обратимых процессах

$$L'_{\text{макс}} = (U_1 - U_2) - T_0 (S_1 - S_2) + p_0 (V_1 - V_2). \quad (8-26)$$

Уравнение (8-26) показывает, что максимальная полезная работа системы при заданных параметрах среды p_0 и T_0 определяется начальным состоянием рабочего тела и не зависит от пути изменения состояния. Нельзя получить от системы работу больше максимальной.

Для полного использования работоспособности источника работы необходимо, чтобы $p_0 = p_2$ и $T_0 = T_2$. При этих условиях и все остальные параметры рабочего тела будут определяться также параметрами среды, т. е.

$$U_2 = U_0 \text{ и } V_2 = V_0.$$

Тогда уравнение (8-26) запишется так:

$$L'_{\text{макс}} = (U_1 - U_0) - T_0 (S_1 - S_0) + p_0 (V_1 - V_0),$$

или

$$L'_{\text{макс}} = (I_1 - I_0) - T_0 (S_1 - S_0). \quad (8-27)$$

Здесь I_0 и S_0 — энтальпия и энтропия рабочего тела в состоянии равновесия с окружающей средой.

В уравнении (8-27) ($I_1 - I_2$) представляет собой полезную внешнюю работу в обратимом адиабатном процессе рабочего тела, а $T_0 (S_1 - S_0)$ — полезную внешнюю работу в обратимом изотермном процессе рабочего тела. Следовательно, как указывалось раньше, максимальная полезная работа, получаемая от рабочего тела, при изменении его состояния от первоначального до состояния среды получается при осуществлении обратимых адиабатных и изотермных процессов.

Полученную по уравнению (8-27) максимальную полезную работу называют *работоспособностью*, или *полной эксергией*, тела. За последнее время понятие эксергии широко используется при термодинамических исследованиях процессов. Метод исследования с помощью эксергии получил название *эксергетического*.

В общем случае удельной *эксергией* e называется величина удельной работоспособности теплоты, или потока рабочего тела, в обратимом термодинамическом процессе изменения состояния системы от начальных параметров до постоянных параметров среды. Этот обратимый переход для потока рабочего тела возможен двумя обратимыми процессами: адиабатным (с изменением температуры рабочего тела от начальной T_1 до температуры среды T_0) и изотермным (с изменением давления, соответствующего концу адиабатного процесса, до давления среды p_0). Поэтому эксергию потока рабочего тела можно определить по формуле (8-27), записанной для 1 кг рабочего тела:

$$e = (i_1 - i_0) - T_0 (S_1 - S_0).$$

Если в каком-либо процессе изменения состояния конечные параметры будут отличны от параметров среды, то действительная работа,

полученная в этом процессе, выразится как разность эксергий начала и конца процесса, т. е.

$$e_{\text{действ}} = e_1 - e_2.$$

Работоспособность, или эксергию, теплоты определяют из того условия, что максимально возможную работу можно получить при осуществлении обратимого цикла Карно между начальной температурой и температурой окружающей среды. Тогда

$$de_q = dq \eta_{\text{Карно}} = dq (1 - T_0/T)$$

или для всего процесса

$$e_q = \int_1^2 (1 - T_0/T) dq = (1 - T_0/T_{\text{ср}}) q_{1-2},$$

где e_q — эксергия (работоспособность) теплоты; $T_{\text{ср}}$ — средняя температура в процессе.

Если в каком-либо процессе суммарное количество поступающей в систему эксергии больше, чем отводимое от нее, то разность этих величин характеризует потери эксергии от необратимости процесса.

Следовательно, можно ввести понятие *эксергетического к. п. д.*, характеризующего степень обратимости протекающего процесса.

Эксергетический к. п. д. равен

$$\eta_e = 1 - \Delta e/e_1,$$

где Δe — разность подведенной и отведенной эксергий; e_1 — подведенная эксергия.

Новая величина оказалась весьма удобной для определения термодинамического совершенства любого теплового аппарата или его отдельных частей.

§ 8-12. Энтропия и статистический характер второго закона термодинамики

В конце XIX в. ряд ученых (Максвелл, Больцман, Гиббс, Смолуховский и др.) доказали в своих работах, что второй закон термодинамики не является абсолютным законом природы, а имеет значение только для макропроцессов и неприменим для микросистем.

Больцман дал статистическое толкование второго закона и отметил пределы его применимости. Кратко теорию Больцмана можно изложить следующим образом.

Положим, имеется сосуд, мысленно разделенный на две части: правую и левую. Пусть в этом сосуде находится одна молекула. Вероятность* нахождения этой молекулы в правой части сосуда равна 50%, или 1/2, так как с одинаковой вероятностью она могла бы находиться и в левой части.

* Здесь под *вероятностью* понимается математическая вероятность — это отношение числа благоприятных к числу равновероятных случаев.

Если в сосуде будут находиться две молекулы, то так как вероятность двух независимых друг от друга событий выражается произведением обеих отдельных вероятностей, вероятность одновременного нахождения двух молекул в правой части сосуда равна $(1/2) \cdot (1/2) = 1/4$. Если в сосуде поместить n молекул, то вероятность одновременного нахождения их в правой части сосуда, очевидно, выразится дробью: $P = 1/2^n$.

Принимая во внимание, что даже небольшое количество газа состоит из огромного числа молекул, можно сказать, что вероятность нахождения этого большого числа молекул только в одной части сосуда близка к нулю.

Все самопроизвольные процессы, протекающие от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным, необратимы и связаны с увеличением энтропии. Поэтому должна существовать связь между возрастанием энтропии системы и переходом ее от менее вероятного состояния к более вероятному. Максимум энтропии соответствует устойчивому равновесию системы, которое и является состоянием наиболее вероятным в данных условиях. Отсюда следует, что энтропия S адиабатной системы должна являться функцией термодинамической вероятности W^* ее состояния:

$$S = f(W).$$

Представим себе систему, разделенную на две части. Энтропии частей S_1 и S_2 , вероятности их состояния W_1 и W_2 ; энтропия и вероятность всей системы S и W .

Из основного положения Больцмана следует:

$$S_1 = f(W_1); S_2 = f(W_2); S = f(W).$$

Энтропия системы обладает свойством аддитивности, т. е. энтропия системы равна сумме энтропий ее отдельных частей:

$$S = S_1 + S_2,$$

а вероятность состояния системы равна произведению вероятностей отдельных частей:

$$W = W_1 W_2,$$

или

$$S = f(W_1 W_2) = f(W_1) + f(W_2).$$

Дифференцируя это равенство по W_1 , обозначая через f' производную от функции f по ее аргументу и учитывая, что $f(W_2)$ не зависит от (W_1) , в результате дифференцирования получим

$$f'(W_1 W_2) W_2 = f'(W_1).$$

Дифференцируя то же равенство по W_2 , получим

$$f'(W_1 W_2) W_1 = f'(W_2).$$

* Здесь и дальше под вероятностью понимается термодинамическая вероятность—это число микросостояний, реализующих данное макросостояние. Термодинамическая вероятность выражается целым, обычно очень большим числом.

Умножим первое из полученных уравнений на W_1 , а второе — на W_2 . Левые части обоих уравнений сделаются равными, а следовательно, должны быть равны и правые части:

$$\begin{aligned} f'(W_1 W_2) W_1 W_2 &= f'(W_1) W_1; \\ f'(W_1 W_2) W_1 W_2 &= f'(W_2) W_2; \\ f'(W_1) W_1 &= f'(W_2) W_2. \end{aligned}$$

Так как части системы совершенно произвольны и состоят из каких угодно тел, то последнее равенство показывает, что для всякой произвольной системы

$$W f'(W) = k,$$

где k — константа Больцмана, т. е. универсальная газовая постоянная, отнесенная к одной молекуле.

Из соотношения $S = f(W)$ следует, что

$$f' W = \frac{dS}{dW}.$$

Сравнивая последние два уравнения, находим

$$\frac{dS}{dW} = \frac{k}{W},$$

откуда после интегрирования получаем

$$S = k \ln W + C.$$

Полученное уравнение и есть уравнение Больцмана, связывающее энтропию системы с вероятностью ее состояния. Энтропия S замкнутой системы в равновесном и неравновесном состояниях пропорциональна натуральному логарифму вероятности данного состояния.

Отсюда и формулировка второго закона термодинамики по Больцману: «Всякое изменение состояния системы происходит самопроизвольно только в том направлении, при котором может иметь место переход частей системы от менее вероятного к более вероятному распределению».

Таким образом, Больцман показал, что возрастание энтропии нельзя рассматривать как нечто абсолютное.

Больцман первый указал на статистический, относительный характер второго закона термодинамики. Он обосновал принципиальную возможность не только возрастания энтропии в природе, но и ее уменьшение (например, при флуктуациях)*.

Однако, несмотря на прогрессивный характер идей Больцмана, необходимо указать на их слабое место. Больцман предполагал абсолютное равновесие мировой системы, в которой случайно встречаются отклонения в том или ином месте вселенной. С этим согласиться нельзя.

Энгельс в «Диалектике природы» указывал, что «с точки зрения диалектического материализма все процессы во вселенной являются процессами бесконечного и непрерывного саморазвития материи».

* Случайные отклонения различных физических величин от их средних или равновесных значений называются *флуктуациями*.

В мире происходят непрерывное разрушение и созидание. Природа не может находиться в состоянии покоя и неподвижности. Наши познания природы и процессов, происходящих в ней, еще слишком ограничены. Нет сомнения в том, что наука откроет процессы, сопровождающиеся уменьшением энтропии, т. е. наука узнает, каким путем теплота может превратиться в другую форму движения, в которой она может снова сосредоточиться и начать активно функционировать».

§ 8-13. О неправильных обобщениях Клаузиуса в вопросе о возрастании энтропии

Из анализа всех естественных самопроизвольных тепловых процессов видно, что все они необратимы и сопровождаются увеличением энтропии. Эти процессы в адиабатной системе прекращаются при достижении в ней теплового равновесия, энтропия при этом достигает своего максимального значения.

Указанное обстоятельство позволило Клаузиусу сделать необоснованный и ошибочный вывод о том, что «энтропия вселенной стремится к некоторому максимуму». Этот вывод Клаузиуса равносителен утверждению о неизбежности «тепловой смерти вселенной».

Высказывание Клаузиуса поддерживали и другие физики прошлого столетия. Так, английский ученый Томсон писал: «В настоящее время в материальном мире существует всеобщая тенденция к рассеянию механической энергии».

Физик Тэт утверждал, что «теплота, повсюду распространенная, равномерно разлитая, есть теплота выродившаяся, деградированная. Она не имеет никакой ценности. А эту деградированную форму должны будут принять все энергии миров».

Ошибка Клаузиуса заключается в неправомерности распространения выводов о возрастании энтропии, справедливых для конечных адиабатных систем, на бесконечную Вселенную. Эта идеалистическая концепция, утверждающая по существу конечность Вселенной и ее неизбежную гибель, утверждает вместе с тем и момент ее начала, т. е. «сотворения». Точка зрения идеалистов на второй закон содействовала укреплению позиции религии, которая получала в руки как бы научное обоснование своего учения о сотворении и конце мира.

По этому поводу известный физик Нернст писал: «Представление, что все происходящее на свете началось, так сказать, в один определенный день и к определенному же дню окончательно прекратится, является до такой степени невероятным, что всякую теорию, которая с необходимостью ведет к этому следствию, мы должны считать в высшей степени невероятной и поэтому необоснованной».

Поэтому нельзя распространять действие второго закона термодинамики, дающего достоверные результаты в земных условиях для конечных адиабатных систем, на всю Вселенную. В мире происходят не только процессы необратимого рассеяния энергии, но всегда происходят обратные процессы, в результате которых происходят возрождение энергии и ее концентрация. Возникают новые звездные миры, о чем свидетельствуют исследования за последние годы.

Энгельс первый высказал мысль о том, что излученная звездами в космическое пространство материя должна вновь сконцентрироваться и дать начало новому круговороту материи. Какие законы управляют возрождением энергии, мы еще не знаем, но вопросы возникновения миров будут решены человеком, это так же достоверно, как и то, что в природе не происходит никаких чудес.

§ 8-14. Абсолютная термодинамическая температура

Температура, характеризуя степень нагретости тел, является одной из важнейших величин в современной науке.

Измерение температуры тела с помощью различных газовых и жидкостных термометров зависит от индивидуальных свойств термометрических веществ вследствие неодинаковой зависимости коэффициента расширения различных жидкостей и газов от температуры. Из этого следует, что всякое измерение температуры тела с помощью термометров не дает возможности определить температуру, не зависящую от индивидуальных свойств применяемого вещества.

Безупречное определение температуры, не зависящее от свойств применяемого вещества, предложил Кельвин на основании второго закона термодинамики.

Если в обратимом цикле Карно рабочее тело (независимо от его природы) получает от теплоотдатчика теплоту Q_1 при температуре T_1 и отдает теплоприемнику теплоту Q_2 при температуре T_2 , то отношение абсолютных температур T_1/T_2 равно отношению количеств теплоты Q_1/Q_2 :

$$\eta_t = 1 - Q_2/Q_1 = 1 - T_2/T_1 \text{ или } Q_1/Q_2 = T_1/T_2. \quad (8-28)$$

Так как количества теплоты Q_1 и Q_2 могут быть предварительно измерены, то, выбрав одну реперную точку с температурой T_2 и проведя цикл Карно, в котором теплоприемник имел бы температуру T_2 , а теплоотдатчик температуру T_1 , на основании равенства (8-28) можно определить температуру T_1 любого тела.

Построенная таким образом температурная шкала называется *термодинамической температурной шкалой*, или *шкалой Кельвина*. Как уже говорилось ранее, на XI Генеральной конференции по мерам и весам в качестве основной температурной шкалы была принята термодинамическая, по которой температура измерялась в °К. Для воспроизведения этой шкалы была установлена единственная опорная (реперная) точка — тройная точка воды, в которой термодинамической температуре было присвоено значение, равное 273,16° К (точно).

Нижним пределом шкалы Кельвина является абсолютный нуль. Поэтому градус Кельвина равен 1/273,16 температурного интервала между тройной точкой воды и абсолютным нулем.

Если осуществить цикл между теплоотдатчиком с температурой T_1 и теплоприемником, в который отводилось бы количество теплоты, равное нулю ($Q_2 = 0$), то абсолютная температура теплоприемника должна была бы быть равной нулю. При этих условиях вся теплота Q_1 превратилась бы в полезную работу $L = Q_1$ и к. п. д. цикла был бы равен

единице. Поэтому абсолютный нуль температуры представляет собой низшую из всех возможных температур, когда к. п. д. цикла Карно равен единице. Такая температура принимается за *начальную точку абсолютной термодинамической шкалы*.

Таким образом, второй закон термодинамики позволяет определить температуру как величину, не зависящую от природы рабочего тела, и указывает путь построения абсолютной термодинамической шкалы температур.

§ 8-15. Среднеинтегральная температура

Для упрощения некоторых термодинамических исследований вводится понятие о среднеинтегральной температуре.

Среднеинтегральная температура на Ts -диаграмме получается как высота прямоугольника, площадь которого равна площади под кривой процесса 1-2 (рис. 8-9). Пл. 42134 изображает в некотором масштабе подведенную теплоту q . Очевидно, что среднеинтегральная температура будет являться высотой прямоугольника 3465, равновеликого пл. 42134. Из этого определения следует:

$$T_{\text{сн}} = \frac{\text{пл. } 42134}{3-4} = \frac{\text{пл. } 34653}{3-4},$$

$$\text{но пл. } 42134 = \int_1^2 T ds = q, \text{ а } 3-4 = s_2 - s_1,$$

поэтому

$$T_{\text{сн}} = \frac{\int_1^2 T ds}{s_2 - s_1} = \frac{q}{s_2 - s_1}. \quad (8-29)$$

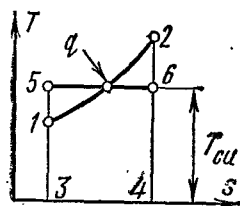


Рис. 8-9

Среднеинтегральная температура для любого процесса равна отношению количества теплоты, участвующей в процессе, к изменению энтропии рабочего тела. Отсюда количество теплоты, участвующее в процессе, равно произведению среднеинтегральной температуры на изменение энтропии в данном процессе. Например, для любого политропного процесса

$$q = c_n (T_2 - T_1) = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1)$$

и

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} dq/T = \int_{T_1}^{T_2} c_n (dT/T) = c_n \ln T_2/T_1 = c_v [(n-k)/(n-1)] \ln T_2/T_1.$$

Подставляя значение q и Δs в уравнение (8-29), находим

$$T_{\text{сн}} = \frac{c_v [(n-k)/(n-1)] (T_2 - T_1)}{c_v [(n-k)/(n-1)] \ln T_2/T_1} = \frac{T_2 - T_1}{\ln T_2/T_1}. \quad (8-30)$$

Из полученного уравнения (8-30) следует, что среднеинтегральная температура для любого политропного процесса зависит только от его начальной и конечной температур.

Уравнением (8-29) можно воспользоваться для определения термического к. п. д. произвольного цикла с адиабатным сжатием и расширением рабочего тела (рис. 8-10). Количество подведенной теплоты

$q_1 = T_{1сн} (s_6 - s_5)$, количество отведенной теплоты $q_2 = T_{2сн} (s_6 - s_5)$. Тогда термический к. п. д. произвольного цикла определяем как

$$\eta_t = 1 - q_2/q_1 = 1 - [T_{2сн} (s_6 - s_5)]/T_{1сн} (s_6 - s_5),$$

или

$$\eta_t = 1 - T_{2сн}/T_{1сн}. \quad (8-31)$$

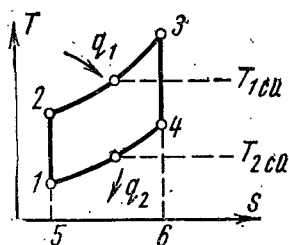


Рис. 8-10

Термический к. п. д. произвольного цикла равен термическому к. п. д. цикла Карно, осуществленному между среднеинтегральными температурами процессов подвода и отвода теплоты.

Из анализа уравнения (8-31) следует, что чем выше среднеинтегральная температура процесса подвода теплоты и чем ниже среднеинтегральная температура процесса отвода теплоты, тем выше термический к. п. д. исследуемого цикла. Пределом возрастания термического к. п. д. произвольного цикла является термический к. п. д. идеального цикла Карно, когда $T_{2сн}$ превращается в T_2 , а $T_{1сн}$ — в T_1 . Следовательно, в одном и том же интервале температур обратимый цикл Карно обладает наибольшим термическим к. п. д. по сравнению с термическим к. п. д. любого произвольного цикла, осуществленного в том же интервале температур.

Контрольные вопросы и примеры к VIII главе

1. Можно ли использовать внутреннюю энергию морей, океанов, воздуха для непрерывного получения полезной работы?
2. Можно ли в круговом процессе превратить всю подведенную теплоту в работу?
3. Основные формулировки второго закона термодинамики.
4. Какие требуются условия для создания непрерывного процесса превращения теплоты в работу?
5. Что называется круговым процессом, или циклом?
6. Какие бывают циклы?
7. Что называется термическим к. п. д.?
8. При каких условиях термический к. п. д. цикла может быть равен единице?
9. Описать обратимый цикл Карно.
10. Вывод выражения для термического к. п. д. обратимого цикла Карно.

11. От каких параметров зависит термический к. п. д. обратимого цикла Карно?
12. Может ли быть термический к. п. д. обратимого цикла Карно, равен единице?
13. Можно ли получить термический к. п. д. цикла теплового двигателя больше, чем термический к. п. д. цикла Карно?
14. Обратный цикл Карно.
15. Какие машины работают по обратному циклу Карно?
16. Что такое холодильный коэффициент и как он определяется?
17. Сущность теоремы Карно.
18. Свойство обратимых циклов Карно и первый интеграл Клаузиуса.
19. Свойства необратимых циклов Карно и второй интеграл Клаузиуса.
20. Графическое изображение обобщенного (регенеративного) цикла Карно в Ts -диаграмме и его к. п. д.
21. Каково изменение энтропии в замкнутой адиабатной системе, если в ней протекают обратимые и необратимые процессы?
22. Доказать, что в необратимых процессах работоспособность тела уменьшается, а энтропия увеличивается.
23. Как определяется максимальная полезная работа рабочего тела?
24. Что такое эксергия?
25. Можно ли считать эксергию параметром?
26. Статистический характер второго закона термодинамики.
27. Теория Больцмана.
28. Уравнение Больцмана, связывающее энтропию системы и вероятность ее состояния.
29. Ошибочность положения Клаузиуса относительно тепловой смерти Вселенной.
30. Критика работы Клаузиуса в трудах Энгельса, Нернста и др..
31. Как определяется среднеинтегральная температура?
32. Выражение термического к. п. д. произвольного цикла через среднеинтегральные температуры.

Пример 8-1. Воздух в противоточном теплообменнике нагревается от температуры $t_1 = 40^\circ \text{C}$, а газы охлаждаются от температуры $t_3 = 450^\circ \text{C}$ до температуры $t_4 = 200^\circ \text{C}$. Тепловые потери теплообменника составляют 20% от теплоты, отдаваемой газом. Определить потерю работоспособности на 1 кг проходящего газа вследствие необратимого теплообмена. Газ и воздух считать идеальными газами, обладающими свойствами воздуха. Теплоемкость воздуха и газов считать величинами постоянными. Температура окружающей среды равна $t_0 = 25^\circ \text{C}$.

Определяем температуру t_2 , до которой нагревается воздух, из уравнения теплового баланса:

$$0,8c_p (t_3 - t_4) = c_p (t_2 - t_1),$$

откуда

$$t_2 = 0,8 (t_3 - t_4) + t_1 = 0,8 (450 - 200) + 40 = 240^\circ \text{C}.$$

Тепловые потери на 1 кг проходящего газа равны

$$q = 0,2 c_p (t_3 - t_4) = 0,2 \cdot 1,0 (450 - 200) = 50,0 \text{ кДж/кг},$$

где

$$c_p = \frac{k}{k-1} R = 1,0 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Уменьшение работоспособности определяем из уравнения $l_0 = T_0 \Delta s_{\text{сис}}$, где T_0 — температура окружающей среды, а $\Delta s_{\text{сис}}$ складывается из изменений энтропии газа Δs_1 , воздуха Δs_2 и среды Δs_3 за счет передачи теплоты окружающей среде (в виде потерь).

Изменение энтропии газа

$$\Delta s_1 = c_p \ln T_4/T_3 = 1,0 \cdot 2,3 \lg 473/723 = -0,425 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Изменение энтропии воздуха

$$\Delta s_2 = c_p \ln T_2/T_1 = 1,0 \cdot 2,3 \lg 513/313 = +0,495 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Изменение энтропии среды

$$\Delta s_3 = q/T_0 = 50/298 = +0,168 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Изменение энтропии системы

$$\begin{aligned} \Delta s_{\text{сис}} &= \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 = -0,425 + 0,495 + 0,168 = \\ &= 0,238 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}. \end{aligned}$$

Потеря работоспособности установки на 1 кг проходящего газа составляет

$$l_0 = T_0 \Delta s_{\text{сис}} = 298 \cdot 0,238 = 71 \text{ кДж/кг}.$$

Пример 8-2. Определить работоспособность (эксергию) 1 кг воздуха, находящегося под давлением $p_1 = 4,0 \text{ Мн/м}^2$ или $p_1 = 40 \text{ бар}$ и имеющего температуру $t_1 = 500^\circ \text{С}$. Температура и давление окружающей среды $t_0 = 27^\circ \text{С}$ и $p_0 = 1 \text{ бар}$. Задачу решить при постоянной и переменной теплоемкостях.

Работоспособность, или эксергию, воздуха определяем по уравнению (8-27):

$$l_0 = i_1 - i_0 - T_0 (s_1 - s_0);$$

$$l_0 = c_p (t_1 - t_0) - T_0 (c_p \ln T_1/T_0 - R \ln p_1/p_0) = 1,0 (500 - 27) - 300 (1,0 \cdot 2,3 \lg 773/300 - 0,287 \cdot 2,3 \lg 40/1) = 310,0 \text{ кДж/кг},$$

где

$$c_p = \frac{k}{k-1} R = \frac{1,4}{0,4} \cdot 0,287 = 1,0 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Работоспособность при переменной теплоемкости

$$l_0 = 1,043 [500 - 27 - 300 (1,043 \cdot 2,3 \lg 773/300 - 0,287 \times \\ \times 2,3 \lg 40)] = 317,0 \text{ кдж/кг},$$

где

$$c_p|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_{pm}|_0^{t_2} t_2 - c_{pm}|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,0387 \cdot 500 - 1,0043 \cdot 27}{500 - 27} = \\ = 1,043 \text{ кдж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Пример 8-3. Какое количество теплоты необходимо затратить, чтобы в политропном процессе нагреть 5 кг воздуха от $T_1 = 300^\circ \text{ К}$ при давлении $p_1 = 4 \text{ бар}$ до температуры 1000° К при давлении 10 бар. Теплоемкость воздуха $c_p = 1 \text{ кдж/(кг} \cdot \text{град)}$.

Для решения задачи воспользуемся уравнением (8-29)

$$Q = mT_{\text{сн}} (s_2 - s_1).$$

Среднеинтегральная температура при данных условиях

$$T_{\text{сн}} = \frac{T_2 - T_1}{\ln T_2/T_1} = \frac{1000 - 300}{2,3 \lg 1000/300} = 582^\circ \text{ К}.$$

Изменение энтропии на 1 кг воздуха составляет

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2/T - R \ln p_2/p_1 = 1,0 \cdot 2,3 \cdot 0,524 - 0,287 \times \\ \times 2,3 \cdot 0,4 = 0,941 \text{ кдж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Тогда

$$Q = mT_{\text{сн}} (s_2 - s_1) = 5 \cdot 582 \cdot 0,941 = 2738 \text{ кдж}.$$

Пример 8-4. Определить среднеинтегральную и среднеарифметическую температуры газа в политропном процессе, если начальная температура $T_1 = 800^\circ \text{ К}$, а конечная $T_2 = 2000^\circ \text{ К}$.

Среднеарифметическая температура

$$T_{\text{ср.ар}} = \frac{800 + 2000}{2} = 1400^\circ \text{ К};$$

среднеинтегральная температура

$$T_{\text{сн}} = \frac{T_2 - T_1}{\ln T_2/T_1} = \frac{2000 - 800}{2,8 \lg 2000/800} = 1315^\circ \text{ К}.$$

Глава IX

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМ

§ 9-1. Свойства характеристических функций

Второй закон термодинамики, как видно из изложенного выше, может быть применен к решению разнообразных конкретных задач. Однако он оказывается также плодотворным и при аналитическом методе исследований, основывающемся на рассмотрении особых функций состояния, называемых *характеристическими функциями*.

Характеристическими функциями состояния называются функции, с помощью которых и посредством их производных разных порядков могут быть явно выражены все термодинамические свойства системы, в том числе уравнение состояния, уравнения для определения теплоемкости C_p и C_v , а также термодинамические потенциалы (см. ниже). К характеристическим функциям относят внутреннюю энергию $U (V, S)$, энтальпию $I (p, S)$, изохорно-изотермный потенциал $F (T, V)$, изобарный потенциал $Z (p, T)$, энтропию $S (V, U)$ и объем $V (S, U)$.

Следовательно, если известно аналитическое выражение этих функций через независимые параметры системы, то можно в явной форме получить все основные термодинамические величины, характеризующие данную систему. Характеристические функции аддитивны; значение их для сложной системы равно сумме значений этих функций для отдельных частей. Дифференциалы характеристических функций являются полными дифференциалами.

Исходя из уравнений первого и второго законов термодинамики, получим выражение, которое объединяет оба закона:

$$Tds = dU + pdV. \quad (9-1)$$

Как известно из предыдущего изложения, это выражение называется *термодинамическим тождеством*. Оно содержит только параметры, функции состояния системы, их дифференциалы и относится к обратимым процессам.

В переменных p и T термодинамическое тождество (9-1) принимает вид

$$TdS = dI - Vdp. \quad (9-2)$$

Уравнения (9-1) и (9-2) — самые общие уравнения термодинамики. Они связывают между собой пять переменных величин T, S, U, p, V , определяющих состояние системы. Из этих пяти параметров можно составить десять различных парных комбинаций: U, T ; U, S ; U, p ; U, V ; T, S ; T, V ; T, p ; S, p ; S, V ; p, V . Из них имеют очень большое значение для термодинамических исследований только четыре:

$U = U (S, V)$ — внутренняя энергия;

$I = I (S, p)$ — энтальпия;

$F = F(T, V)$ — изохорно-изотермный потенциал;
 $Z = Z(T, p)$ — изобарно-изотермный или изобарный потенциал.

Внутренняя энергия U является характеристической функцией при независимых переменных S и V . Если система совершает работу, то уравнение изменения внутренней энергии принимает вид

$$dU = TdS - pdV. \quad (9-3)$$

С помощью уравнения (9-3) можно простым дифференцированием при $V = \text{const}$ и $S = \text{const}$ получить,

$$T = (\partial U / \partial S)_V; \quad p = -(\partial U / \partial V)_S. \quad (9-4)$$

Тогда

$$I = U + pV = U - V(\partial U / \partial V)_S. \quad (9-5)$$

Беря вторые производные от $U(S, V)$, можно определить калорические коэффициенты:

$$(\partial^2 U / \partial S^2)_V = (\partial T / \partial S)_V = T(\partial T / T \partial S)_V = T(\partial T / \partial q)_V = T/C_V,$$

откуда

$$C_V = \frac{T}{(\partial^2 U / \partial S^2)_V}. \quad (9-6)$$

Из уравнения (9-4) находим:

$$(\partial^2 U / \partial V^2)_S = (dp / dV)_S.$$

Исходя из уравнений (9-4) путем перекрестного дифференцирования параметров получаем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V} = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S \text{ и } \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S} = - \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_V. \quad (9-7)$$

Приравнявая вторые производные, находим так называемое соотношение Максвелла:

$$-(\partial p / \partial S)_V = (\partial T / \partial V)_S \text{ или } (dS / dp)_V = -(\partial V / \partial T)_S. \quad (9-8)$$

Энтальпия I является характеристической функцией при независимых переменных S и P .

Учитывая уравнение (9-2), получаем

$$dI = TdS + VdP. \quad (9-9)$$

С помощью уравнения (9-9) можно простым дифференцированием при $p = \text{const}$ и $S = \text{const}$ получить значение частных производных:

$$T = (\partial I / \partial S)_P, \quad V = (\partial I / \partial P)_S \quad (9-10)$$

и

$$U = I - pV = I - p(\partial I / \partial p)_S. \quad (9-11)$$

Исходя из уравнений (9-10) составим смешанные вторые производные функции I и, приравняв их аналогично (9-8), получим второе соотношение Максвелла:

$$(\partial T / \partial p)_S = (\partial V / \partial S)_p \text{ или } (\partial p / \partial T)_S = (dS / dV)_p. \quad (9-12)$$

Кроме того, вторые производные по S при $p = \text{const}$ позволяют определить C_p из уравнения (9-6):

$$(\partial T / \partial S)_p = (\partial^2 I / \partial S^2)_p, \text{ но } dq_p = c_p dT_p = T dS_p,$$

или

$$(\partial T / \partial S)_p = T / C_p.$$

Отсюда

$$C_p = \frac{T}{(\partial^2 I / \partial S^2)_p}. \quad (9-13)$$

Если независимыми переменными являются температура и объем, то характеристической функцией будет изохорно-изотермный потенциал F . Смысл этого названия будет понятен из дальнейшего изложения. Вычитая из правой и левой частей в уравнении (9-1) по $d(TS)$, получаем:

$$\begin{aligned} dU - d(TS) &= TdS - pdV - d(TS); \\ d(U - TS) &= TdS - pdV - TdS - SdT, \end{aligned} \quad (9-14)$$

и

$$dF = d(U - TS) = -SdT - pdV, \quad (9-15)$$

откуда

$$dF = d(U - TS) \text{ или } F = U - TS. \quad (9-16)$$

Величину TS , тоже являющуюся функцией состояния, иногда называют *связанной энергией* (см. § 9-2).

Из уравнения (9-15) простым дифференцированием при $T = \text{const}$ и $V = \text{const}$ можно получить значения других параметров:

$$S = -(\partial F / \partial T)_V; \quad p = -(\partial F / \partial V)_T; \quad (9-17)$$

$$U = F + TS = F - T(\partial F / \partial T)_T; \quad (9-18)$$

$$I = U + pV = F + Ts + pV = F - T(\partial F / \partial T)_V - V(\partial F / \partial V)_T. \quad (9-19)$$

Из второго уравнения (9-17) можно получить термическое уравнение состояния. Действительно, выражая F через V и T , т. е. $F = F(V, T)$, получим $p = p(V, T)$.

Исходя из уравнений (9-17) составим смешанные вторые производные от функции F и, приравняв их, получим третье соотношение Максвелла:

$$(\partial p / \partial T)_V = (\partial S / \partial V)_T. \quad (9-20)$$

Для экспериментальных исследований изохорно-изотермный потенциал F удобен тем, что независимые переменные V и T легко доступны для измерения.

Вторые производные от функции $F(V, T)$ по T и V позволяют определить теплоемкость C_V . Воспользуемся уравнением (9-17), из которого

$$-(\partial S/\partial T)_V = (\partial^2 F/\partial T^2)_V,$$

но $dQ_V = C_V dT_V = T dS_V$, откуда $(dS/dT)_V = C_V/T$,
или

$$C_V = -T (\partial^2 F/\partial T^2)_V. \quad (9-21)$$

Если независимыми параметрами системы будут температура и давление, то характеристической функцией будет изобарный потенциал $Z(T, p)$.

Прибавив к правой и левой частям уравнения (9-11) по $d(p, V)$, получим:

$$dF + d(pV) = -SdT - pdV + d(pV); \quad (9-22)$$

$$dZ = d(F + pV) = d(U - TS + pV) = -SdT + Vdp; \quad (9-23)$$

$$dZ = d(U - TS + pV) \text{ или} \quad (9-24)$$

$$Z = U - TS + pV = I - TS.$$

Левая часть уравнения (9-23) есть полный дифференциал функции при независимых переменных T и p .

Дифференцируя уравнение (9-23) при $T = \text{const}$ и $p = \text{const}$, получим значения других параметров:

$$V = (\partial Z/\partial p)_T; \quad S = -(\partial Z/\partial T)_p; \quad (9-25)$$

$$U = Z + TS - pV = Z - T(\partial Z/\partial T)_p - p(\partial Z/\partial p)_p; \quad (9-26)$$

$$I = Z + TS = Z - T(\partial Z/\partial T)_p; \quad (9-27)$$

$$F = Z - pV = Z - p(\partial Z/\partial p)_T. \quad (9-28)$$

Приравняв вторые производные от уравнений (9-25), найдем четвертое соотношение Максвелла:

$$(\partial V/\partial T)_p = -(\partial S/\partial p)_T. \quad (9-29)$$

Вторые производные от $Z(T, p)$ по S и p позволяют определить теплоемкость C_p :

$$S = -(\partial Z/\partial T)_p; \quad (\partial S/\partial T)_p = -(\partial^2 Z/\partial T^2)_p = \frac{C_p}{T}; \quad (9-30)$$

$$C_p = -T(\partial^2 Z/\partial T^2)_p.$$

Термодинамические функции связаны между собой так, что если известны некоторые из них, то можно найти другие.

Зная изохорно-изотермный потенциал F или изобарный потенциал Z , легко найти внутреннюю энергию:

$$U = F - TS = F - T(\partial F/\partial T)_V; \quad (9-31)$$

$$U = Z + TS - pV = Z - T(dZ/dT)_p - p(dZ/dp)_T. \quad (9-32)$$

Зная Z , можно найти энтальпию I :

$$I = U + pV = Z + TS = Z - T \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p. \quad (9-33)$$

Графически можно наглядно представить соотношения между характеристическими функциями: внутренней энергией U , энтальпией I , изохорно-изотермным потенциалом F и изобарным потенциалом Z , а также связанной энергией TS (рис. 9-1).

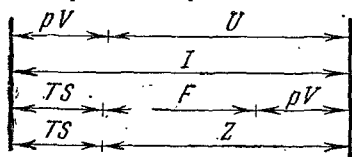


Рис. 9-1

Кроме приведенных четырех основных характеристических функций U , F , I , Z применяется еще энтропия S . Если независимыми параметрами системы будут U и V , то характеристической функцией будет энтропия S .

Действительно,

$$TdS = du + pdV; \quad dS = \frac{dU}{T} + p \frac{dV}{V};$$

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = \frac{1}{\left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V}; \quad (9-34)$$

$$p = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U}{\left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V}. \quad (9-35)$$

§ 9-2. Физический смысл изохорно-изотермного и изобарно-изотермного потенциалов

Каждая характеристическая функция имеет свою область применения: изохорно-изотермный потенциал применяется для анализа изохорно-изотермных процессов, изобарно-изотермный потенциал — при исследовании изобарно-изотермных процессов и т. д.

Рассмотрим физический смысл изохорно-изотермного потенциала в уравнениях (9-15) и (9-16):

$$F = U - TS \text{ и } dF = -SdT - pdV.$$

Представим себе, что рассматриваемая адиабатная система A является частью другой адиабатной системы B (среды) (рис. 9-2). Температура обеих систем T . Внутри этих систем протекают различные процессы при постоянной температуре. Обозначим изменение внутренней энергии и энтропии системы A через dU и dS , а изменение внутренней энергии и энтропии среды B — через dU' и dS' . По закону сохранения энергии, внутренняя энергия всей сложной замкнутой системы неизменна:

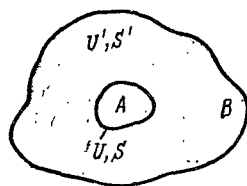


Рис. 9-2

$$dU + dU' = 0. \quad (9-36)$$

На основании второго закона термодинамики энтропия сложной системы или должна оставаться постоянной, или в случае необратимых процессов должна увеличиваться:

$$dS + dS' \geq 0. \quad (9-37)$$

Предположим, что система A совершает работу dL над телами среды B и при этом передает среде B некоторое количество теплоты, вследствие чего энтропия среды повысится на dS' . Тогда на основании термодинамического тождества (9-1) изменение внутренней энергии среды B составит

$$dU' = TdS' + dL. \quad (9-38)$$

Работа имеет положительный знак, если она совершается над телами среды и увеличивает энергию ее тел. Из трех приведенных уравнений находим

$$dU - TdS \leq -dL. \quad (9-39)$$

Все величины в этом уравнении относятся к системе, а не к среде. Так как температура сложной системы постоянна, то уравнение (9-39) можно представить так:

$$d(U + TS) \leq -dL.$$

Но выражение в скобках есть не что иное, как изохорно-изотермный потенциал системы F , поэтому для всяких изотермных процессов

$$dF \leq -dL \quad (9-40)$$

или

$$F_2 - F_1 \leq -L. \quad (9-41)$$

Знак равенства относится к обратимым, знак «меньше» — к необратимым процессам.

Таким образом, изохорно-изотермный потенциал F является мерой работоспособности системы при $T = \text{const}$.

Если необратимый процесс протекает при постоянном объеме и постоянной температуре без совершения внешней работы, то общая работа системы dL будет равна нулю и уравнение (9-41) преобразуется:

$$F_2 - F_1 \leq 0. \quad (9-42)$$

Изохорно-изотермный потенциал системы при постоянных объеме и температуре в необратимом процессе всегда убывает, а при обратимом процессе остается постоянной величиной.

Следует отметить, что в однородной системе процесс при постоянном объеме и температуре может быть только неравновесным, так как в противном случае состояние системы полностью определялось бы заданием удельного объема и температуры и никакие процессы в этих условиях протекать не могли (система находилась бы в состоянии равновесия). Реально процессы при неизменных V и T могут осуществляться, например, при протекании химической реакции в смеси реагирующих друг с другом веществ, при растворении веществ и др.

Другое уравнение максимальной работы можно получить, применяя уравнение (9-18):

$$F = U + T (\partial F / \partial T)_V.$$

Пусть система переходит из первого во второе состояние, тогда

$$F_1 = U_1 + T (\partial F_1 / \partial T)_V; \quad F_2 = U_2 + T (\partial F_2 / \partial T)_V.$$

Разность изохорно-изотермных потенциалов двух состояний:

$$L_{\text{макс}} = F_1 - F_2 = U_1 - U_2 - T \frac{\partial}{\partial T} (F_1 - F_2)_V, \\ L_{\text{макс}} = -\Delta U + T (\partial L_{\text{макс}} / \partial T)_V.$$

В изохорном процессе $U_1 - U_2 = -Q_V$, поэтому

$$L_{\text{макс}} = -Q_V + T (\partial L_{\text{макс}} / \partial T)_V. \quad (9-43)$$

Уравнение (9-43) называется *уравнением максимальной работы Гиббса — Гельмгольца* при постоянных T и V .

Большое значение имеет рассмотрение вопросов равновесия в изобарно-изотермных процессах.

Работа расширения системы, преодолевающая внешнее давление p , равна

$$dL = pdV.$$

Подставляя в уравнение (9-40) это выражение, получаем

$$dF + pdV \leq 0,$$

или, применяя уравнение (9-16), находим

$$d(U - TS) + pdV \leq 0.$$

В рассматриваемой системе давление постоянно, поэтому последнее уравнение можно представить в таком виде:

$$d(U - TS + pV) \leq 0.$$

Но выражение в скобках есть изобарно-изотермный потенциал [см. уравнение (9-24)], поэтому

$$dZ \leq 0 \text{ или } Z_2 - Z_1 \leq 0. \quad (9-44)$$

Отсюда следует, что в системах, находящихся при постоянной температуре и постоянном давлении, обратимые процессы протекают при постоянной величине изобарного потенциала. При протекании в системе необратимых процессов изобарно-изотермный потенциал всегда уменьшается.

Необходимо отметить, что протекание процесса при постоянных температуре и давлении однородной системы, находящейся в среде постоянного давления и температуры, возможно лишь при неравенстве этих параметров с давлением и температурой среды. В неоднородной системе, состоящей из двух фаз вещества, для которой давление и температура не являются независимыми параметрами, могут протекать обратимые процессы при равенстве температуры и давления системы и окружающей среды.

Уравнение максимальной работы при изобарно-изотермном процессе можно представить в развернутом виде:

$$L_{\text{макс}} = Z_1 - Z_2 = (U_1 + p_1 V_1 - TS_1) - (U_2 + p_2 V_2 - TS_2), \quad (9-45)$$

или

$$L_{\text{макс}} = (I_1 - TS_1) - (I_2 - TS_2). \quad (9-46)$$

Из уравнения (9-25)

$$S_1 = -(\partial Z_1 / \partial T)_p \text{ и } S_2 = -(\partial Z_2 / \partial T)_p. \quad (9-47)$$

Подставляя значения энтропии в уравнение максимальной работы, получаем

$$L_{\text{макс}} = [I_1 + T(\partial Z_1 / \partial T)_p] - [I_2 + T(\partial Z_2 / \partial T)_p],$$

или

$$L_{\text{макс}} = I_1 - I_2 + T[\partial(Z_1 - Z_2) / \partial T]_p,$$

но в изобарном процессе

$$I_1 - I_2 = -Q_p, \text{ а } Z_1 - Z_2 = L_{\text{макс}},$$

поэтому

$$L_{\text{макс}} = -Q_p + T(dL_{\text{макс}} / dT)_p. \quad (9-48)$$

Уравнение (9-48) называется *уравнением максимальной работы Гиббса — Гельмгольца* при постоянных T и p .

В системе при необратимом процессе, протекающем при постоянном давлении и температуре, полезная работа равна

$$L_{\text{пол}} = L_{\text{макс}} - T_0 \Delta S, \quad (9-49)$$

т. е. она меньше максимальной работы на величину произведения абсолютной температуры среды на приращение энтропии системы. Величину $T_0 \Delta S$ называют *потерей полезной работы из-за необратимости процесса*.

Характеристические функции $U(V, S)$, $I(p, S)$, $F(T, V)$ и $Z(p, T)$, полностью определяющие все термодинамические свойства системы, называются также термодинамическими потенциалами.

Термодинамическим потенциалом называется такая характеристическая функция, убыль которой в равновесном процессе, протекающем при постоянстве определенной пары термодинамических параметров (T и V ; T и p ; S и p ; S и V), равна полной работе, произведенной системой, за вычетом работы против внешнего давления.

Каждый из термодинамических потенциалов является функцией состояния системы.

Из предыдущего нам известно, что при обратимом процессе для переноса тела из одного состояния в другое необходимо затратить минимальную работу, а работа, производимая самим телом при переходе из одного состояния в другое, будет максимальной. Поэтому с помощью термодинамических потенциалов можно определить максимальную работу при различных независимых переменных. Действительно, при постоянных независимых переменных S и V характеристической функ-

цией и термодинамическим потенциалом является внутренняя энергия U (изохорно-изоэнтروпийный потенциал), а

$$-dL_{\text{макс}} = dU \text{ или } L_{\text{макс}} = (U_1 - U_2)_{S, V}. \quad (9-50)$$

При изохорно-изоэнтروпическом процессе максимальная работа изменения объема равна убыли внутренней энергии тела.

При постоянных независимых переменных S и p характеристической функцией и термодинамическим потенциалом является энтальпия I (изобарно-изоэнтропийный потенциал), а

$$-dL'_{\text{макс}} = dI \text{ или } L'_{\text{макс}} = (I_1 - I_2)_{p, S}. \quad (9-51)$$

При изобарно-изоэнтروпическом процессе максимальная полезная внешняя работа равна убыли энтальпии тела.

При постоянных независимых переменных T и V характеристической функцией и термодинамическим потенциалом является изохорно-изотермный потенциал $F = U - TS$:

$$-dL_{\text{макс}} = dF \text{ или } L_{\text{макс}} = (F_1 - F_2)_{T, V}. \quad (9-52)$$

При изохорно-изотермном процессе максимальная работа изменения объема равна убыли изохорно-изотермного потенциала.

При постоянных независимых переменных p и T характеристической функцией и термодинамическим потенциалом является изобарно-изотермный потенциал, а

$$-dL'_{\text{макс}} = dZ \text{ или } L'_{\text{макс}} = (Z_1 - Z_2)_{p, T}. \quad (9-53)$$

При изобарно-изотермном процессе максимальная полезная внешняя работа равна убыли изобарно-изотермного потенциала.

Таким образом, знание хотя бы одного термодинамического потенциала позволяет определить термические и калорические свойства термодинамической системы.

При практических исследованиях чаще всего применяют только два потенциала: изохорно-изотермный потенциал и изобарный потенциал, поскольку независимые переменные T , V и T , p , при которых они соответственно являются потенциалами, легко могут быть получены из эксперимента. Все термодинамические потенциалы являются аддитивными и однозначными функциями состояний, а их убыль при соответствующих условиях определяет работу действующих на систему сил.

Характеристические функции позволяют проводить термодинамические исследования любых как обратимых, так и необратимых процессов, а использование дифференциальных уравнений в частных производных значительно упрощает эти исследования.

§ 9-3. Химический потенциал

При рассмотрении характеристических функций $U(V, S)$; $I(p, S)$; $F(T, V)$; $Z(T, p)$ указывалось, что они являются аддитивными или экстенсивными величинами. Но всякая экстенсивная величина для гомогенной системы, состоящей из нескольких компонентов, сущест-

венным образом зависит от состава этой системы. Если масса m какого-либо тела увеличивается в несколько раз, то во столько же раз должны увеличиться и значения характеристических функций U , I , F , Z этого тела.

Изобарный потенциал гомогенной системы является функцией температуры, давления, а также и состава системы, т. е. функцией масс всех входящих в систему веществ:

$$Z = mz(p, T).$$

Очевидно, и другие характеристические функции равны:

$$U = mu(v, s); I = mi(p, s); F = mf(T, p).$$

Изобарный потенциал, отнесенный к единице массы однородной системы, называется *химическим потенциалом*; он равен

$$z = i - sT = u + pv - sT. \quad (a)$$

Дифференциал химического потенциала dz с учетом термодинамического тождества $Tds = di - vdp$ равен

$$dz = -sdT + vdp.$$

Если рассматривать количество вещества или его массу как переменный параметр, который может принимать различные значения, так же как и другие параметры, характеризующие систему, то в выражение дифференциалов всех термодинамических потенциалов войдет дополнительный член, содержащий дифференциал массы тела dm . Действительно, дифференцируя уравнение $U = mu$, получаем

$$dU = mdu + udm = m(Tds - pdv) + udm.$$

Так как

$$mds = d(ms) - sdm = dS - sdm,$$

$$mdv = d(mv) - vdm = dV - vdm,$$

то dU равно

$$dU = TdS - pdV + dm(u - Ts + pv);$$

или согласно уравнению (a)

$$dU = TdS - pdV + zdm.$$

Аналогично с помощью уравнения (a) получаем выражения для

$$dI, dF \text{ и } dZ:$$

$$\left. \begin{aligned} dI &= TdS + Vdp + zdm, \\ dF &= -SdT - pdV + zdm, \\ dZ &= -SdT + Vdp + zdm. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что

$$z = (\partial U / \partial m)_{v,s} = (\partial I / \partial m)_{p,s} = (\partial F / \partial m)_{T,p} = (\partial Z / \partial m)_{p,T}, \quad (9-54)$$

все эти частные производные равны между собой.

Химический потенциал z представляет собой частную производную от любого термодинамического потенциала системы по массе тела m при постоянных значениях соответствующих независимых переменных.

Выше указывалось, что дифференциалы dU , dI , dF и dZ , взятые с обратным знаком, представляют собой максимальную полезную внешнюю работу, которая может быть совершена системой, находящейся в среде постоянного давления и температуры при бесконечно малом процессе. Тогда из уравнения (9-54) следует, что химический потенциал численно равен максимальной полезной работе, отдаваемой в этих условиях системой вовне при обратимом уменьшении массы системы на единицу. Применительно к химическим реакциям химический потенциал представляет собой максимальную полезную работу, которая может быть совершена реагирующим телом над внешним объектом при уменьшении массы тела на единицу массы.

§ 9-4. Термодинамическое учение о равновесии

Термодинамическая теория равновесия, являющаяся следствием второго закона термодинамики, имеет чрезвычайно обширную область применения при изучении и исследовании многих физических и химических процессов.

Все термодинамические системы разделяются на два больших класса: гомогенные и гетерогенные, и каждая система может находиться в состоянии устойчивого и неустойчивого равновесия.

Гомогенные, или однородные, системы — это такие системы, внутри которых нет поверхностей раздела, отделяющих друг от друга макроскопические части системы. Гомогенными системами являются смеси газов, жидкие и твердые растворы, а также всякое химически однородное тело, находящееся целиком в каком-либо одном агрегатном состоянии (твердом, жидком или газообразном).

Гетерогенными системами называются системы, состоящие из нескольких физических однородных тел, различных между собой и называемых фазами. Такие системы могут представлять различные агрегатные состояния одного и того же вещества, или эти тела являются продуктами взаимного растворения или продуктами химического взаимодействия различных веществ. Примерами гетерогенных систем могут служить: лед—вода, вода — пар, серое и белое олово, водный раствор соли—твердая соль — водяной пар, жидкий металлический сплав—твердый раствор одного металла в другом и др.

Каждая фаза, входящая в состав гетерогенной системы, есть физически однородное тело, способное при нарушении равновесия обмениваться с другими телами своим веществом, имеет границу раздела от других тел и может быть отделена от других фаз механическим путем. Если гетерогенная система не находится в равновесии, то в ней возможен переход вещества из одной фазы в другую, например переход жидкого вещества в твердое или газообразное, переход из одной кристаллической формы в другую. Не следует смешивать агрегатные состояния с фазами. Агрегатных состояний может быть только три—

твердое, жидкое и газообразное, а фаз—значительно большее число. Опыты показывают, что существует два рода фазовых превращений. Фазовые превращения первого рода сопровождаются поглощением или выделением теплоты фазового превращения и скачкообразным изменением удельного объема и энтропии на линии фазового перехода; к ним относятся плавление, испарение, возгонка и др. Фазовые превращения второго рода не сопровождаются поглощением или выделением теплоты и скачкообразным изменением удельного объема и энтропии. Примером может служить превращение ферромагнитных тел при температуре, называемой *точкой Кюри*, выше которой тела теряют ферромагнитные свойства; превращение обычных металлов в сверхпроводники при низких температурах и др.

Термодинамическая система может находиться в состоянии *устойчивого* (стабильного) и *неустойчивого* (лабильного) равновесия. При устойчивом равновесии по устранении причин, вызвавших отклонение системы от состояния равновесия, система самопроизвольно возвращается в начальное равновесное состояние. Следовательно, чтобы вывести систему из устойчивого равновесия, необходимо совершить над ней некоторую работу.

Неустойчивое равновесие отличается от устойчивого тем, что система, выведенная из состояния равновесия, к исходному состоянию не возвращается, а переходит в *новое* устойчивое состояние равновесия.

Состояние неустойчивого равновесия системы из-за действия различных возмущающих факторов может существовать лишь временно. После этого она переходит в стабильное состояние.

Состояния равновесия, устойчивые к некоторым малым внешним воздействиям и неустойчивые к другим воздействиям, называют *полуустойчивыми* (метастабильными) состояниями. Системы, находящиеся в метастабильном состоянии, через некоторое время при наличии необходимых условий переходят в стабильное состояние (например, состояние переохлажденной воды или состояние перенасыщенного пара).

§ 9-5. Общие условия равновесия термодинамической системы

Во всякой простой или сложной термодинамической системе, которая находится в неравновесном состоянии (в системе имеется разность давлений, температур и пр.), обязательно возникают самопроизвольные необратимые процессы, которые рано или поздно должны привести систему в состояние устойчивого равновесия. Устойчивое равновесие характеризуется тем, что в системе устраняются причины, вызвавшие неравновесные процессы, а сама система самопроизвольно возвращается в первоначальное равновесное состояние. Любая термодинамическая система, взаимодействующая с окружающей средой, имеющей неизменные параметры, с течением времени приходит в устойчивое равновесие вне зависимости от начальных условий.

Полученные выше термодинамические потенциалы, а также энтропия могут служить величинами, указывающими направление процесса

и характеризовать условия устойчивого равновесия в любых термодинамических системах.

Пусть мы имеем изолированную от внешних влияний термодинамическую систему, в которой внутренняя энергия U и общий объем V имеют постоянное значение и в которой происходят какие угодно неравновесные процессы. Так как все эти процессы, будучи необратимыми, протекают в одном и том же направлении, то энтропия системы все время возрастает: $dS > 0$. Когда в системе наступит устойчивое равновесие при постоянных внутренней энергии и объеме системы и все процессы в ней прекратятся, то остановится и возрастание энтропии, т. е. в состоянии устойчивого равновесия энтропия системы будет иметь максимальное значение:

$$(\partial S)_{U,V} = 0; (\partial^2 S)_{U,V} < 0. \quad (9-55)$$

Последнее равенство характеризует, как известно из математики, условие максимума S . Энтропия при адиабатном необратимом процессе может только возрастать, и, следовательно, устойчивое равновесие наступит тогда, когда энтропия достигнет максимума: $S = S_{\text{макс}}$.

Из уравнения тождества

$$dU = TdS - pdV,$$

следует, что при $S = \text{const}$ и $V = \text{const}$ внутренняя энергия системы достигает минимума, т. е.

$$(\partial U)_{S,V} = 0; (\partial^2 U)_{S,V} > 0. \quad (9-56)$$

Вследствие этого при всех неравновесных изохорно-изоэнтропных процессах внутренняя энергия U может только убывать и в состоянии равновесия $U = U_{\text{мин}}$.

Докажем, что и энтальпия в условиях равновесия принимает минимальное значение. Изменение энтальпии для необратимого процесса можно получить из уравнения тождества (9-2):

$$dI = TdS + Vdp.$$

При постоянных p и S энтальпия I (изобарно-изоэнтропный потенциал) достигает минимума:

$$(\partial I)_{S,p} = 0; (\partial^2 I)_{S,p} > 0. \quad (9-57)$$

В связи с тем что энтальпия I при необратимом процессе и постоянных S и p уменьшается с приближением системы к равновесию, то в условиях устойчивого равновесия она принимает минимальное значение: $I = I_{\text{мин}}$.

Условия устойчивого равновесия в системе при постоянных значениях температуры T и объема V можно получить, проанализировав уравнение (9-42). Из этого анализа следует, что в обратимых процессах изохорно-изотермный потенциал F остается постоянной величиной, а в необратимых процессах он всегда убывает:

$$(F_2 - F_1)_{V,T} \leq 0.$$

Поэтому в условиях равновесия системы изменение изохорно-изотермного потенциала становится равным нулю:

$$(\partial F)_{V, T} = 0; (\partial^2 F)_{V, T} > 0, \quad (9-58)$$

а сам изохорно-изотермный потенциал принимает минимальное значение: $F = F_{\text{мин}}$.

Особого внимания заслуживает условие равновесия в изотермных системах, находящихся под постоянным давлением. В этом случае характеристической функцией, как было показано выше, будет изобарно-изотермный потенциал.

Из уравнения (9-54) следует, что в системах, находящихся при $T = \text{const}$ и $p = \text{const}$, обратимые процессы протекают при постоянной величине изобарного потенциала; если же в системе протекают необратимые процессы, то изобарный потенциал может только уменьшаться:

$$(Z_2 - Z_1)_{p, T} \leq 0.$$

Следовательно, в условиях равновесия системы изменения изобарного потенциала составляют

$$(\partial Z)_{p, T} = 0, (\partial^2 Z)_{p, T} > 0, \quad (9-59)$$

а сам изобарный потенциал принимает минимальное значение: $Z = Z_{\text{мин}}$.

Это правило находит большое применение в некоторых вопросах молекулярной физики и физической химии.

Таким образом, как изохорно-изотермный, так и изобарный потенциалы определяют направление процесса в системе и полностью характеризуют условие равновесия, а уравнения (9-55) — (9-59) выражают общие условия равновесия в системе.

Выбор того или иного уравнения для изучения равновесия термодинамической системы зависит от того, какими параметрами характеризуется система.

Если

$$dQ = 0, \text{ то } (\partial S)_{U, V} = 0, (\partial^2 S)_{U, V} < 0, S = S_{\text{макс}};$$

если

$$S, V = \text{const}, \text{ то } (\partial U)_{V, S} = 0, (\partial^2 U)_{V, S} > 0, U = U_{\text{мин}};$$

если

$$S, p = \text{const}, \text{ то } (\partial I)_{p, S} = 0, (\partial^2 I)_{p, S} > 0, I = I_{\text{мин}};$$

если

$$T, V = \text{const}, \text{ то } (\partial F)_{V, T} = 0, (\partial^2 F)_{V, T} > 0, F = F_{\text{мин}};$$

если

$$T, p = \text{const}, \text{ то } (\partial Z)_{p, T} = 0; (\partial^2 Z)_{p, T} > 0, Z = Z_{\text{мин}}.$$

Таким образом, условия равновесия требуют, чтобы термодинамические потенциалы имели минимальное значение при своих переменных, а энтропия имела максимальное значение при постоянстве внутренней энергии и объема системы.

§ 9-6. Равновесие однородной системы

В предыдущем параграфе были установлены условия устойчивого равновесия системы, при которых во всех точках системы должны быть одинаковыми температура и давление. Кроме того, всякая однородная система в состоянии устойчивого равновесия должна удовлетворять условиям:

$$(\partial p / \partial V)_T < 0; C_V > 0.$$

Из первого условия следует, что увеличение объема при постоянной температуре всегда сопровождается уменьшением давления. Противоположное условие $[(\partial p / \partial V)_T > 0]$ противоречит условию термодинамической устойчивости и не может быть осуществлено.

Второе условие обязательно требует, чтобы $C_V > 0$ (а следовательно, и $C_p > 0$), т. е. чтобы теплоемкость тела C_V была бы положительной величиной, так как в противном случае (при $C_V < 0$) можно было бы создать вечный двигатель второго рода, а это невозможно. Здесь можно отметить, что у всех реальных тел существует единственное устойчивое состояние, в котором производная $(\partial p / \partial V)_T$ обращается в нуль. Это состояние называется *критическим состоянием*.

Для устойчивого состояния в критической точке необходимо, чтобы первая и вторая производные равнялись нулю:

$$(\partial p / \partial V)_T = 0, (\partial^2 p / \partial V^2)_T = 0,$$

а третья производная была бы меньше нуля, т. е. имела бы отрицательный знак:

$$(\partial^3 p / \partial V^3)_T < 0.$$

§ 9-7. Условия равновесия нескольких фаз вещества

Равновесное сосуществование нескольких соприкасающихся между собой фаз вещества, способных превращаться одна в другую, называется *фазовым равновесием*. Рассмотрим равновесное состояние системы, состоящей из двух фаз одного и того же вещества. В условиях равновесия $p_1 = p_2$ и $T_1 = T_2$. Однако в отличие от однородного тела этих условий для равновесия двухфазной системы, в которой каждая из фаз может переходить в другую, недостаточно. Для равновесия необходимо, чтобы устойчивости фаз в состоянии равновесия были равными.

При $p = \text{const}$ и $T = \text{const}$ изобарный потенциал Z системы согласно уравнению (9-59) должен иметь минимум, т. е. $dZ = 0$. Но в случае двухфазной системы $Z = m_1 z_1(p, T) + m_2 z_2(p, T)$. Отсюда условие равновесия имеет вид $z_1(p, T) dm_1 + z_2(p, T) dm_2 = 0$. Так как количество вещества не меняется: $m_1 + m_2 = m = \text{const}$, $dm_1 = -dm_2$, то $[z_1(p, T) - z_2(p, T)] dm_1 = 0$, но $dm_1 \neq 0$, поэтому

$$z_1(p, T) = z_2(p, T),$$

это и есть третье условие равновесия фаз. Это уравнение показывает, что для равновесия двухфазной системы необходимо равен-

ство температур, давлений и химических потенциалов. От изменения массы фаз равновесие не нарушается. Таким образом, две фазы могут находиться в равновесии одна с другой не при любых p и T , а при вполне определенных их значениях, причем значение одного из этих параметров вполне определяет значение другого: $p = p(T)$.

§ 9-8. Термодинамические диаграммы

Фазовая pT -диаграмма. Очень часто в технике встречаются вопросы, которые требуют рассмотрения процессов перехода веществ из твердого в жидкое, из твердого в газообразное и из жидкого в газообразное состояние.

Из опытов известно, что вещество может пребывать в твердом, жидком и газообразном состояниях и в зависимости от давления и температуры одновременно находиться в двух или трех состояниях.

Переход вещества из твердого состояния в жидкое называют *плавлением*, из твердого в газообразное — *сублимацией*, или *возгонкой*, из жидкого в газообразное — *парообразованием*. Обратные процессы называют *затвердеванием*, или *кристаллизацией*, *десублимацией* и *конденсацией*.

Переход из одной фазы в другую называют *фазовым переходом*, или *превращением*. Переход вещества с заданным давлением из одной фазы в другую происходит при определенной температуре.

Равновесное состояние фаз вещества, способных превращаться одна в другую, называют *фазовым равновесием*.

Равновесное состояние фаз удобно изображать графически на pT -диаграмме, где фазовые переходы изображаются точками.

Если на pT -диаграмме построить кривые $p = p(T)$, то на этих кривых располагаются точки равновесия фаз, а вся диаграмма называется *фазовой диаграммой*. Кроме pT -диаграммы в термодинамике рассматриваются pv , Ts , iT , is и другие диаграммы. Точки, лежащие на pT -диаграмме по обе стороны от кривой фаз, соответствуют однородным состояниям вещества, т. е. отдельным фазам.

На рис. 9-3 представлена фазовая pT -диаграмма вещества. Кривая AC соответствует равновесному состоянию твердой и газообразной фаз, кривая AB — равновесному состоянию жидкой и твердой фаз, а кривая AD — равновесному состоянию жидкой и газообразной фаз.

Справа от кривой CAD располагается область газообразной фазы вещества; между кривыми AB и AD — область жидкой фазы вещества; слева от кривой CAB — область твердой фазы вещества.

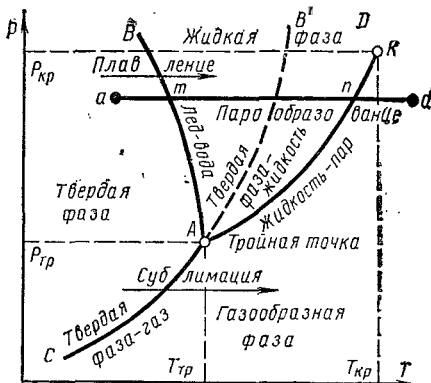


Рис. 9-3

На диаграмме кривая AD представляет собой зависимость между давлением и температурой в процессе фазового перехода из жидкости в пар: $p = f(T_p)$. Эта кривая заканчивается в критической точке k . При давлениях выше давления в критической точке фазовый переход из жидкого состояния в газообразное отсутствует, ввиду того что при этих давлениях нет принципиального различия между жидкостью и газом. Если от жидкости отводить теплоту при $p = \text{const}$, то при определенной температуре жидкость переходит в твердое состояние. Эта температура называется температурой затвердевания, или плавления $T_{пл}$, а количество теплоты, отводимое в этом процессе, называется *теплотой плавления*. При плавлении вещество находится в двух фазах. На диаграмме кривая AB представляет собой зависимость между давлением и температурой в процессе фазового перехода из твердого состояния в жидкое $p = f(T_{пл})$.

В изобарном процессе $a-d$ нагревание твердого тела изображается линией $a-m$. В точке m будет наблюдаться процесс плавления твердого тела. Нагревание жидкости изображается линией $m-n$, в конечной точке которой будет происходить процесс парообразования (точка n). Нагревание газа (пара), изображается линией процесса $n-d$. Таким образом, процессы нагревания $a-m$, $m-n$, $n-d$ протекают с веществом, состоящим из одной фазы, а процессы плавления (точка m) и парообразования (точка n) осуществляются с веществом, которое состоит из двух фаз. Точка d соответствует однофазному состоянию вещества или перегретому пару. При изменении давления положения точек m и n будут изменяться, что видно из рис. 9-3.

Если давление рабочего тела меньше давления в точке A , то твердое тело непосредственно переходит в газообразное состояние, минуя жидкое, т. е. наблюдается явление сублимации.

Кривая AC (кривая сублимации) представляет собой зависимость между давлением и температурой в процессе фазового перехода из твердого состояния в газообразное $p = f(T_{субл})$. Этот переход происходит за счет подвода теплоты, носящей название *теплоты сублимации*. Точки кривой AC соответствуют двухфазной системе твердое тело — пар (например, насыщенный водяной пар над поверхностью льда).

В каждой точке любой из кривых фазового равновесия AB , AD и AC находятся в равновесии две фазы. Кривые фазовых равновесий делят всю плоскость pT -диаграммы на области кристаллической, жидкой и газообразной фаз, в которых вещество полностью находится в одной фазе. В точке пересечения трех кривых фазового равновесия (точка A) будут находиться в равновесии все три фазы вещества. Точки, в которых находятся в равновесии три фазы вещества, называются *тройными точками*. Значения давления и температуры в тройной точке могут быть определены аналитически из условий равновесия трех фаз:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p; \quad t_1 = t_2 = t_3 = t; \quad z_1 = z_2 = z_3.$$

Равновесное сосуществование более чем трех фаз вещества (за исключением растворов) невозможно.

Каждое вещество в тройной точке имеет свои определенные параметры. Например, для воды: $p_A = 0,00611 \text{ бар}$, $v_A = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$, $t_A = 0,01^\circ \text{ С}$.

Расположение и вид кривых AB , AD и AC , в диаграмме зависят от природы каждого вещества и устанавливаются опытным путем.

На рис. 9-3 изображена pT -диаграмма аномального вещества — воды с нанесенными на ней кривыми фазовых переходов AB , AD и AC . На этой диаграмме кривая AB имеет наклон влево — с увеличением давления температура фазового перехода (затвердевания) уменьшается. Более подробно об аномальности воды говорится в специальных курсах термодинамики и физики.

Для «нормальных» чистых веществ кривая AB имеет наклон вправо (пунктирная линия) — с увеличением давления температура фазового перехода (затвердевания) увеличивается.

Ф а з о в а я p - v -д и а г р а м м а. Кроме фазовой pT -диаграммы существенный интерес представляет фазовая p - v -диаграмма.

Рассмотрим (без соблюдения масштабов) фазовую p - v -диаграмму нормального вещества, в которой области фазового равновесия изображаются площадями. Такая диаграмма изображена на рис. 9-4. На диаграмме площадь I представляет собой твердую фазу, площадь II изображает двухфазную систему, состоящую из жидкой и твердой фаз, площадь III представляет собой жидкую фазу, площадь IV — область жидкой и газообразной фаз, площадь V — область газообразного состояния тела, а площадь VI — область твердой и газообразной фаз.

Кривая KD определяет объем сухого насыщенного пара v'' , а кривая AK — объем кипящей жидкости v' при различных давлениях; кривая AF определяет объем жидкой фазы, находящейся в равновесии с твердой фазой, кривая CE — объем твердой фазы, а кривая BM соответствует равновесию трех фаз (или соответствует тройной точке на pT -диаграмме). Точка k — критическая точка.

Из рассмотрения кривых Ak и Dk видно, что с увеличением давления, а следовательно, и температуры объем кипящей жидкости увеличивается, а объем сухого насыщенного пара уменьшается. В критической точке k оба объема становятся одинаковыми. Если фазовый переход из твердого состояния в жидкое или газообразное и из жидкого состояния в газообразное происходит при постоянном давлении, то и температура при этом не изменяется. Общий вид изотерм в области жидкого и газообразного состояний представлен на рис. 4-3.

Ts -д и а г р а м м а. Для термодинамического анализа многих процессов и циклов в технике широко используется Ts -диаграмма, которая позволяет видеть изменение температуры рабочего тела и находить количество теплоты, участвующее в процессе. Некоторым неудобством данной диаграммы является то, что при определении количества теп-

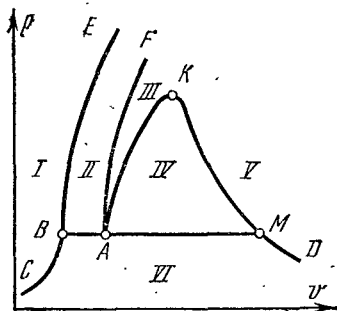


Рис. 9-4

лоты приходится измерять соответствующие площади, что усложняет определение необходимых величин.

На Ts -диаграмме по оси абсцисс откладываются значения удельной энтропии s , а по оси ординат — абсолютная температура T .

На Ts -диаграмму наносят кривую кипящей жидкости (пограничная кривая жидкости) и кривую сухого насыщенного пара (пограничная кривая пара). Кроме того, на диаграмму наносят изобары, изохоры, изотэпалы и линии постоянной степени сухости.

Общий вид Ts -диаграммы для нормального вещества представлен на рис. 9-5. На пограничной кривой жидкости Ak располагаются точки кипящей жидкости, а на пограничной кривой пара Ck — точки сухого насыщенного пара. Область I представляет собой твердую фазу,

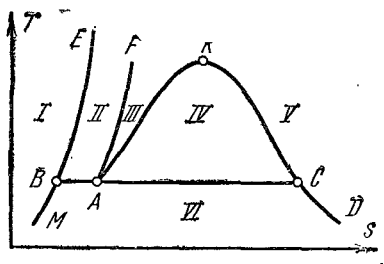


Рис. 9-5

область II — равновесное состояние твердой и жидкой фаз, область III — жидкую фазу, область IV — равновесное состояние жидкой и газообразной фаз, область V — парообразную фазу, а область VI — равновесное состояние твердой и газообразной фаз. Линия BC определяет температуру тройной точки, или температуру равновесного состояния всех трех фаз.

На Ts -диаграмме обратимый адиабатный или изоэнтропический процесс изображается вертикальной прямой линией ($s = \text{const}$), а

изотермный процесс — горизонтальной прямой линией ($T = \text{const}$).

Общий вид изобар $p(s, T) = \text{const}$ может быть установлен при анализе уравнения (6-45) $(\partial T/\partial s)_p = T/c_p$, в котором $(\partial T/\partial s)_p$ есть угловой коэффициент изобар ($\tan \alpha$). Угловой коэффициент всегда величина положительная, так как $(\partial T/\partial s)_p > 0$. В области двухфазного состояния вещества изобары совпадают с изотермами и являются горизонтальными прямыми. В области газообразного состояния вещества изобары представляют собой кривые линии, поднимающиеся слева направо и своей выпуклостью обращенные к оси абсцисс. Чем выше давление, тем выше располагаются соответствующие изобары.

Угловой коэффициент изохоры $v(s, T) = \text{const}$ согласно уравнению (6-45) равен $(\partial T/\partial s)_v = T/c_v$; так как всегда $(\partial T/\partial s)_v > 0$, то изохора представляет собой восходящую кривую, более крутую, чем изобара.

Угловой коэффициент изотэпалы $i(s, T) = \text{const}$ $(\partial T/\partial s)_i < 0$, поэтому изотэпалы представляют собой нисходящие кривые.

§ 9-9. Уравнение Клапейрона — Клаузиуса

Уравнение Клапейрона — Клаузиуса для двухфазных систем можно вывести на основании второго закона термодинамики, применяя метод круговых процессов. Рассмотрим элементарный круговой процесс единицы массы вещества на pv -диаграмме. Пусть начальное состояние 1 кг

вещества при давлении p изображается точкой A с удельным объемом v_1 (рис. 9-6). В процессе AB при постоянной температуре T подводится теплота фазового превращения r , в результате чего в точке B получается пар с удельным объемом v_2 . Процесс AB является изобарным и изотермным одновременно. От точки B пар расширяется по адиабате BC , при этом давление падает на dp , а температура—на dT и в точке C температура становится равной $T - dT$. От точки C пар сжимается при постоянной температуре $T - dT$ до точки D . Процесс CD есть изобарный и изотермный одновременно. От точки D пар сжимается по адиабате до начального состояния A . В результате проведения всех процессов получается элементарный цикл Карно.

Термический к. п. д. цикла Карно находится по уравнению

$$\eta_t = \eta_{q_1} = (T_1 - T_2)/T_1.$$

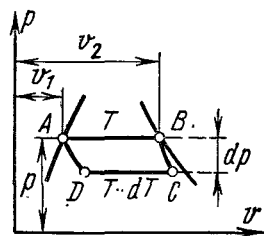


Рис. 9-6

Для рассматриваемого элементарного цикла Карно получаем

$$T_1 = T; T_2 = T - dT; q_1 = r; dl = dp (v_2 - v_1).$$

Тогда

$$\eta_t = dp (v_2 - v_1)/r = (T - T + dT)/T = dT/T,$$

откуда

$$v_2 - v_1 = \frac{r}{T} \cdot \frac{dT}{dp} \quad (9-60)$$

или

$$r = T (v_2 - v_1) \frac{dp}{dT}. \quad (9-61)$$

Уравнение (9-61) называют *уравнением Клапейрона — Клаузиуса*. Оно устанавливает связь между термическими и калорическими величинами при фазовых превращениях вещества. Величина dp/dT представляет собой производную от давления по температуре, взятую на кривой фазового перехода. Разность удельных объемов $v_2 - v_1$ может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Уравнение Клапейрона — Клаузиуса применимо ко всяким изменениям агрегатного состояния химически однородных веществ: к плавлению и испарению твердых тел, превращению веществ из одного твердого состояния в другое, к образованию и плавлению кристаллов, к определению изменения удельного объема в процессе парообразования, к определению полной теплоты парообразования. Кроме того, это уравнение в общем виде характеризует изменение давления находящихся в равновесии фаз в зависимости от температуры, т. е. относится к кривым AC , AB и AD (рис. 9-3). Однако физический смысл величин, входящих в это уравнение, в каждом конкретном случае различен. Для случая испарения жидкости (кривая AD): r — полная теплота парообразования, v_1 — удельный объем кипящей жидкости, v_2 — удельный объем сухого насыщенного пара. Для случая плавления твердого

тела (AB): n — удельная теплота плавления, v_1 — удельный объем твердого тела, v_2 — удельный объем жидкости. Для случая возгонки (AC): λ — удельная теплота сублимации, v_1 — удельный объем твердого тела, v_2 — удельный объем сухого насыщенного пара.

У подавляющего большинства веществ объем твердой фазы меньше объема жидкой фазы и у всех веществ объем парообразной фазы значительно больше объема жидкой фазы. Поэтому почти всегда разность объемов $v_2 - v_1 > 0$.

Однако для воды ввиду ее аномальности объем льда больше, чем объем воды в момент фазового перехода, т. е. $v_2 - v_1 < 0$. Это, как указывалось, объясняет аномальный ход кривой затвердевания воды на pT -диаграмме. Действительно, из уравнения Клапейрона — Клаузиуса

$$dp/dT = r/T (v_2 - v_1),$$

но поскольку r и T всегда положительны, а $v_2 - v_1$ для воды отрицательна, то dp/dT будет меньше нуля. Это значит, что угол наклона касательной к линии затвердевания в pT -диаграмме для воды будет больше 90° , т. е. кривая с повышением давления будет отклоняться влево (в сторону меньших температур). Для нормальных жидкостей $v_2 - v_1 > 0$ и, следовательно, все линии фазовых превращений (см. рис. 9-3) с повышением давления будут отклоняться вправо.

§ 9-10. Тепловая теорема Нернста

Экспериментальные исследования свойств различных веществ при сверхнизких температурах привели к открытию новой важной закономерности, получившей название тепловой теоремы Нернста.

Теорема Нернста не вытекает из первого и второго законов термодинамики, а выражает новый закон природы, поэтому ее часто называют *третьим законом термодинамики*. В настоящее время этот закон может быть выведен из основных положений квантовой статистики.

Впервые теорема Нернста была установлена при определении химического сродства, но в дальнейшем оказалось, что она имеет более широкое значение, чем решение только этой проблемы. Правильное решение вопроса о химическом сродстве было дано Вант-Гоффом. Он показал, что химическое сродство необходимо измерять не по тепловому эффекту, а по убыли изобарного потенциала ΔZ , если реакция тел протекает при постоянных температуре и давлении, или по уменьшению изохорно-изотермного потенциала ΔF , если тела вступают в реакцию при постоянных температуре и объеме, так как убыль изохорно-изотермного потенциала при таких условиях как раз равна работе химических сил: $\Delta F = L$, а работа L , являющаяся мерой сродства, определяется уравнением Гиббса — Гельмгольца

$$L = Q + T (\partial L / \partial T)_V.$$

Если проинтегрировать это уравнение, то появляется термодинамически неопределимая постоянная C , которая не позволяет найти абсолютное значение работы сродства L .

С аналогичным затруднением мы встречаемся при определении абсолютной величины энтропии.

Нернст на основании обобщения экспериментальных исследований свойств различных веществ при сверхнизких температурах установил, что разность $L - Q$ или $\Delta F - \Delta U = T (\partial \Delta F / \partial T)_V$ с понижением температуры уменьшается и если температура $T \rightarrow 0$, то множитель $(\partial \Delta F / \partial T)_V$ в произведении $T (\partial \Delta F / \partial T)_V$, также стремится к нулю.

Следовательно, при $T \rightarrow 0$ в изотермных процессах равновесных систем изменение изохорно-изотермного потенциала $F_2 - F_1$ перестает зависеть от температуры:

$$\frac{\partial}{\partial T} (F_2 - F_1) \rightarrow 0,$$

или

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left[\frac{\partial}{\partial T} (\Delta F) \right] = 0. \quad (9-62)$$

Это доказательство носит название *тепловой теоремы Нернста*.

Выводы Нернста позволяют получить из уравнения Гиббса — Гельмгольца, что $L = Q$ при $T \rightarrow 0$ или $\Delta F = \Delta U$ при $T \rightarrow 0$.

На рис. 9-7, а и б изображены графики зависимости ΔU и ΔF и Q и L от T . Из уравнения (9-62) вытекает, что для конденсированных систем кривые ΔU и ΔF или Q и L сливаются друг с другом при температурах, близких к абсолютному нулю, а это приводит к выводу, что при условии $T = 0$ кривые имеют общие касательные параллельные оси T .

Из дифференциального уравнения изохорно-изотермного потенциала имеем, что $(\partial F / \partial T)_V = -S$, поэтому, учитывая уравнение (9-62), получаем

$$S_2 - S_1 \rightarrow 0 \text{ или } \lim_{T \rightarrow 0} \Delta S = 0,$$

т. е. при $T \rightarrow 0$ изотермные процессы протекают без изменения энтропии, а энтропия тела в равновесном состоянии перестает быть функцией состояния:

$$\lim_{T \rightarrow 0} (\partial S / \partial p)_T = \lim_{T \rightarrow 0} (\partial S / \partial V)_T = 0.$$

При абсолютном нуле изотермный процесс является также и изоэнтропийным (адиабатным).

Принцип Нернста был развит Планком, предположившим, что при температуре абсолютного нуля энтропия всех однородных кристаллических (конденсированных) веществ в состоянии равновесия обращается в нуль:

$$S_0 = 0. \quad (9-63)$$

Это равенство и есть третий закон термодинамики.

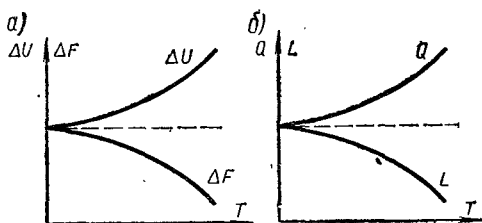


Рис. 9-7

Равенство нулю энтропии при $T \rightarrow 0$ связано с квантовой природой реальных систем, находящихся при $T = 0^\circ \text{ К}$ в состоянии устойчивого, а не полустойчивого равновесия.

Из условия $S_0 = 0$ следует, что

$$\lim_{T \rightarrow 0} (\partial Z / \partial T)_p = \lim_{T \rightarrow 0} (\partial F / \partial T)_v = 0. \quad (9-64)$$

Уравнение (9-64) также является выражением тепловой теоремы Нернста.

На основании гипотезы Планка можно определить абсолютные значения энтропии и энтальпии системы в произвольном равновесном состоянии по известной величине теплоемкости. Например, для однородной системы постоянного состава

$$S(p, T) = \int_0^T c_p \frac{dT}{T}; \quad I(p, T) = \int_0^T c_p T + I_0,$$

где интегрирование производится в предположении $p = \text{const}$;

c_p берется при данном значении давления p ; I — значение энтальпии при $T = 0^\circ \text{ К}$.

Из тепловой теоремы Нернста вытекают важные следствия, имеющие практическое значение. Рассмотрим некоторые из этих следствий.

Термические коэффициенты при $T \rightarrow 0$. Термический коэффициент расширения тела α_t и термический коэффициент давления γ_t равны:

$$\alpha_t = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p; \quad \gamma_t = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v.$$

Но из уравнения (9-2)

$$(\partial v / \partial T)_p = - (\partial s / \partial p)_T,$$

а из уравнения (9-20)

$$(\partial p / \partial T)_v = (\partial s / \partial v)_T,$$

поэтому

$$\alpha_t = - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T \quad \text{и} \quad \gamma_t = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T.$$

Из теоремы Нернста следует, что при $T \rightarrow 0$ энтропия не меняется, т. е. не зависит от p и v , поэтому при $T \rightarrow 0$

$$\alpha_t \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad \gamma_t \rightarrow 0$$

или термический коэффициент расширения и термический коэффициент давления обращаются в нуль при $T \rightarrow 0$.

Теплоемкости c_p и c_v при $T \rightarrow 0$. Вследствие равенства нулю производных [см. уравнение (6-45)] $(\partial s / \partial T)_v$ и $(\partial s / \partial T)_p$ при $T \rightarrow 0$ теплоемкости c_p и c_v вблизи температуры абсолютного нуля также обращаются в нуль, т. е. $c_v \rightarrow 0$ и $c_p \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$.

Недостижимость абсолютного нуля температуры. Нернст, рассматривая круговые процессы пришел к выводу, что «не существует такого протекающего в конечных измере-

ниях кругового процесса, при котором тело охладилось бы до абсолютного нуля». Эти рассуждения Нернста и привели его к выводу о недостижимости абсолютного нуля.

Рассмотрим цикл Карно с температурой теплоотдатчика $T_1 = T$ и температурой теплоприемника $T_2 = 0$ (рис. 9-8).

По второму закону термодинамики, для кругового процесса $\oint dQ/T = 0$ или $\Delta s_{12} + \Delta s_{23} + \Delta s_{34} + \Delta s_{41} = 0$, где $\Delta s_{12} = Q/T$; $\Delta s_{23} = 0$ (адиабатный процесс); $\Delta s_{34} = 0$, $\Delta s_{41} = 0$ (адиабатный процесс).

Следовательно, в результате проведения такого цикла, который дает возможность получать непрерывную работу за счет охлаждения одного теплоотдатчика, можно создать вечный двигатель второго рода, что, согласно второму закону термодинамики, невозможно. Поэтому абсолютный нуль температуры недостижим. Однако получение температур, сколь угодно близких к $T = 0$, не исключается.

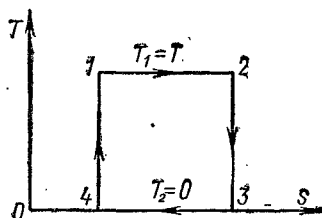


Рис. 9-8

Контрольные вопросы и примеры к IX главе

1. Что выражает термодинамическое тождество?
2. Какими особенностями обладают термодинамические функции?
3. Какие термодинамические функции считаются основными?
4. Какими независимыми переменными определяется каждая из основных термодинамических функций?
5. Что такое изохорно-изотермный потенциал и связанная энергия?
6. Физический смысл изохорно-изотермного потенциала.
7. Из каких величин составляется общая энергия системы?
8. Уравнение максимальной работы Гиббса — Гельмгольца при постоянных TV и Tr .
9. Какие величины называются термодинамическими потенциалами?
10. Что представляет собой химический потенциал?
11. На какие классы делятся термодинамические системы?
12. Фазовые превращения первого и второго рода.
13. Какое состояние называется стабильным, лабильным, метастабильным?
14. Какие условия необходимо осуществлять для устойчивого равновесия термодинамической системы?
15. Условия равновесия однородной системы.
16. Условия равновесия нескольких фаз вещества.
17. Фазовая pT -диаграмма.
18. Фазовая pV -диаграмма.
19. Ts -диаграмма.
20. Уравнение Клапейрона—Клаузиуса и его вывод.
21. Тепловая теорема Нернста.

Пример 9-1. Доказать, что для идеального газа

$$(\partial F/\partial T)_p = -S - R \text{ и } (\partial F/\partial p)_T = -V.$$

При независимых переменных p и T характеристической функцией будет изобарно-изотермный потенциал Z :

$$Z = U - TS + pV = F + pV \text{ или } F = Z - pV.$$

Дифференцируя последнее уравнение по T при постоянном давлении, получаем

$$(\partial F/\partial T)_p = (\partial Z/\partial T)_p - p (\partial V/\partial T)_p.$$

Из уравнения Клапейрона находим

$$(\partial V/\partial T)_p = R/p \text{ и } (\partial V/\partial p)_T = -RT/p^2.$$

Учитывая уравнения (9-25) и Клапейрона, получаем

$$(\partial F/\partial T)_p = -S - p (R/p) = -S - R.$$

Дифференцируя потенциал Z по p при постоянной температуре, находим

$$(\partial F/\partial p)_T = (\partial Z/\partial p)_T - p (\partial V/\partial p)_T - V$$

и с учетом уравнений (9-25) и Клапейрона получаем

$$(\partial F/\partial p)_T = V - V - V = -V.$$

Пример 9-2. Определить L , Q , ΔI , ΔU , ΔS , ΔF и ΔZ при изотермном расширении 1 кмоль идеального газа от $p_1 = 1,0$ до $p_2 = 0,5$ бар при температуре 1000°K .

Работа при изобарном расширении

$$L = 1000 \cdot 8314,2 \cdot 2,3 \lg 1/0,5 = 5730 \text{ кДж/моль.}$$

Подведенная теплота в процессе $Q = L = 5730 \text{ кДж/кмоль.}$

Изменение энтальпии $\Delta I = 0$.

Изменение энтропии

$$\Delta S = Q/T = 5730/1000 = 5,73 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град).}$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$.

Изохорно-изотермный потенциал $\Delta F = -L_{\text{макс}} = -5730 \text{ кДж/кмоль.}$

Изобарный потенциал $\Delta Z = L_{\text{макс}} = 5730 \text{ кДж/кмоль.}$

Пример 9-3. Определить максимальную работу 1 м³ воздуха при давлении $p = 100$ бар и температуре $T_1 = 300^\circ \text{K}$; давление внешней среды $p_0 = 1$ бар и температура $T = 300^\circ \text{K}$.

Удельную максимальную работу определяем по уравнению (8-26):

$$l_{\text{макс}} = (u_1 - u_2) - T_0 (s_1 - s_2) + p_0 (v_1 - v_2)$$

или

$$l_{\text{макс}} = c_v (T_1 - T_0) - T_0 (c_p \ln T_1/T_0 - R \ln p_1/p_0) + R p_0 (T_1/p_1 - T_0/p_0),$$

$$l_{\text{макс}} \approx 300 \cdot 0,287 \cdot 2,3 \lg 100 + 0,287 (300/100 - 300) = 311 \text{ кДж/кг}.$$

Масса воздуха:

$$m = (p_1 V_1)/(R T_1) = (100 \cdot 10^6)/(287 \cdot 300) = 116 \text{ кг};$$

$$L_{\text{макс}} = 311 \cdot 116 = 36100 \text{ кДж}.$$

Пример 9-4. Доказать следующие соотношения:

$$U = Z - T (\partial Z / \partial T)_p - p (\partial Z / \partial p)_T;$$

$$C_v = - T (\partial^2 F / \partial T^2)_v; C_p = - T (\partial^2 Z / \partial T^2)_p;$$

$$(\partial U / \partial V)_S = (\partial F / \partial V)_T; (\partial I / \Delta p)_S = (\partial Z / \partial p)_T;$$

$$(\partial F / \partial T)_v = (\partial Z / \partial T)_p; (\partial F / \partial V)_T = (\partial U / \partial V)_S.$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 10-1. Основные дифференциальные уравнения термодинамики в частных производных

Первый и второй законы термодинамики дают возможность для любого рабочего тела устанавливать зависимость между параметрами в дифференциальной форме. Следовательно, если некоторые из параметров определены опытным путем, то другие могут быть определены интегрированием соответствующих дифференциальных уравнений, составление которых и будет изложено в данной главе.

Так как производные характеристических функций определяют физические свойства вещества, то дифференциальные уравнения термодинамики выражают количественные связи между различными физическими свойствами вещества, вытекающие из первого и второго законов термодинамики.

Исходными уравнениями для наших исследований являются уравнения первого и второго законов термодинамики и термодинамических тождеств: (5-8), (5-9), (5-13), (6-39), (6-46), (6-47).

Уравнение (6-45) при $p = \text{const}$ принимает вид

$$C_p = T (\partial S / \partial T)_p. \quad (10-1)$$

Для изохорного процесса

$$C_v = T (\partial S / \partial T)_v, \quad (10-2)$$

т. е. теплоемкость C_v при $V = \text{const}$ равна произведению абсолютной температуры T на частную производную энтропии S по температуре T .

Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики $dQ = dU + p dV$ при различных независимых переменных, определяющих внутреннюю энергию dU , выражается следующим образом.

При независимых параметрах V и T — уравнением (6-4'):

$$dQ = (\partial U / \partial T)_v dT + [(\partial U / \partial V)_T + p] dV.$$

При независимых параметрах p и V

$$dQ = (\partial U / \partial p)_v dp + [(\partial U / \partial V)_p + p] dV. \quad (10-3)$$

При независимых параметрах p и T . Подставив в уравнение первого закона значения dU и dV из уравнений (5-3) и (4-7) при тех же независимых параметрах, получаем

$$dQ = (\partial U / \partial T)_p dT + (\partial U / \partial p)_T dp + p [(\partial V / \partial T)_p dT + (\partial V / \partial p)_T dp],$$

или

$$dQ = [(\partial U / \partial T)_p + p (\partial V / \partial T)_p] dT + [(\partial U / \partial p)_T + p (\partial V / \partial p)_T] dp. \quad (10-4)$$

Частная производная внутренней энергии $(\partial U/\partial V)_T$. Подставим в основное уравнение изменения энтропии $dS = dQ/T$ значение dQ из уравнения (6-4'), получим

$$dS = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \frac{1}{T} [(\partial U/\partial V)_T + p] dV.$$

Сравнивая полученное уравнение с уравнением (6-40), находим

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (10-5)$$

и

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right]. \quad (10-6)$$

Чтобы исключить переменную S , берем вторые частные производные: уравнение (10-5) по V при $T = \text{const}$, а уравнение (10-6) по T при $V = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V}$$

и

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \right] - \frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right],$$

Полученные производные равны:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \right] - \frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right],$$

откуда

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right]$$

и

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p. \quad (10-7)$$

Частная производная внутренней энергии и $(\partial U/\partial p)_T$. В основное уравнение энтропии $dS = dQ/T$ подставим значение dQ из уравнения (10-4), тогда

$$dS = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + p \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dT + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right] dp.$$

Из последнего уравнения и уравнения (6-40) на основании свойств коэффициентов полного дифференциала находим:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + p \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right]; \quad (10-8)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right]. \quad (10-9)$$

Чтобы исключить переменную S , берем вторые частные производные в уравнении (10-8) по p при $T = \text{const}$, а в уравнении (10-8) по T при $p = \text{const}$ и, приравняв правые части, получаем

$$\frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial p \partial T} + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + p \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial T} \right] = \\ = -\frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T + \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial p} + p \frac{\partial^2 V}{\partial T \partial p} \right] \right],$$

откуда

$$(\partial U / \partial p)_T = - [T (\partial V / \partial T)_p + p (\partial V / \partial p)_T]. \quad (10-10)$$

Частная производная внутренней энергии $(\partial U / \partial T)_p$. Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики при независимых переменных p и T в изобарном процессе принимает вид

$$dQ_p = [(\partial U / \partial T)_p + p (\partial V / \partial T)_p] dT_p$$

и

$$dQ_p / dT_p = C_p = (dU / dT)_p + p (\partial V / \partial T)_p,$$

откуда

$$(\partial U / \partial T)_p = C_p - p (\partial V / \partial T)_p. \quad (10-11)$$

Дифференциальное уравнение теплоты при независимых переменных V и T будет аналогично уравнению (6-14):

$$dQ = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV + C_V dT. \quad (10-12)$$

Дифференциальные уравнения теплоты при независимых переменных p и T . Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики при независимых переменных p и T получаем из уравнения (10-4).

Подставляя в уравнение (10-4) уравнения (10-11) и (10-10), находим

$$dQ = [C_p - p (\partial V / \partial T)_p + p (\partial V / \partial T)_p dT + [-T (\partial V / \partial T)_p - \\ - p (\partial V / \partial p)_T + p (\partial V / \partial p)_T] dp. \quad (10-13)$$

После преобразований получим

$$dQ = C_p dT - T (\partial V / \partial T)_p dp. \quad (10-14)$$

Дифференциальные уравнения энтальпии и энтропии при независимых переменных p и T . Сравнивая уравнения (5-21) и (6-47), получаем

$$dS = (\partial S / \partial T)_p \frac{dT}{T} + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T - V \right] dp. \quad (10-15)$$

Частные производные энтропии определяем методом сравнения коэффициентов тождественных уравнений.

Сопоставляя уравнение (10-15) с тождественным уравнением (6-40), получим:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p; \quad (10-16)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right]. \quad (10-17)$$

Для того чтобы исключить S , берем вторые частные производные в уравнении (10-16) по p при $T = \text{const}$ и в уравнении (10-17) по T при $p = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial p} = \frac{1}{T} \frac{\partial^2 I}{\partial T \partial p};$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial p \partial T} = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 I}{\partial p \partial T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \right] - \frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right].$$

Полученные производные равны между собой, поэтому

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right], \quad (10-18)$$

откуда

$$\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (10-19)$$

Это уравнение применяют для анализа изотермных процессов. Если в уравнение для энтальпии (5-21) подставим значение $(\partial I / \partial p)_T$ из уравнения (10-19), а значение $(\partial I / \partial T)_p$ из уравнения (6-12), то получим

$$dI = C_p dT - \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right] dp. \quad (10-20)$$

Если в уравнение (6-40) для энтропии подставим значение $(\partial S / \partial T)_p$ из уравнения (10-1) и $(\partial S / \partial p)_T$ из уравнения (9-29), то

$$dS = \left(\frac{C_p}{T}\right) dT - (\partial V / \partial T)_p dp. \quad (10-21)$$

Уравнения (6-46) и (6-47) позволяют вычислить важные частные производные энтропии:

$$(\partial U / \partial S)_V = T; \quad (\partial S / \partial V)_U = p / T;$$

$$(\partial I / \partial S)_p = T; \quad (\partial S / \partial p)_I = -V / T;$$

$$(\partial U / \partial V)_S = -p; \quad (\partial I / \partial p)_S = V.$$

Дифференциальные уравнения, связывающие теплоемкость при постоянном давлении и теплоемкость при постоянном объеме, имеют большое значение в термодинамике. Найдем зависимость теплоемкости C_p от давления и теплоемкости C_v от объема при постоянной температуре.

В уравнении (10-1) берем вторую производную по p при $T = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial p} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T.$$

В уравнении (9-29) берем вторую производную по T при $p = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial p \partial T} = - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p.$$

Полученные вторые частные производные равны, поэтому

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p. \quad (10-22)$$

Это уравнение используется для получения термического уравнения состояния реального газа $p = f(V, T)$, если из опыта получена зависимость теплоемкости C_p от параметров. Для этого необходимо дважды проинтегрировать уравнение (10-22) и определить значения получаемых постоянных интегрирования.

Таким же методом получаем уравнение для C_v .

В уравнении (10-2) берем вторую производную по V при $T = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T.$$

Применяя повторное двукратное дифференцирование уравнения (9-20) по T при $V = \text{const}$, находим

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V.$$

Вторые частные производные равны

$$\left(\frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V. \quad (10-23)$$

Это уравнение определяет зависимость C_v от объема.

Важные выражения в частных производных для определения теплоемкостей C_p и C_v можно получить из уравнений (10-1) и (10-2). Преобразуя уравнение (10-1), получаем

$$C_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Применяя уравнение Максвелла (9-12), имеем

$$C_p = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_s \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (10-24)$$

Преобразуя уравнение (10-2) $C_v = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$, получаем

$$C_v = T \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_V \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V.$$

Применяя уравнение Максвелла (9-8), имеем

$$C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_S \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V. \quad (10-25)$$

Продифференцировав выражение энтальпии $I = U + pV$ по V при $T = \text{const}$, получим

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p + V \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T.$$

Применяя уравнение (10-7), имеем

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T} \right)_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T. \quad (10-26)$$

Аналогично, дифференцируя выражение для I по T при $V = \text{const}$, получим

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V,$$

или, применяя уравнение (6-5), имеем

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T} \right)_V = C_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V. \quad (10-27)$$

Уравнения (10-6), (10-10), (10-11), (10-19), (10-20), (10-22), (10-23), (10-26) и (10-27) связывают термические и калорические величины и широко применяются в практике для вычисления термических свойств вещества, если из опыта будут определены калорические величины. Кроме того, уравнение (10-22) широко используется для определения зависимости V от T , если в опытах будет измерена теплоемкость C_p .

Дифференциальные уравнения изохорно-изотермного и изобарного потенциалов изложены в гл. IX.

§ 10-2. Приложение дифференциальных уравнений к решению некоторых термодинамических задач

1. C_p и C_V для идеального газа не зависят от давления и объема при $T = \text{const}$.

Из уравнения (10-22) следует, что

$$(\partial C_p / \partial p)_T = -T (\partial^2 V / \partial T^2)_p.$$

Дифференцируя уравнение состояния при $p = \text{const}$, получаем

$$(\partial V / \partial T)_p = mR/p.$$

Вторая производная от частной производной равна

$$(\partial^2 V / \partial T^2)_p = 0,$$

поэтому

$$(\partial C_p / \partial p)_T = 0.$$

Теплоемкость C_p идеального газа при постоянной температуре не зависит от давления.

Из уравнения (10-23) находим

$$(\partial C_V / \partial V)_T = T (\partial^2 p / \partial T^2)_V.$$

Дифференцируя уравнение состояния при $V = \text{const}$, получаем

$$(\partial p / \partial T)_V = mR/V.$$

Вторая производная от этой производной равна

$$(\partial^2 p / \partial T^2)_V = 0,$$

поэтому

$$(\partial C_V / \partial V)_T = 0.$$

Изохорная теплоемкость C_V идеального газа не зависит от объема, а следовательно, и от давления.

2. Внутренняя энергия идеального газа, по закону Джоуля, зависит только от температуры и не зависит от объема и давления.

Это положение требует, чтобы

$$(\partial U / \partial V)_T = 0 \text{ и } (\partial U / \partial p)_T = 0$$

Из уравнения состояния получаем:

$$(\partial p / \partial T)_V = mR/V; (\partial V / \partial T)_p = mR/p; (\partial V / \partial p)_T = -mRT/p^2.$$

Подставляя в уравнение (10-7) значение $(\partial p / \partial T)_V$, находим

$$(\partial U / \partial V)_T = T (\partial p / \partial T)_V - p = T (mR/V) - p = 0.$$

Подставляя в уравнение (10-10) значения $(\partial V / \partial T)_p$ и $(\partial V / \partial p)_T$, получаем

$$\begin{aligned} (\partial U / \partial p)_T &= -[T (\partial V / \partial T)_p + p (\partial V / \partial p)_T] = \\ &= -[T (mR/p) - p (mRT/p^2)] = 0. \end{aligned}$$

Для идеального газа

$$(\partial U / \partial T)_V = dU/dT = C_V.$$

3. Определить внутреннюю энергию газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса.

Из уравнения Ван-дер-Ваальса получаем

$$p = RT/(v - b) - (a/v^2) \text{ и } (\partial p / \partial T)_v = R/(v - b).$$

Подставляя значение производной в уравнение (10-12), находим

$$\partial U = [T (\partial p / \partial T)_v - p] dv + c_v dT$$

и

$$\partial U = [TR/(v - b)] dv - p dv + c_v dT.$$

Подставляя значение p в полученное уравнение, имеем

$$\begin{aligned} \partial U &= [TR/(v - b)] dv - [RT/(v - b)] dv - (a/v^2) dv + \\ &+ c_v dT = c_v dT - (a/v^2) dv. \end{aligned}$$

4. Доказать, что на Ts -диаграмме изохора обращена выпуклостью в сторону оси абсцисс.

Для доказательства необходимо показать, что вторая производная

$$(\partial^2 T / \partial s^2)_v > 0.$$

Из уравнения (6-46) при $v = \text{const}$ следует, что

$$du_v = T ds_v.$$

С учетом уравнения (6-5) имеем

$$c_v = (\partial U / \partial T)_v = T (\partial s / \partial T)_v,$$

отсюда

$$(\partial T / \partial s)_v = T / c_v.$$

Берем вторую производную при условии, что $c_v = \text{const}$,

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial s^2} \right)_v = \frac{\partial}{\partial s} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_v \right]_v = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{T}{c_v} \right)_v = \frac{1}{c_v} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_v = \frac{T}{c_v^2}.$$

Теплопроводность при постоянном объеме $c_v > 0$ и $T > 0$, отсюда и $(\partial^2 T / \partial s^2)_v > 0$.

Следовательно, на Ts -диаграмме изохора обращена выпуклостью в сторону оси абсцисс.

5. Доказать, пользуясь дифференциальными уравнениями для коэффициентов изотермного и адиабатного сжатия в частных производных, что адиабата проходит круче изотермы.

Разделив уравнение (10-14) на (10-13) при $dQ = 0$ и $ds = 0$, находим

$$-\frac{c_p (\partial p / \partial T)_v}{c_v (\partial v / \partial T)_p} = \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s.$$

Подставляя значения $(\partial p / \partial T)_v$ из уравнения (4-8), получаем

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s = \frac{c_p (\partial p / \partial v)_T \cdot (\partial v / \partial T)_p}{c_v (\partial v / \partial T)_p},$$

откуда

$$(\partial p / \partial v)_s = k (\partial p / \partial v)_T.$$

Коэффициент адиабатного сжатия β_s в k раз больше коэффициента изотермного сжатия β_T :

$$\beta_s = k \beta_T.$$

Отсюда следует, что адиабата проходит всегда круче изотермы.

6. Доказать, что

$$c_p - c_v = [(\partial u / \partial v)_T + p] (\partial v / \partial T)_p.$$

Принимая во внимание уравнение (6-16), величину c_p можно выразить следующим соотношением:

$$c_p = c_v + T (\partial p / \partial T)_v (\partial v / \partial T)_p,$$

а из уравнения (10-7) следует, что

$$T = \frac{(\partial u / \partial v)_T + p}{(\partial p / \partial T)_v}.$$

Подставляя в предыдущее уравнение значение T , получаем

$$c_p = c_v + \frac{(\partial u / \partial v)_T + p}{(\partial p / \partial T)_v} [(\partial p / \partial T)_v (\partial v / \partial T)_p],$$

откуда

$$c_p = c_v + (\partial u / \partial v)_T (\partial v / \partial T)_p + p (\partial v / \partial T)_p$$

или

$$c_p - c_v = [(\partial u / \partial v)_T + p] (\partial v / \partial T)_p,$$

где член $p(\partial v / \partial T)_p$ представляет собою внешнюю работу, полученную при изменении температуры на 1° , а член $(\partial u / \partial v)_T (\partial v / \partial T)_p$ дает изменение внутренней энергии при увеличении температуры на 1° при постоянном давлении.

7. С помощью уравнений (6-46) и (10-13) доказать, что

$$(\partial T / \partial v)_u = [p - T (\partial p / \partial T)_v] / c_v.$$

Сопоставляя уравнения (6-46) и (10-13), получаем:

$$du = T ds - p dv; ds = (c_v dT) / T + (\partial p / \partial T)_v dv;$$

$$du = c_v dT + T (\partial p / \partial T)_v dv - p dv;$$

$$du = c_v dT + [T (\partial p / \partial T)_v - p] dv,$$

откуда при $u = \text{const}$

$$(\partial T / \partial v)_u = [p - T (\partial p / \partial T)_v] / c_v.$$

8. Доказать с помощью уравнений (10-2) и (9-20), что

$$(\partial T / \partial v)_s = -T (p / c_v) \gamma_t,$$

где γ_t — термический коэффициент давления, определяемый уравнением (4-11).

Между основными частными производными параметров T , v и s существует следующее соотношение:

$$(\partial T / \partial v)_s (\partial v / \partial s)_T (\partial s / \partial T)_v = -1.$$

Поэтому

$$(\partial T / \partial v)_s (\partial v / \partial T)_T (c_v / T) = -1,$$

или

$$(\partial T / \partial v)_s = - (T / c_v) (\partial p / \partial T)_v = - (T / c_v) (p / p) (\partial p / \partial T)_v,$$

откуда

$$(\partial T / \partial v)_s = - (T p / c_v) \gamma_t.$$

9. Доказать, что

$$(\partial T / \partial p)_v (\partial s / \partial v)_p - (\partial T / \partial v)_p (\partial s / \partial p)_v = 1;$$

$$(\partial p / \partial T)_s (\partial v / \partial s)_T - (\partial p / \partial s)_T (\partial v / \partial T)_s = 1.$$

Подставляя значения c_p и c_v из уравнений (10-1) и (10-2) в уравнение (6-16), получаем

$$T (\partial s / \partial T)_p - T (\partial s / \partial T)_v = T (\partial p / \partial T)_v (\partial v / \partial T)_p$$

или

$$(\partial s / \partial T)_p - (\partial s / \partial T)_v = (\partial p / \partial T)_v (\partial v / \partial T)_p,$$

откуда

$$(\partial v / \partial v)_p (\partial T / \partial p)_v - (\partial s / \partial p)_v (\partial T / \partial v)_p = 1.$$

Если в последнем уравнении заменить T на p и p на T , а v на s и s на v , то получаем

$$(\partial v / \partial s)_T (\partial p / \partial T)_s - (\partial v / \partial T)_s (\partial p / \partial s)_T = 1.$$

10. Показать, что

$$c_p - c_v = T \frac{(\partial^2 F / \partial T \partial v)^2}{(\partial^2 F / \partial v^2)_T}.$$

Уравнение (6-16) можно представить следующим образом:

$$c_p - c_v = T (\partial p / \partial T)_v (\partial v / \partial T)_p = T \frac{(\partial p / \partial T)_v}{(\partial T / \partial v)_p} = T \frac{(\partial p / \partial T)_v^2}{(\partial T / \partial v)_p (\partial p / \partial T)_v}.$$

Используя зависимость между параметрами состояния — уравнение (4-8), получаем тождество

$$(\partial v / \partial p)_T (\partial T / \partial v)_p (\partial p / \partial T)_v = -1.$$

Подставляя полученное выражение в уравнение в (6-16), находим

$$c_p - c_v = -T \frac{(\partial p / \partial T)_v^2}{(\partial p / \partial v)_T}.$$

Но из уравнения (9-17)

$$p = -(\partial F / \partial v)_T \text{ и } (\partial p / \partial T)_v = -(\partial^2 F) / (\partial T \partial v); (\partial p / \partial v)_T = -(\partial^2 F / \partial v^2)_T,$$

поэтому

$$c_p - c_v = T \frac{(\partial^2 F / \partial T \partial v)^2}{(\partial^2 F / \partial v^2)_T}.$$

11. Показать, что $c_p - c_v = -T (ds/dv)_T (ds/\partial p)_T$. Воспользуемся уравнением (6-16)

$$c_p - c_v = T (\partial p / \partial T)_v (\partial v / \partial T)_p.$$

Из уравнения (6-20)

$$(\partial p / \partial T)_v = (\partial s / \partial v)_T,$$

а из уравнения (9-29)

$$(\partial v / \partial T)_p = -(\partial s / \partial p)_T,$$

поэтому

$$c_p - c_v = -T (\partial s / \partial v)_T (\partial s / \partial p)_T.$$

12. Определить термодинамические функции при независимых переменных p , I и T , F .

Возьмем уравнение (6-47)

$$TdS = dI - Vdp.$$

При независимых переменных p и I термодинамической функцией является энтропия $S(p, I)$:

$$dS = dI/T - (V/T) dp.$$

При постоянном давлении

$$T = (dI/dS)_p = \frac{1}{(\partial S/\partial I)_p}$$

и

$$V = -(\partial S/\partial p)_I (\partial I/\partial S)_p = -\frac{(\partial S/\partial p)_I}{(\partial S/\partial I)_p}.$$

Запишем уравнение (9-15):

$$dF = -SdT - pdV.$$

При независимых переменных T и F термодинамической функцией является объем $V(T, F)$:

$$dV = -dF/p - (S/p) dT.$$

При постоянной температуре

$$p = -(\partial F/\partial V)_T = -\frac{1}{(\partial V/\partial F)_T}$$

и

$$S = T(\partial V/\partial T)_F = \frac{(\partial V/\partial T)_F}{(\partial V/\partial F)_T}.$$

Глава XI ВОДЯНОЙ ПАР

§ 11-1. Основные понятия и определения

Во всех областях промышленного производства получили большое применение пары различных веществ: воды, аммиака, уголекислоты и др. Из них наибольшее распространение получил водяной пар, являющийся рабочим телом в паровых турбинах, паровых машинах, в атомных установках, теплоносителем в различных теплообменниках и т. п.

Процесс превращения вещества из жидкого состояния в газообразное называется *парообразованием*. *Испарением* называется парообразование, которое происходит всегда при любой температуре со свободной поверхности жидкости или твердого тела. Процесс испарения заключается в том, что отдельные молекулы с большими скоростями преодолевают притяжение соседних молекул и вылетают в окружающее пространство. Интенсивность испарения возрастает с увеличением температуры жидкости.

Процесс кипения заключается в том, что если к жидкости подводить тепло, то при некоторой температуре, зависящей от физических свойств рабочего тела и давления, наступает процесс парообразования как на свободной поверхности жидкости, так и внутри ее.

Переход вещества из газообразного состояния в жидкое или твердое называется *конденсацией*. Процесс конденсации, так же как и процесс парообразования, протекает при постоянной температуре, если при этом давление не меняется. Жидкость, полученную при конденсации пара, называют *конденсатом*.

Процесс перехода твердого вещества непосредственно в пар называется *сублимацией*. Обратный процесс перехода пара в твердое состояние называется *десублимацией*.

Если парообразование жидкости происходит в неограниченном пространстве, то вся она может превратиться в пар. Если же парообразование жидкости происходит в закрытом сосуде, то вылетающие из жидкости молекулы заполняют свободное пространство над ней, при этом часть молекул, движущихся в паровом пространстве над поверхностью, возвращается обратно в жидкость. В некоторый момент между парообразованием и обратным переходом молекул из пара в жидкость может наступить равенство, при котором число молекул, вылетающих из жидкости, равно числу молекул, возвращающихся обратно в жидкость. В этот момент в пространстве над жидкостью будет находиться максимально возможное количество молекул. Пар в этом состоянии принимает максимальную плотность при данной температуре и называется *насыщенным*.

Таким образом, пар, соприкасающийся с жидкостью и находящийся в термическом с ней равновесии, называется насыщенным. С изменением температуры жидкости равновесие нарушается, вызывая соответствующее изменение плотности и давления насыщенного пара.

Насыщенный пар, в котором отсутствуют взвешенные высокодисперсные (мельчайшие) частицы жидкой фазы, называется *сухим насыщенным паром*. Состояние сухого насыщенного пара определяется одним параметром — давлением, или удельным объемом, или температурой.

Насыщенный пар, в котором содержатся взвешенные высокодисперсные частицы жидкой фазы, равномерно распределенные по всей массе пара, называется *влажным насыщенным паром*.

Массовая доля сухого насыщенного пара во влажном называется *степенью сухости* и обозначается буквой x :

$$x = \frac{\text{масса сухого насыщенного пара во влажном}}{\text{масса влажного пара}}.$$

Массовая доля кипящей жидкости во влажном паре, равная $(1 - x)$, называется *степенью влажности*. Для кипящей жидкости при температуре насыщения $x = 0$, а для сухого насыщенного пара $x = 1$, следовательно, степень сухости может меняться только в пределах от 0 до 1. Очевидно, состояние влажного пара определяется двумя величинами: температурой или давлением и каким-либо другим параметром, например степенью сухости.

Если сухому насыщенному пару сообщить некоторое количество теплоты при постоянном давлении, то температура его будет возрастать. Пар, получаемый в этом процессе, называется перегретым. Перегретый пар имеет при данном давлении более высокую температуру и удельный объем, чем сухой насыщенный пар. Перегретый пар над поверхностью жидкости получить нельзя. Температура перегретого пара, так же как и газа, является функцией объема и давления.

Перегретый пар является не насыщенным, так как при данном давлении удельный объем перегретого пара больше удельного объема сухого насыщенного пара, а плотность меньше. Он по своим физическим свойствам приближается к газу и тем ближе, чем выше степень перегрева.

§ 11-2. Особенности p - v -диаграммы водяного пара

Фазовая p - v -диаграмма системы, состоящей из жидкости и пара, представляет собой график зависимости удельных объемов воды и пара от давления.

Пусть вода, масса которой 1 кг при температуре 0°C и некотором давлении p , занимает объем v_0 (отрезок NS) (рис. 11-1). Вся кривая AE выражает зависимость удельного объема воды от давления при температуре 0°C . Так как вода—вещество почти несжимаемое, то кривая AE почти параллельна оси ординат. Если при постоянном давлении сообщать воде теплоту, то ее температура будет повышаться и удельный объем увеличиваться. При некоторой температуре t_n вода закипает, а ее удельный объем v' в точке A' достигнет при данном давлении максимального значения. С увеличением давления растет температура кипящей жидкости t_n и объем v' также увеличивается.

График зависимости v' от давления представлен на рис. 11-1 кривой AK , которая называется *пограничной кривой жидкости*. Характеристикой кривой AK является степень сухости $x = 0$.

В случае дальнейшего подвода теплоты при постоянном давлении начнется процесс парообразования. При этом количество воды будет уменьшаться, количество пара увеличиваться.

В момент окончания парообразования в точке B' пар будет сухим насыщенным. Удельный объем сухого насыщенного пара обозначается v'' .

Если процесс парообразования протекает при постоянном давлении, то температура его не изменяется и процесс $A'B'$ является одновременно изобарным и изотермным: В точках A' и B' вещество находится в однофазном состоянии. В промежуточных точках вещество состоит из смеси воды и пара. Такую смесь тел называют *двухфазной системой*.

График зависимости удельного объема v'' от давления представлен на рис. 11-1 кривой KB , которая называется *пограничной кривой пара*. Характеристикой кривой KB является степень сухости $x = 1$.

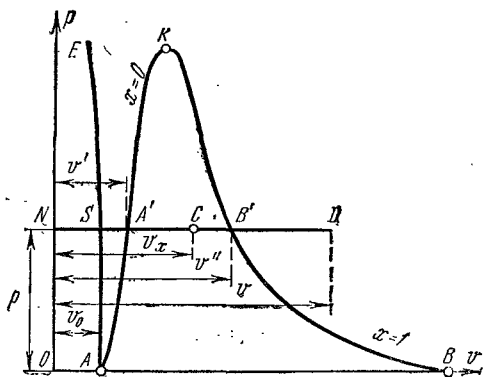


Рис. 11-1

Точка A соответствует состоянию кипящей жидкости в тройной точке ($t_0 = 0,01^\circ \approx 0^\circ \text{C}$), а изобара AB соответствует состояниям равновесия всех трех фаз (тройная точка на pt -диаграмме). Эта изобара при выбранном масштабе изображения кривых практически совпадает с осью абсцисс.

Если к сухому насыщенному пару подводить теплоту при постоянном давлении, то температура и объем его будут увеличиваться и пар из сухого насыщенного перейдет в перегретый (точка D).

Обе кривые AK и BK делят диаграмму на три части. Влево от пограничной кривой жидкости AK до нулевой изотермы располагается область жидкости. Между кривыми AK и BK располагается двухфазная система, состоящая из смеси воды и сухого пара. Вправо от BK и вверх от точки K располагается область перегретого пара или газообразного состояния тела. Обе кривые AK и BK сходятся в одной точке K , которая называется *критической точкой*.

Критическая точка является конечной точкой фазового перехода жидкость — пар, начинающейся в тройной точке.

Выше критической точки существование вещества в двухфазном состоянии невозможно. Никаким давлением нельзя перевести газ в жидкое состояние при температурах выше критической.

Параметры критической точки для воды: $t_K = 374,12^\circ \text{C}$; $v_K = 0,003147 \text{ м}^3/\text{кг}$; $p_K = 221,15 \text{ бар}$; $i_K = 2095,2 \text{ кДж/кг}$; $s_K = 4,424 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}$.

Область, заключенная между изотермой воды при температуре 0°C (линия AE) и осью ординат, представляет собой область равновесного сосуществования жидкой и твердой фаз.

§ 11-3. Основные параметры жидкости и сухого насыщенного пара. Теплота парообразования

Удельный объем воды при температуре 0°C и различных давлениях можно приближенно принимать равным $v_0 \approx 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$. Удельный объем кипящей воды v' с увеличением давления, а следовательно, и температуры возрастает и при высоких давлениях значительно отличается от объема при температуре 0°C . Например, при $p = 50 \text{ бар}$ $v' = 0,0012859 \text{ м}^3/\text{кг}$, при $p = 220 \text{ бар}$ $v' = 0,00269 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Количество теплоты, расходуемое на нагревание воды от температуры 0°C до температуры кипения при соответствующем давлении, определяется по уравнению

$$q = i' - i'_0, \quad (11-1)$$

где i' — энтальпия кипящей жидкости; i'_0 — энтальпия воды при 0°C .

В термодинамике энтальпию и энтропию воды в состоянии, соответствующем тройной точке, принимают равными нулю:

$$s'_0 = 0; i'_0 = 0.$$

Внутренняя энергия воды в тройной точке $u'_0 = i'_0 - p_0 v'_0$, но так как $i'_0 = 0$, то $u'_0 = -p_0 v'_0$, откуда $u'_0 = -0,00611 \cdot 0,001 \times 10^5 = -0,611 \text{ Дж/кг}$ — величина очень небольшая, поэтому можно считать, что внутренняя энергия жидкости при 0°C $u'_0 \approx 0$.

Энтальпия кипящей жидкости определяется по давлению или температуре и берется из таблиц насыщенного водяного пара.

Внутренняя энергия кипящей жидкости u' определяется из общей формулы для энтальпии:

$$i = u + pv \text{ или } u' = i' - pv'. \quad (11-2)$$

При дальнейшем подводе теплоты к воде, нагретой до температуры кипения при данном давлении, начнется превращение ее в пар. В процессе парообразования температура будет оставаться постоянной до тех пор, пока не превратится в пар последняя капля жидкости. В этом конечном состоянии получается сухой насыщенный пар.

Количество теплоты, затраченное на парообразование 1 кг воды при температуре кипения до сухого насыщенного пара, называется *теплотой парообразования* и обозначается буквой r . Теплота парообразования r вполне определяется давлением или температурой. С возрастанием последних r уменьшается и в критической точке делается равной нулю. Теплота парообразования r расходуется на изменение внутренней потенциальной энергии или на работу дисгрегации (разъ-

единения) ρ и на внешнюю работу расширения $p(v'' - v') = \psi$. Величина ρ называется *внутренней*, а ψ — *внешней теплотой парообразования*. Теплота парообразования равна

$$r = \rho + p(v'' - v') = \rho + \psi. \quad (11-3)$$

Энтальпия сухого насыщенного пара i'' определяется по формуле

$$i'' = i' + r. \quad (11-4)$$

Внутренняя энергия сухого насыщенного пара

$$u'' = i'' - pv''. \quad (11-5)$$

Сухой насыщенный пар определяется одним параметром: давлением или температурой.

Значения i'' , i' , r , v'' , v' берутся из таблиц водяного пара. В критической точке энтальпия сухого насыщенного пара равна энтальпии жидкости.

§ 11-4. Основные параметры влажного насыщенного водяного пара

В паровых котлах над поверхностью испарения получается только влажный пар с большей или меньшей степенью сухости. Влажный пар определяется давлением p или температурой t_n и степенью сухости x . Температура влажного пара равна температуре кипения жидкости при данном давлении. Удельный объем влажного пара v_x определяется как объем смеси, состоящей из сухого пара и воды:

$$v_x = v''x + (1 - x)v'. \quad (11-6)$$

Степень сухости пара в котлах достигает значений 0,9—0,96, поэтому величиной объема воды $(1 - x)v'$ для невысоких давлений можно пренебрегать и объем влажного пара находить по приближенной формуле

$$v_x \approx v''x. \quad (11-7)$$

Энтальпия влажного пара i_x определяется по формуле

$$i_x = i' + rx, \quad (11-8)$$

где i' — энтальпия жидкости; rx — количество теплоты, израсходованной на испарение x доли воды.

Внутренняя энергия влажного пара

$$u_x = i_x - pv_x. \quad (11-9)$$

§ 11-5. Основные параметры перегретого пара

Перегретым называют пар, имеющий при данном давлении более высокую температуру, чем сухой насыщенный пар. Перегретый пар получается в специальном аппарате-перегревателе из влажного пара при сообщении последнему некоторого количества теплоты. *Теплотой перегрева* принято называть то количество теплоты, которое необходи-

мо затратить на перегрев 1 кг сухого пара до требуемой температуры при постоянном давлении.

В перегревателе влажный пар сперва превращается в сухой, а затем в перегретый пар. Давление в перегревателе принимается постоянным и равным давлению в котле (в действительности немного падает).

В настоящее время в котельных установках температура перегретого пара достигает 550—600° С. Температура перегретого пара не является функцией давления и может принимать самые различные значения, но не ниже температуры сухого пара при данном давлении. Свойства перегретых паров приближаются к свойствам газов.

Количество теплоты, сообщаемое в процессе перегрева пара, может быть определено по уравнению

$$q_{\text{п}} = \int_{t_{\text{н}}}^t c_p dt \quad \text{или} \quad q_{\text{п}} = c_{pm} (t - t_{\text{н}}), \quad (11-10)$$

где c_p — истинная теплоемкость перегретого пара при постоянном давлении; c_{pm} — средняя теплоемкость перегретого пара в интервале температур от $t_{\text{н}}$ до t .

Так как теплота перегрева $q_{\text{п}}$, подводимая к пару при постоянном давлении, расходуется только на изменение его энтальпии, то энтальпия перегретого пара определяется по общему уравнению

$$i = i' + r + c_{pm} \int_{t_{\text{н}}}^t dt. \quad (11-11)$$

Внутренняя энергия перегретого пара равна

$$u = i - pv, \quad (11-12)$$

где v — удельный объем перегретого пара.

Значения энтальпии, энтропии и удельного объема перегретого пара берутся по таблицам водяного пара.

§ 11-6. Энтропия воды и водяного пара

Основное уравнение изменения энтропии для обратимых процессов

$$ds = dq/T.$$

Для воды $dq = c_{pж} dT$ и $ds = c_{pж} dT/T$.

Изобарную массовую теплоемкость воды при переменном давлении можно считать в первом приближении постоянной величиной, равной $c_{pж} = 4,19$ кдж/(кг·град). Поэтому, интегрируя последнее уравнение в пределах от 273,16° К до температуры кипения воды $T_{\text{п}}$ и считая, что энтропия воды при температуре 273,16° К и при всех давлениях близка к нулю, получаем приближенное уравнение для определения энтропии воды при температуре кипения

$$s' = \int_{273,16}^{T_{\text{п}}} dq/T = \int_{273,16}^{T_{\text{п}}} c_{pж} dT/T \approx c_{pж} \ln T_{\text{п}}/273,16. \quad (11-13)$$

Точные значения энтропии s' приводятся в табл. I, II приложения. Изменение энтропии воды в изобарном процессе графически на Ts -диаграмме представляется отрезком s' (в процессе AB) (рис. 11-2). Площадь под кривой процесса AB будет в некотором масштабе определять с небольшим допущением энтальпию кипящей воды i' .

После подогрева воды до температуры кипения начинается процесс парообразования при постоянном давлении и неизменной температуре T_H . Количество теплоты, подведенное при парообразовании и равное r , графически определяется площадью под кривой BC ($s'' - s'$) $T_H = r$. Энтропия сухого пара s'' определится по формуле

$$s'' - s' = r/T_H, \text{ или} \\ s'' = s' + r/T_H. \quad (11-14)$$

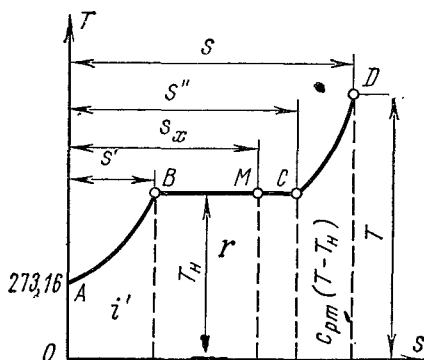


Рис. 11-2

Точка C изображает конец парообразования или состояние сухого насыщенного пара. Если в конце испарения получается влажный пар со степенью сухости x , например точка M , то количество подведенной теплоты будет определяться меньшей площадью ($s_x - s'$) $T_H = rx$. Энтропию влажного пара s_x найдем по формуле

$$s_x - s' = rx/T_H, \text{ или } s_x = s' + rx/T_H. \quad (11-15)$$

Степень сухости влажного пара при данном давлении можно найти из соотношения

$$x = BM/BC = (s_x - s') / (s'' - s').$$

Изменение энтропии в процессе перегрева пара от T_H до T получаем из уравнения

$$s - s'' = \int_{T_H}^T dq/T = \int_{T_H}^T di/T,$$

где s — энтропия перегретого пара; T — температура перегретого пара; dq — теплота перегрева; di — элементарное изменение энтальпии в процессе перегрева.

Изменение энтропии в процессе перегрева пара графически изображается кривой CD . Площадь под кривой CD изображает теплоту перегрева пара $i - i''$.

Энтропию перегретого пара находим по уравнению

$$s = s' + r/T_H + \int_{T_H}^T di/T. \quad (11-16)$$

Практически энтропию воды, сухого и перегретого пара берут из таблиц водяного пара.

§ 11-7. Ts-диаграмма водяного пара

Графически на Ts-диаграмме произвольный процесс нагрева жидкости, парообразования и перегрева пара при постоянном давлении изображается кривой $AA'B'D_1$ (рис. 11-3). Если нанести на диаграмме ряд таких изобарных процессов и соединить характерные точки, то получим пограничные кривые кипящей жидкости AK ($x = 0$) и сухого пара KB ($x = 1$), которые сходятся в критической точке. На диаграмме нанесена изобара, соответствующая давлению в тройной точке, где $p_0 = 0,00611$ бар.

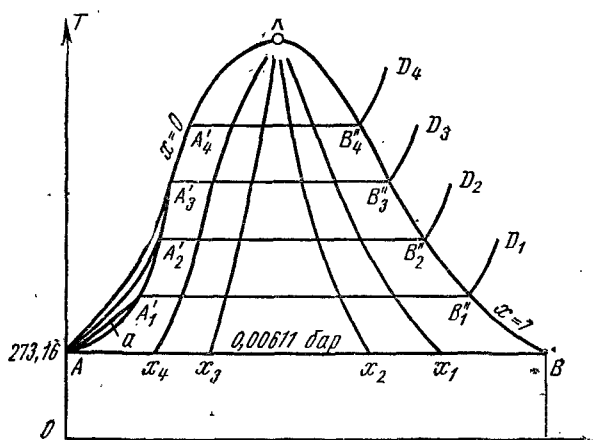


Рис. 11-3

Пограничная кривая жидкости выходит из оси ординат при температуре $273,16^\circ \text{K}$, так как, по определению, в тройной точке энтропия жидкости равна нулю. Следует отметить, что ввиду аномальности воды (максимальная плотность при $+4^\circ \text{C}$) вблизи точки A изобары жидкости имеют сложное строение, что, однако, мало сказывается на практических расчетах. Поэтому на рис. 11-3 для упрощения изобары в области жидкости даны, как для нормальной жидкости.

Пограничные кривые делят диаграмму на три части: влево от AK располагается область жидкости, между кривыми AK и KB — область влажного пара, вправо от KB и вверх от точки K — область перегретого пара. В области жидкости процесс нагрева 1 кг воды от температуры 0°C до температуры кипения происходит по изобаре $AA'A'_1$, которая практически сливается с пограничной кривой жидкости.

На диаграмму наносят изобары, линии постоянных удельных объемов, а в области влажного пара — линии равных степеней сухости, в этой области изобары представляют собой прямые линии, параллельные оси абсцисс, а в области перегретого пара — кривые линии BD . Область диаграммы, лежащая ниже изобары тройной точки, изображает различные состояния смеси «пар + лед».

На Ts -диаграмме площадь, заключенная между линией обратимого процесса и осью абсцисс, изображает количество теплоты, сообщаемой 1 кг рабочего тела, равное $q = \int Tds$. Работа любого обратимого цикла, равная $l = q_1 - q_2$, изображается на Ts -диаграмме величиной площади цикла. С помощью Ts -диаграммы легко определить термический к. п. д. обратимого цикла.

Поэтому в технике Ts -диаграмма широко используется при исследовании термодинамических процессов и циклов, так как позволяет видеть изменение температуры рабочего тела и находить количество теплоты, участвующее в процессе. Некоторым неудобством данной диаграммы является то, что при определении количества теплоты приходится измерять соответствующие площади, что усложняет определение необходимых величин.

§ 11-8. Таблица водяного пара

Перегретый пар и еще в большей степени насыщенный пар по своим свойствам значительно отличается от идеальных газов.

Уравнения состояния для паров весьма сложны и в расчетной практике не применяются. Вследствие этого для практических целей используются таблицы и диаграммы, составленные на основании опытных и теоретических данных.

Наиболее современные таблицы и диаграммы для водяного пара разработаны в Московском энергетическом институте под руководством проф. М. П. Вукаловича*. Таблицы составлены с высокой степенью точности для перегретых и насыщенных паров до температуры 1000° С и давления 980 бар.

В таблицах для насыщенного пара приведены температура насыщения, давление, значения удельных объемов, энтальпия и энтропия жидкости и сухого пара, теплота парообразования. В таблицах перегретого пара приведены для различных давлений и температур величины основных параметров: удельный объем, энтальпия и энтропия.

Сокращенные табл. I, II для насыщенного пара даны в приложениях.

§ 11-9. is -диаграмма водяного пара

is -диаграмма для водяного пара впервые была предложена Молье в 1904 г., именем которого она обычно и называется. Эта диаграмма обладает определенными преимуществами при расчетах по сравнению с Ts -диаграммой.

Большим достоинством is -диаграммы является то, что техническая работа и количество теплоты, участвующие в процессах, изображаются отрезками линий, а не площадями, как это имеет место в Ts -диаграмме.

* М. П. Вукалович, С. Л. Ривкин, А. А. Александров. Таблицы теплотфизических свойств воды и водяного пара. Комитет стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР. Издательство стандартов, 1969.

При построении is -диаграммы по оси ординат откладывается энтальпия пара, а по оси абсцисс — энтропия. За начало координат принято состояние воды в тройной точке, где $s'_0 = 0$, $i'_0 = 0$. Пользуясь данными таблиц водяного пара, на диаграмму прежде всего наносят пограничные кривые жидкости и пара, сходящиеся в критической точке K . Пограничная кривая жидкости выходит из начала координат, так как в этой точке энтальпию и энтропию принимают равной нулю (рис. 11-4). Состояние воды изображается точками на соответствующих изобарах, которые практически сливаются с пограничной кривой жид-

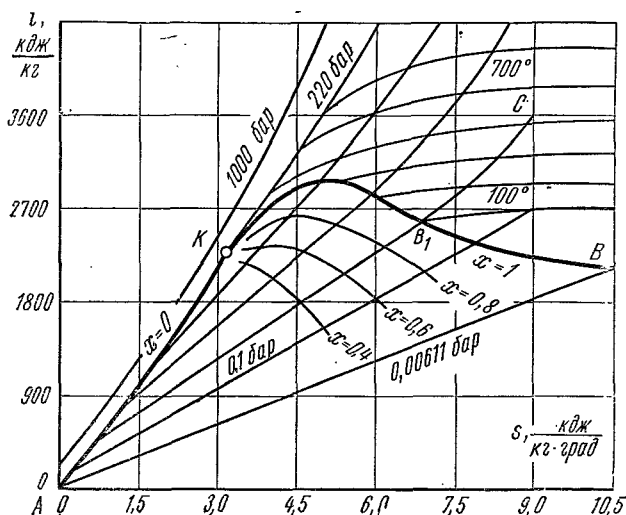


Рис. 11-4

кости. Линии изобар в области влажного пара являются прямыми наклонными линиями, расходящимися веером от пограничной кривой жидкости. В изобарном процессе

$$ds = dq_p/T = di/T, \text{ или } (di/ds)_p = T.$$

Угловой коэффициент наклона изобары к оси абсцисс в каждой точке диаграммы численно равен абсолютной температуре данного состояния. Так как в области влажного пара изобара совпадает с изотермой, то согласно последнему уравнению изобары влажного пара являются прямыми линиями: $di = T_{\text{н}} ds$, а это и есть уравнение прямой линии.

В области перегретого пара изобары имеют кривизну с выпуклостью, обращенной вниз. На is -диаграмме нанесена изобара AB , соответствующая давлению в тройной точке $p_0 = 0,00611 \text{ бар}$.

В области влажного пара наносится сетка линий постоянной сухости пара ($x = \text{const}$), которые сходятся в критической точке K . Изотермы в области влажного пара совпадают с изобарами. В области перегретого пара они расходятся: изобары поднимаются вверх, а изотермы представляют собой кривые линии, обращенные выпуклостью вверх.

При низких давлениях изотермы весьма близки к горизонтальным прямым; с повышением давления кривизна изотермы увеличивается. На диаграмму наносится сетка изохор, которые имеют вид кривых, поднимающихся более круто вверх по сравнению с изобарами.

Обратимый адиабатный процесс в is -диаграмме изображается вертикальной прямой. Поэтому все вертикальные прямые в is -диаграмме представляют собой адиабаты. Область диаграммы, лежащая ниже изобары тройной точки, изображает различные состояния смеси «пар + лед».

В настоящее время при исследовании тепловых процессов в парах пользуются is -диаграммой и таблицами водяного пара, так как они значительно упрощают расчеты.

Обычно всю is -диаграмму не выполняют, а вычерчивают только верхнюю часть, что дает возможность изображать ее в более крупном масштабе.

is -диаграмма водяного пара, составленная по данным проф. М. П. Вукаловича, дана в приложении.

Контрольные вопросы и примеры к XI главе

1. Что называется кипением, парообразованием и испарением?
2. Какой процесс называется сублимацией и десублимацией?
3. Какой пар называется влажным насыщенным, сухим насыщенным перегретым?
4. Что такое степень сухости и степень влажности?
5. Изобразить pv -диаграмму водяного пара.
6. Какие точки располагаются на пограничных кривых жидкости и пара?
7. Что относится к параметрам критической точки?
8. При каких условиях происходит процесс парообразования?
9. Что такое теплота парообразования, ее определение?
10. Как вычисляют энтальпию и внутреннюю энергию сухого насыщенного пара?
11. Определение удельного объема, энтальпии и внутренней энергии влажного пара.
12. Как вычисляют энтальпию и внутреннюю энергию перегретого пара?
13. Энтропия воды, влажного, сухого и перегретого пара.
14. Ts -диаграмма водяного пара.
15. Таблицы водяного пара и их значение.
16. is -диаграмма водяного пара.

Пример 11-1. Определить параметры влажного насыщенного водяного пара при давлении 20 бар и степени сухости $x = 0,9$.

По таблицам водяного пара или is -диаграмме находим параметры кипящей воды и сухого насыщенного пара при 20 бар:

$$\begin{aligned}t_{\text{н}} &= 212,37^{\circ}\text{C}; r = 1890,7 \text{ кДж/кг}; v' = 0,0011768 \text{ м}^3/\text{кг}; \\v'' &= 0,09961 \text{ м}^3/\text{кг}; i' = 908,6 \text{ кДж/кг}; i'' = 2799,2 \text{ кДж/кг}; \\s' &= 2,4471 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}; s'' = 6,3411 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}.\end{aligned}$$

По этим данным определяем параметры влажного пара:

$$v_x = v' (1 - x) + v''x = 0,0011768 \cdot 0,1 + 0,09961 \cdot 0,9 = 0,08977 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$i_x = i' + rx = 908,6 + 1890,7 \cdot 0,9 = 2610,2 \text{ кДж/кг};$$

$$\rho_x = 1/v_x = 1/0,08977 = 11,16 \text{ кг/м}^3;$$

$$s_x = s' + rx/T_n = 2,4471 + (1890,7 - 0,9)/485,52 = 5,949 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Пример 11-2. Определить состояние пара, если дано:

1) $p = 10 \text{ бар}$ и $v = 0,17 \text{ м}^3/\text{кг}$; 2) $p = 12 \text{ бар}$ и $t = 200^\circ \text{С}$.

1. При $p = 10 \text{ бар}$ объем сухого пара равен $v'' = 0,1945 \text{ м}^3/\text{кг}$, поэтому пар с объемом $v = 0,17 \text{ м}^3/\text{кг}$ будет влажным со степенью сухости

$$x \approx v/v'' = 0,17/0,1945 = 0,875.$$

2. При $p = 12 \text{ бар}$ температура насыщенного пара равна $t_n = 187,95^\circ \text{С}$. Так как температура пара $t = 200^\circ \text{С}$ выше температуры насыщения, то, очевидно, пар будет перегретым.

Пример 11-3. Определить состояние водяного пара при давлении 15 бар , если на его получение из воды с температурой 0°С было затрачено 2400 кДж/кг теплоты.

Так как энтальпия сухого пара при давлении 15 бар равна $i'' = 2791,8 \text{ кДж/кг}$ (считая, что при 0°С $i_0 = 0$), энтальпию полученного пара будем считать равной $i = 2400 \text{ кДж/кг}$. Этот пар будет влажным, так как $i'' > 2400 \text{ кДж/кг}$.

Степень сухости определяем из уравнения $i_x = i' + rx$, используя табл. II приложения.

$$x = (i_x - i')/r = (2400 - 844,5)/1947,3 = 0,798.$$

Пример 11-4. Определить массу и энтальпию $0,5 \text{ м}^3$ влажного пара со степенью влажности 10% и давлением 10 бар .

Удельный объем пара

$$v_x \approx v''x \approx 0,1945 (1 - 0,1) \approx 0,175 \text{ м}^3/\text{кг}$$

Масса пара

$$m = V/v_x = 0,5/0,175 = 2,9 \text{ кг}.$$

Энтальпия пара

$$i_x = m (i' + rx) = 2,9 (762,4 + 2015,3 \cdot 0,9) = 7520 \text{ кДж}.$$

Пример 11-5. Определить расход теплоты в пароперегревателе на 1 кг пара, если параметры при входе: $p_1 = 80 \text{ бар}$ и $x_1 = 0,95$; при выходе: $p_2 = 80 \text{ бар}$ и $t = 500^\circ \text{С}$.

Энтальпия влажного пара

$$i_x = i' + rx = 1317,3 + 1441,2 \cdot 0,95 = 2684,2 \text{ кДж/кг}.$$

Расход теплоты в пароперегревателе

$$q = i - i_x = 3405 - 2684,2 = 720,8 \text{ кДж/кг}.$$

Удельный объем влажного пара

$$v_x \approx v''x \approx 0,02352 \cdot 0,95 = 0,0223 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

ОСНОВНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ВОДЯНОГО ПАРА

§ 12-1. Общий метод исследования термодинамических процессов водяного пара

Решение задач, связанных с термодинамическими процессами в области насыщенных и перегретых паров, можно производить или с помощью таблиц воды и водяного пара, или с помощью i - s -диаграммы. В этих задачах обычно определяются: начальные и конечные параметры пара, изменения внутренней энергии, энтальпии и энтропии, степень сухости, работа и количество теплоты, участвующей в процессе.

При использовании таблиц для расчетов процессов водяного пара все необходимые исходные данные, а также параметры пара в конечном состоянии берутся из таблиц с учетом условий протекания процесса ($v = \text{const}$, $p = \text{const}$ и т. д.). Параметры влажного пара в этом случае вычисляются на основании табличных данных по приведенным в гл. XI формулам.

Метод расчета процессов по таблицам воды и водяного пара является наиболее точным и применяется во всех случаях, когда нужно получить надежные величины. Однако при этом приходится затрачивать дополнительное время на нахождение нужных величин по таблицам, а также на вычислительные операции.

Более простым и наглядным, но менее точным является графический метод расчета процессов по i - s -диаграмме водяного пара. Он пригоден для всех процессов как в области насыщенных, так и перегретых паров. Этот метод позволяет следить за изменением агрегатного состояния пара в любом процессе, не прибегая к формулам. Чисто графический метод расчета процессов применяется для контроля правильности хода решения задач с помощью таблиц.

Общий метод расчета по i - s -диаграмме состоит в следующем. Наносятся начальное состояние пара по известным параметрам. Проводится линия процесса и определяются параметры пара в конечной точке.

Изменение внутренней энергии вычисляется по общему уравнению для всех процессов:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1). \quad (12-1)$$

Определяется количество теплоты:
в изохорном процессе

$$q_v = u_2 - u_1 = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1) = i_2 - i_1 - v(p_2 - p_1); \quad (12-2)$$

в изобарном процессе

$$q_p = i_2 - i_1; \quad (12-3)$$

в изотермическом процессе

$$q_T = T (s_2 - s_1), \quad (12-4)$$

Вычисляется внешняя работа по общему уравнению для всех процессов:

$$l = q - \Delta u, \quad (12-5)$$

§ 12-2. Термодинамические процессы изменения состояния водяного пара

Изохорный процесс. В изохорном процессе при подводе теплоты к влажному пару увеличиваются его давление и температура. При $v = \text{const}$ степень сухости с уменьшением температуры может как убывать, так и возрастать. Если начальное состояние веще-

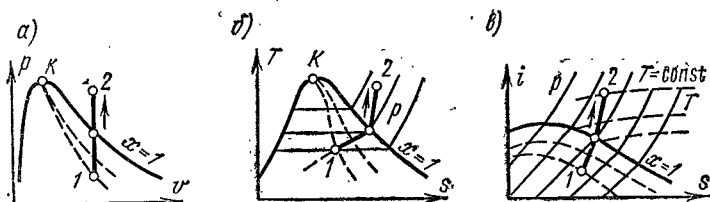


Рис. 12-1

ства находится вблизи кривой $x = 0$, то с уменьшением температуры при $v = \text{const}$ степень сухости увеличивается. Если начальное состояние вещества находится вблизи кривой $x = 1$, то с уменьшением температуры при $v = \text{const}$ степень сухости уменьшается.

В изохорном процессе внешняя работа равна нулю. Подведенная теплота расходуется на изменение внутренней энергии рабочего тела:

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - v (p_2 - p_1).$$

Если удельный объем v процесса меньше объема сухого насыщенного пара v'' конечного состояния $v < v''$, то в конце процесса пар будет влажным; если $v > v''$, то пар будет перегретым.

Степень сухости влажного пара можно определить по формуле

$$v_x = (1 - x)v' + v''x, \text{ откуда } x = (v_x - v')/(v'' - v'). \quad (12-6)$$

На p - v -диаграмме изохорный процесс изображается отрезком прямой, параллельной оси ординат (рис. 12-1, а), на T - s -диаграмме процесс изображается кривой линией (рис. 12-1, б). В области влажного пара изохора направлена выпуклостью вверх, а в области перегретого пара — вниз. На i - s -диаграмме изохора изображается кривой, направленной выпуклостью вниз (рис. 12-1, в).

Изобарный процесс. На i - s -диаграмме изобара в области насыщенного пара представляется прямой линией, пересекающей пограничные кривые жидкости и пара. При подводе теплоты к влажному пару степень сухости его увеличивается и он (при постоянной тем-

пературе) переходит в сухой, а при дальнейшем подводе теплоты — в перегретый пар. Изобара в области перегретого пара представляет собой кривую, направленную выпуклостью вниз (рис. 12-2, а).

На pv -диаграмме изобарный процесс изображается отрезком горизонтальной прямой, который в области влажного пара изображает и изотермический процесс одновременно (рис. 12-2, б). На Ts -диаграмме в области влажного пара изобара изображается прямой гори-

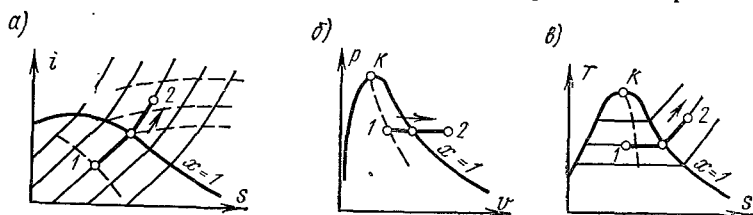


Рис. 12-2

зонтальной линией, а в области перегретого пара — кривой, обращенной выпуклостью вниз (рис. 12-2, в). Значения всех необходимых величин для расчета берутся из таблиц насыщенных и перегретых паров.

Изменение внутренней энергии пара

$$\Delta u = u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - p(v_2 - v_1);$$

внешняя работа

$$l = p(v_2 - v_1) = q - \Delta u;$$

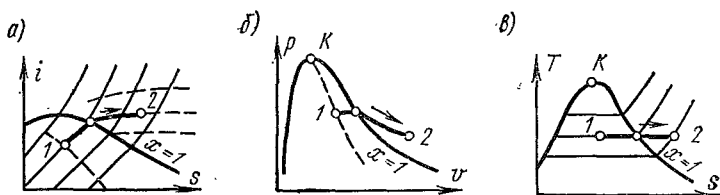


Рис. 12-3

количество подведенной теплоты

$$q = i_2 - i_1.$$

В том случае, когда величина q задана и требуется найти параметры второй точки, лежащей в области двухфазных состояний, применяется формула для энтальпии влажного пара

$$i_2 = i'_2 + r_2 x_2, \quad (12-7)$$

откуда находится степень сухости x_2 , зная которую, можно легко найти остальные параметры.

Изотермный процесс. На is -диаграмме в области влажного пара изотерма совпадает с изобарой и является прямой наклонной линией. В области перегретого пара изотерма изображается кривой с выпуклостью вверх (рис. 12-3, а).

На p - v -диаграмме в области влажного пара изотермный процесс изображается горизонтальной прямой. Для насыщенного пара этот процесс совпадает с изобарным. В области перегрева давление пара понижается, а процесс изображается кривой с выпуклостью к оси абсцисс (рис. 12-3, б). На T - s -диаграмме изотермный процесс изображается отрезком горизонтали (рис. 12-3, в).

Внутренняя энергия водяного пара в отличие от внутренней энергии идеального газа изменяется вследствие изменения потенциальной составляющей и поэтому при $T = \text{const}$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1).$$

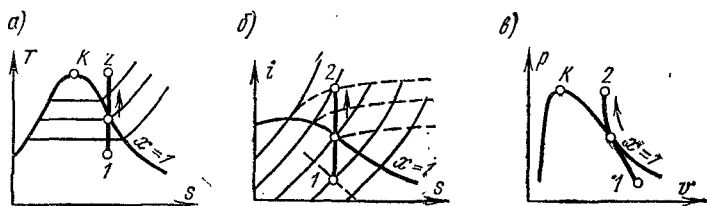


Рис. 12-4

Количество подведенной теплоты в процессе равно

$$q = T (s_2 - s_1).$$

Внешняя работа определяется из первого закона термодинамики

$$l = q - \Delta u.$$

Адиабатный процесс. Адиабатный процесс совершается без подвода и отвода теплоты, и энтропия рабочего тела при обратимом процессе остается постоянной величиной: $s = \text{const}$. Поэтому на i - s и T - s -диаграммах адиабаты изображаются вертикальными прямыми (рис. 12-4, а, б). При адиабатном расширении давление и температура пара уменьшаются; перегретый пар переходит в сухой, а затем во влажный пар. Из условий постоянства энтропии возможно определение конечных параметров пара, если известны параметры начального и один параметр конечного состояний.

На p - v -диаграмме обратимый адиабатный процесс изображается некоторой кривой (рис. 12-4, в).

Работа в адиабатном процессе определяется из уравнения

$$l = u_1 - u_2 = (i_1 - p_1 v_1) - (i_2 - p_2 v_2).$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta u = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1).$$

1. Какие методы применяют для исследований термодинамических процессов водяного пара?

2. По каким уравнениям определяют в изохорном процессе подведенную теплоту, изменение внутренней энергии, работу, степень сухости?

3. По каким уравнениям определяют изменение внутренней энергии, внешнюю работу, подведенную теплоту и степень сухости в изобарном процессе?

4. Как определяют изменение внутренней энергии, подведенную теплоту и внешнюю работу в изотермном процессе?

5. В чем особенность расчета изотермного процесса водяного пара по сравнению с идеальным газом?

6. Как определяют внешнюю теплоту, изменения внутренней энергии и внешней работы в адиабатном процессе?

7. Как изображаются основные процессы водяного пара на p - v , T - s и i - s -диаграммах?

Пример 12-1. Определить с помощью таблиц конечное давление, степень сухости и количество отведенной теплоты, если в закрытом сосуде объемом 2 м^3 сухой насыщенный водяной пар охлаждается от начальной температуры $t_1 = 180^\circ \text{С}$ до конечной $t_2 = 58^\circ \text{С}$.

Начальное давление пара при t_1 равно $p_1 = 10 \text{ бар}$. Конечное давление при t_2 равно $p_2 = 0,18 \text{ бар}$. При постоянном объеме $v_1 = v_2 = v'' = 0,1945 \text{ м}^3/\text{кг}$, $i_1 = 2778 \text{ кДж/кг}$.

Степень сухости в конце процесса

$$x_2 = (v_x - v') / (v'' - v') = (0,1945 - 0,00113) / (0,1945 - 0,00113) = 0,023.$$

Количество теплоты, отведенное в изохорном процессе,

$$q_v = u_2 - u_1 = (i_2 - p_2 v) - (i_1 - p_1 v).$$

Определяем:

$$i_2 = i_2' + r x_2 = 242 + 2363 \cdot 0,023 = 296 \text{ кДж/кг};$$

$$u_2 = i_2 - p_2 v = 296 - \frac{0,18 \cdot 10^5 \cdot 0,1945}{1000} = 292,5 \text{ кДж/кг};$$

$$u_1 = i_1 - p_1 v = 2778 - \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 0,1945}{1000} = 2583 \text{ кДж/кг}.$$

Подставляем найденные величины в формулу для q_v :

$$q_v = u_2 - u_1 = 292,5 - 2583 = -2290,5 \text{ кДж/кг}.$$

Так как в процессе участвует 2 м³ пара, масса которого равна

$$m = (1/0,1945) \cdot 2 = 10,286 \text{ кг},$$

то

$$Q = m q_v = 10,286 \cdot (-2290,5) = -23550 \text{ кДж}.$$

Пример 12-2. 1 кг водяного пара при давлении $p_1 = 20 \text{ бар}$ и степени сухости $x_1 = 0,85$ нагревается при постоянном давлении до 300°C . Определить с помощью таблиц и *is*-диаграммы теплоту в процессе, работу расширения и изменение внутренней энергии пара.

Начальная энтальпия равна

$$\begin{aligned} i_1 &= i' + r x_1 = 908,6 + 1890,7 \cdot 0,85 = \\ &= 2515,5 \text{ кДж/кг}. \end{aligned}$$

Конечная энтальпия по *is*-диаграмме составляет $i_2 = 3050 \text{ кДж/кг}$, а теплота

$$q_p = i_2 - i_1 = 3050 - 2515,6 = 534,4 \text{ кДж/кг}.$$

Работа пара равна

$$l = p (v_2 - v_1) = 20 \cdot 10^5 (0,128 - 0,09) = 76 \text{ кДж/кг};$$

изменение внутренней энергии

$$\Delta u = q - l = 534,4 - 76 = 458,4 \text{ кДж/кг}.$$

Пример 12-3. Определить количество теплоты, сообщаемое пару, изменение внутренней энергии и работу расширения, если пар с температурой $t = 300^\circ \text{C}$ расширяется по изотерме от давления $p_1 = 10 \text{ бар}$ до $p_2 = 1 \text{ бар}$.

Количество подводимой теплоты определяем или по *is*-диаграмме, или с помощью таблиц:

$$q = T (s_2 - s_1) = 573 (8,26 - 7,02) = 704 \text{ кДж/кг}.$$

Изменение внутренней энергии пара равно

$$\begin{aligned} \Delta u &= (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1) = \left(3080 - \frac{1 \cdot 2,69 \cdot 10^5}{1000} \right) - \\ &- \left(3050 - \frac{10 \cdot 0,263 \cdot 10^5}{1000} \right) = 23 \text{ кДж/кг}. \end{aligned}$$

Внутренняя энергия перегретого пара есть функция не только температуры, но и объема.

Работа расширения

$$l = q - \Delta u = 704 - 23 = 681 \text{ кДж/кг}.$$

Пример 12-4. Перегретый пар при давлении 80 бар и температуре $t = 500^\circ \text{C}$ расширяется по адиабате до $p_2 = 0,1 \text{ бар}$. Определить по *is*-диаграмме конечное состояние пара, изменение внутренней энергии и внешнюю работу.

По i_s -диаграмме находим, что пар в конце расширения будет влажным со степенью сухости $x = 0,81$. Начальные параметры:

$$i_1 = 3405 \text{ кДж/кг}; \quad v_1 = 0,046 \text{ м}^3/\text{кг},$$

Конечные параметры:

$$i_2 = 2130 \text{ кДж/кг}; \quad v_2 = 12,7 \text{ м}^3/\text{кг},$$

Изменение внутренней энергии составляет

$$\begin{aligned} \Delta u &= i_2 - i_1 - (p_2 v_2 - p_1 v_1) = \\ &= 2130 - 3405 - \left(\frac{0,1 \cdot 10^5 \cdot 12,7}{1000} - \frac{80 \cdot 10^5 \cdot 0,046}{1000} \right) = -1034 \text{ кДж/кг}. \end{aligned}$$

Работа расширения равна

$$l = u_1 - u_2 = 1034 \text{ кДж/кг}.$$

Глава XIII

ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗОВ И ПАРОВ

§ 13-1. Первый закон термодинамики в применении к потоку движущегося газа

В технике имеется большая группа машин, в которых работа производится за счет внешней кинетической энергии рабочего тела: паровые турбины, газовые турбины, реактивные двигатели, ракеты и др.

В процессах изменения состояния движущегося с конечной скоростью газа теплота расходуется не только на изменение внутренней энергии и на совершение внешней работы (против внешних сил), но и на приращение внешней кинетической энергии газа при его перемещении по каналу. Поэтому уравнение первого закона термодинамики для 1 кг газа в дифференциальной форме получает следующий вид:

$$dq = du + dl' + dW^2/2, \quad (13-1)$$

где dq — подведенная теплота от внешних источников тепла; du — изменение внутренней энергии газа; dl' — работа против внешних сил, называемая *работой проталкивания* (она не равна работе расширения газа dl); $dW^2/2$ — изменение внешней кинетической энергии рабочего тела (*располагаемая работа*).

При выводе этого уравнения не учитывалось влияние гравитационных сил, а также считалось, что газом не совершается так называемая *техническая работа* (см. § 13-2).

Изменение кинетической энергии рабочего тела может происходить как в трубах постоянного сечения, так и в специальных каналах переменного сечения, называемых соплами и диффузорами.

Если при перемещении газа по каналу происходит его расширение с уменьшением давления и увеличением скорости, то такой канал называется *соплом*.

Если в канале происходит сжатие рабочего тела с увеличением его давления и уменьшением скорости, то такой канал называется *диффузором*.

§ 13-2. Работа проталкивания. Дальнейшее развитие уравнения первого закона термодинамики для потока

Определим величину работы против внешних сил или работу проталкивания dl' . При выводе уравнения принимаются следующие условия истечения. Осуществляется условие неразрывности струи, т. е. через любое поперечное сечение канала в единицу времени протекает одинаковая масса рабочего тела

$$m = f_1 \omega_1 / v_1 = f_2 \omega_2 / v_2 = f \omega / v = \text{const}, \quad (a)$$

где $f_1, f_2, \dots, f$ — площади поперечного сечения канала; $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega$ — скорости рабочего тела; $v_1, v_2, \dots, v$ — удельные объемы.

Течение газа по каналу осуществляется без подвода и отвода теплоты, т. е. адиабатное.

В каждом поперечном сечении канала скорость w , давление p , температура T и другие параметры рабочего тела постоянны по сечению канала, т. е. имеют во всех точках плоскости, перпендикулярной к оси трубы, одинаковое значение (осредненные величины).

Рассматривается установившееся движение, называемое *стационарным*. При этом величины v, w, p, T могут меняться по длине канала, но в каждом сечении, к которому они относятся, не зависят от времени. Все величины являются только функцией координат.

Предположим, что по каналу переменного сечения перемещается газ (рис. 13-1). Выделим сечениями I-I и II-II элементарную массу газа. В сечении I-I действует сила pf , а в сечении II-II сила $(p + dp)(f + df)$, действующая противоположно силе в сечении I-I. Обе силы в сечениях I-I и II-II совершают работу; алгебраическая сумма этих работ будет работой, затраченной на проталкивание элементарной массы газа. Элементарную работу проталкивания газа на бесконечно малом пути между сечениями I-I и II-II за 1 сек находим из уравнения

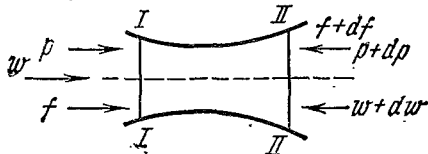


Рис. 13-1

$$dl'_r = (p + dp)(f + df)(w + dw) - pfw.$$

Раскрывая скобки и отбрасывая бесконечно малые величины второго и высшего порядка, получаем

$$dl'_r = pd(fw) + fwdp. \quad (6)$$

Из уравнения (а) следует, что

$$mv = fw,$$

где m — секундная масса газа, протекающего через любое сечение канала.

Заменяя величину fw в уравнении (б) на mv , получаем

$$dl'_r = m(pdv + vdp),$$

или

$$dl'_r = md(pv).$$

Таким образом, элементарная работа проталкивания на единицу массы равна

$$dl'_r = d(pv). \quad (13-2)$$

Уравнение первого закона термодинамики в дифференциальной форме для потока газа принимает вид

$$dq = du + d(pv) + dw^2/2,$$

или

$$dq = d(u + pv) + dw^2/2.$$

Величина в скобках $(u + pv)$ является энтальпией, следовательно,

$$dq = di + dw^2/2, \quad (13-3)$$

или

$$q = i_2 - i_1 + (w_2^2 - w_1^2)/2.$$

Уравнение (13-3) показывает, что подведенная теплота в процессе при течении газа (или жидкости) расходуется на изменение внутренней энергии, на работу проталкивания и на изменение внешней кинетической энергии рабочего тела или подведенная теплота при течении газа расходуется на изменение его энтальпии и внешней кинетической энергии.

Когда 1 кг движущегося газа совершает полезную работу l_T (техническую) над внешним объектом и в нем изменяется потенциальная энергия положения $(h - h_1$ — пьезометрическая высота), то закон сохранения энергии приводит к следующему уравнению:

$$(i_1 + w_1^2/2) - (i_2 + w_2^2/2) = q - l_T - g(h - h_1), \quad (13-4)$$

или в дифференциальной форме

$$di + dw^2/2 = dq - dl_T - gdh.$$

Полученное уравнение справедливо как для обратимых, так и для необратимых (происходящих с трением) процессов. Действительно, при наличии трения должна затрачиваться работа трения $l_{тр}$, которая полностью переходит в теплоту $q_{тр}$. Вследствие равенства работы трения $l_{тр}$ и теплоты трения $q_{тр}$ обе эти величины, имеющие различный знак, взаимно сокращаются и выпадают из уравнения (13-4).

В случае отсутствия теплообмена между текущим рабочим телом и окружающей средой (адиабатное течение) при $h_2 = h_1$ и $l_T = 0$, что встречается наиболее часто, уравнение (13-4) принимает вид

$$di + dw^2/2 = 0$$

или

$$i_1 - i_2 = (w_2^2 - w_1^2)/2. \quad (13-5)$$

Изменение внешней кинетической энергии рабочего тела происходит за счет уменьшения его энтальпии. Когда начальная скорость рабочего тела равна нулю, тогда скорость течения определяется формулой

$$w = \sqrt{2(i_1 - i_2)}.$$

Если энтальпия измеряется в килоджоулях на килограмм, то последнее уравнение принимает вид

$$w = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2}. \quad (13-6)$$

Значения энтальпии i_1 и i_2 определяются по is -диаграмме или по таблицам для данного вещества.

§ 13-3. Располагаемая работа при истечении газа

Величина $dw^2/2$, равная бесконечно малому приращению внешней кинетической энергии рабочего тела, называется *элементарной располагаемой работой*. Эта энергия может быть использована для получения внешней полезной работы.

Из сравнения уравнений (5-13) и (13-3) следует, что для обратимого процесса течения газа

$$dw^2/2 = -vdp \text{ или } wdw = -vdp. \quad (13-7)$$

Равенство (13-7) показывает, что при движении рабочего тела по каналу знаки dw и dp противоположны. Если $dp > 0$, то газ сжимается и его скорость уменьшается: $dw < 0$.

Если $dp < 0$, то газ расширяется и его скорость увеличивается: $dw > 0$.

Располагаемую работу при истечении газа можно представить графически на p - v -диаграмме. На рис. 13-2 изображен обратимый процесс расширения газа 1-2.

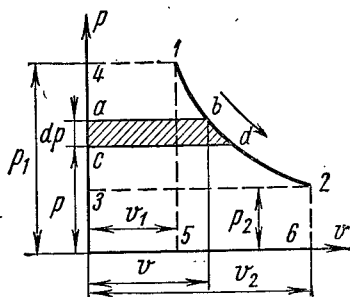


Рис. 13-2

Бесконечно малая располагаемая работа $-vdp$ измеряется элементарной площадкой $abdc$. Очевидно, вся располагаемая работа в процессе 1-2 равна

$$l_{\text{расп}} = \int_{p_1}^{p_2} -vdp = \int_{p_2}^{p_1} vdp. \quad (13-8)$$

Приращение кинетической энергии потока газа (располагаемая работа), как это следует из (5-13) и (13-3) представляет собой разность работ расширения потока газа $\int_{v_1}^{v_2} p dv$ и работы проталкивания $(p_2 v_2 - p_1 v_1)$. $l_{\text{расп}}$ измеряется пл. 1234, ограниченной линией процесса расширения газа, абсциссами крайних точек и осью ординат p .

Если кривая 1-2 является политропой, то располагаемую работу определяем из уравнения

$$l_{\text{расп}} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \int_{p_2}^{p_1} v_1 (p_1/p_2)^{1/n} dp = [n/(n-1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (13-9)$$

При адиабатном расширении идеального газа

$$l_{\text{расп}} = \int_{p_2}^{p_1} v_1 (p_1/p_2)^{1/k} dp = [k/(k-1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (13-10)$$

Сравнивая располагаемую работу при истечении (пл. 1234) с работой расширения газа (пл. 1265), получаем, что величина располагаемой работы в n раз больше работы расширения газа:

$$l_{\text{расп}} = nl.$$

Из уравнения (13-3) следует, что

$$dl_{\text{расп}} = d\omega^2/2 = dq - di$$

или

$$l_{\text{расп}} = q + i_1 - i_2.$$

Располагаемая работа при течении газа может быть получена за счет внешней теплоты и уменьшения энтальпии газа. Это уравнение справедливо как для обратимых, так и для необратимых процессов течения газа с трением.

При адиабатном течении из уравнения (13-5)

$$dl_{\text{расп}} = d\omega^2/2 = -di,$$

откуда

$$l_{\text{расп}} = (\omega_2^2 - \omega_1^2)/2 = i_1 - i_2. \quad (13-11)$$

При необратимом истечении газа располагаемая работа при том же перепаде давления будет меньше, так как энтальпия в конечном состоянии будет больше за счет полученной теплоты трения. Практически расчет ведется обычно для идеального (обратимого) процесса течения, а необратимость процесса учитывается эмпирическим коэффициентом, который всегда меньше единицы.

§ 13-4. Адиабатный процесс истечения газа

Экспериментальные и теоретические исследования показывают, что в каналах даже при небольшой разности давлений газа и внешней среды получается достаточно большая скорость течения рабочего тела. Так как длина канала небольшая, то теплообмен между стенками канала и газом при малом времени их прохождения настолько незначителен, что им можно пренебречь и процесс истечения считать адиабатным.

Скорость истечения газа при адиабатном процессе определяется из основного уравнения располагаемой работы:

$$dl_{\text{расп}} = d\omega^2/2,$$

или

$$l_{\text{расп}} = \int_1^2 d\omega^2/2 = (\omega_2^2 - \omega_1^2)/2,$$

откуда

$$\omega_2 = \sqrt{2l_{\text{расп}} + \omega_1^2},$$

где ω_1 — начальная скорость газа; ω_2 — конечная скорость газа при выходе из канала.

В большинстве случаев начальная скорость газа по сравнению с конечной скоростью истечения представляет весьма малую величину, и в практических расчетах ее обычно пренебрегают.

Тогда скорость истечения определяется из уравнения

$$w = \sqrt{2l_{\text{расп}}} = \sqrt{2(i_1 - i_2)}. \quad (13-12)$$

§ 13-5. Истечение каплевой жидкости

Скорость истечения жидкости определяется из уравнения (13-12). Располагаемая работа несжимаемой жидкости (при $v = \text{const}$)

$$\begin{aligned} l_{\text{расп}} &= w^2/2 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = v \int_{p_2}^{p_1} dp = \\ &= v(p_1 - p_2) = (p_1 - p_2)/\rho \end{aligned}$$

и

$$w = \sqrt{2v(p_1 - p_2)} = \sqrt{2(p_1 - p_2)/\rho}, \quad (13-13)$$

где p_1 и p_2 — начальное и конечное давления жидкости;

ρ — плотность жидкости.

Графически располагаемая работа при истечении каплевой жидкости изображается площадью прямоугольника $abcd$ (рис. 13-3),

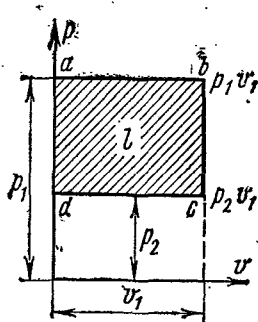


Рис. 13-3

§ 13-6. Скорость истечения и секундный расход идеального газа из суживающегося сопла

Располагаемую работу при адиабатном истечении идеального газа определяем из уравнения (13-10), а скорость адиабатного истечения идеального газа находим из уравнения (13-12):

$$w = \sqrt{2l_{\text{расп}}} = \sqrt{2 \left[\frac{k}{(k-1)} \right] (p_1 v_1 - p_2 v_2)},$$

или

$$w = \sqrt{2 \left[\frac{k}{(k-1)} \right] p_1 v_1 [1 - (p_2/p_1)^{(k-1)/k}]}. \quad (13-14)$$

Скорость истечения газа зависит от состояния газа при входе в сопло и от давления p_2 на выходе.

Массовый секундный расход газа в килограммах в секунду при истечении определяется из уравнения

$$m = fw/v_2, \quad (13-15)$$

где f — площадь выходного сечения канала; w — скорость истечения; v_2 — удельный объем газа в выходном сечении канала.

При адиабатном истечении идеального газа

$$v_2 = v_1 (p_1/p_2)^{1/k}.$$

Тогда массовый секундный расход идеального газа

$$m = \frac{f_i \sqrt{2 [k/(k-1)] (p_1 v_1) [1 - (p_2/p_1)^{k-1/k}]}}{v_1 (p_1/p_2)^{1/k}}$$

или

$$m = f \sqrt{2 [k/(k-1)] (p_1/v_1) [(p_2/p_1)^{2/k} - (p_2/p_1)^{(k+1)/k}]}. \quad (13-16)$$

Массовый секундный расход идеального газа зависит от площади выходного сечения канала, начального состояния газа и степени его расширения.

Графически располагаемая работа при истечении газа изображается пл. $abcd$ на рис. 13-4.

§ 13-7. Анализ уравнения массового секундного расхода идеального газа и критическое давление

Массовый секундный расход газа, определяемый уравнением (13-16), зависит от отношения давлений p_2/p_1 .

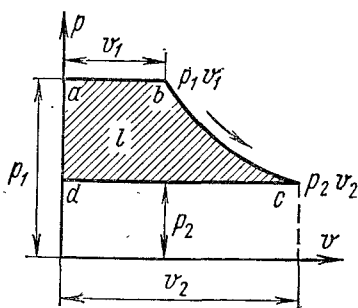


Рис. 13-4

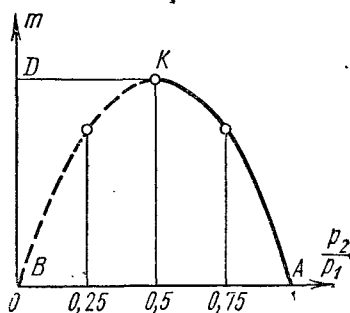


Рис. 13-5

Из этого уравнения следует, что при $p_2 = p_1$ расход m обращается в нуль. С уменьшением давления среды p_2 расход газа увеличивается. При некотором отношении $p_2/p_1 = \beta_k$ расход газа достигнет максимума. При дальнейшем уменьшении отношения p_2/p_1 величина m убывает и при $p_2/p_1 = 0$ будет снова равна нулю.

Если в системе координат p_2/p_1 , и m (рис. 13-5) откладывать на оси абсцисс различные значения p_2/p_1 , а на оси ординат — соответствующие действительные и расчетные секундные расходы газа m , то получим диаграмму расхода газа. Кривая АК показывает, что с уменьшением отношения p_2/p_1 , секундный расход газа увеличивается. При определенном отношении $p_2/p_1 = \beta_k$ расход достигает максимума. При дальнейшем уменьшении отношения p_2/p_1 действительный массовый расход остается постоянным — кривая KD, а m , вычисленный по уравнению (13-16), снова падает до нуля (кривая KB).

Следовательно, для $\beta_k < p_2/p_1 < 1$ результаты опыта полностью совпадают с данными анализа уравнения (13-16), а для $0 < p_2/p_1 < \beta_k$ они расходятся.

Для объяснения противоречия между выводами анализа и опытными данными ученые Сен-Венан и Вантцель предложили следующую гипотезу: для значений $\beta_k < p_2/p_1 < 1$ давление в устье суживающегося канала равно давлению среды, куда происходит истечение, поэтому теория совпадает с опытными данными. Для значений $0 < p_2/p_1 < \beta_k$ давление в устье суживающегося канала перестает быть равным давлению среды и, даже несмотря на понижение давления среды до полного вакуума, давление в устье канала остается постоянным.

Выше указывалось, что при $p_2/p_1 = \beta_k$ массовый секундный расход газа достигает своего максимального значения. В уравнении (13-16) переменной величиной является

$$[(p_2/p_1)^{2/k} - (p_2/p_1)^{k+1/k}],$$

поэтому для отыскания максимума берем первую производную от этой величины, приравняем ее нулю, а значение p_2/p_1 , обращающее производную в нуль, и будет β_k .

Имеем

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (\beta^{2/k} - \beta^{(k+1)/k}) = \frac{2}{k} \beta^{(2/k)-1} - \frac{k+1}{k} \beta^{[(k+1)/k]-1} = 0,$$

откуда

$$\beta_k = p_k/p_1 = [2/(k+1)]^{k/(k-1)}. \quad (13-17)$$

Величина β_k зависит только от показателя адиабаты k , т. е. зависит от природы рабочего тела.

Для одноатомного газа $k = 1,66$ и $\beta_k = 0,49$;

Для двухатомного газа $k = 1,4$ и $\beta_k = 0,528$;

Для трехатомного газа $k = 1,3$ и $\beta_k = 0,546$.

Из уравнения (13-17) можно определить давление в выходном сечении сопла при достижении максимального расхода, или так называемое *критическое давление*:

$$p_k = \beta_k p_1, \quad (13-18)$$

Критическое давление равно начальному давлению, умноженному на коэффициент β_k .

При заданном начальном давлении критическое давление будет наименьшим давлением, которое устанавливается в выходном сечении суживающегося сопла.

§ 13-8. Критическая скорость и максимальный секундный расход идеального газа

Скорость газа, которая устанавливается в выходном сечении суживающегося канала при истечении в окружающую среду с давлением, равным или ниже критического, называется *критической скоростью*. Критическую скорость можно определить из уравнения (13-14), подставив в него вместо p_2/p_1 значение $\beta_k = [2/(k+1)]^{k/(k-1)}$:

$$\begin{aligned}\omega_K &= \sqrt{2 [k/(k-1)] \rho_1 v_1 [1 - (\rho_2/\rho_1)^{(k-1)/k}] =} \\ &= \sqrt{2 \left[\frac{k}{(k-1)} \right] \rho_1 v_1 [1 - 2/(k+1)]}; \\ \omega_K &= \sqrt{2 [k/(k+1)] \rho_1 v_1}.\end{aligned}\quad (13-19)$$

Критическая скорость при истечении идеального газа зависит только от начальных параметров и его природы.

Можно доказать, что критическая скорость равна скорости звука в газе при параметрах ρ_K и v_K .

Из адиабатного процесса следует

$$v_1 = v_K (\rho_K/\rho_1)^{1/k}.$$

Из уравнения (13-17) находим

$$\rho_1 = \rho_K [(k+1)/2]^{k/(k-1)}$$

или

$$v_1 = v_K \left(\frac{\rho_K}{\rho_K [(k+1)/2]^{k/(k-1)}} \right)^{1/k} = [2/(k+1)]^{1/(k-1)} v_K$$

и

$$v_1 \rho_1 = \rho_K [(k+1)/2]^{k/(k-1)} \cdot v_K [2/(k+1)]^{1/(k-1)},$$

откуда

$$\rho_1 v_1 = v_K \rho_K (k+1)/2.$$

Подставив значение $\rho_1 v_1$ в формулу (13-19), получим значение ω_K :

$$\omega_K = \sqrt{2k/(k+1) \cdot v_K \rho_K (k+1)/2},$$

после преобразований имеем

$$\omega_K = \sqrt{k \rho_K v_K}.\quad (13-20)$$

В термодинамической теории газового потока большое значение имеет скорость звука. Скорость распространения звука определяется по формуле Лапласа:

$$a = \sqrt{k(p/\rho)} = \sqrt{k p v},$$

где p_0 — давление среды, н/м^2 ; ρ — плотность среды, кг/м^3 .

Для идеального газа

$$a = \sqrt{kRT}.$$

Скорость распространения упругих деформаций, т. е. скорость звука, зависит от состояния и природы газа и является прямой функцией температуры. Отсюда можно сделать вывод, что каждому сечению канала должна соответствовать своя местная скорость звука, определяемая величиной p и v в данном сечении.

Величина $a = \sqrt{k v_K \rho_K}$ определяет скорость звука в газе при критическом режиме истечения в выходном сечении суживающегося ка-

нала, или критическая скорость газа при истечении равна местной скорости звука (в данном сечении), т. е. $w_k = a$.

Последнее позволяет объяснить, почему в суживающемся канале газ не может расширяться до давления меньше критического, а скорость не может превысить критическую. Действительно, как известно из физики, импульс давления распространяется в материальной среде со скоростью звука и поэтому, когда скорость истечения будет меньше скорости звука (критической скорости), уменьшение внешнего давления передается по потоку газа внутрь канала и приводит к перераспределению давления в канале. В результате в выходном сечении канала устанавливается давление, равное давлению среды. Если же скорость истечения достигнет скорости звука (критической скорости), то скорость движения газа и скорость распространения давления будут одинаковы и никакое уменьшение внешнего давления не сможет повлиять на распределение давлений внутри канала. Оно будет постоянным, а следовательно, будет неизменным и давление в выходном сечении канала, независимо от величины внешнего давления.

Отсюда следует, что скорость истечения в выходном сечении суживающегося канала не может быть больше скорости звука в газе (рис. 13-6)

При критическом давлении в выходном сечении канала устанавливается максимальный секундный расход газа, который определяем из уравнения (13-16) при замене p_2/p_1 на значение его из уравнения (13-17).

После соответствующих преобразований получаем

$$m_{\max} = f_{\min} \sqrt{2 [k/(k+1)] (p_1/v_1) [2/(k+1)]^{2/(k-1)}}. \quad (13-21)$$

Максимальный секундный расход газа вполне определяется начальным состоянием газа, величиной выходного сечения $f_{\min}$ и природой газа, т. е. показателем адиабаты k .

§ 13-9. Основные условия течения идеального газа по каналам переменного сечения

При условии неразрывности струи и стационарном режиме через любое поперечное сечение канала протекает в единицу времени одинаковая масса рабочего тела, тогда

$$fw = mv. \quad (a)$$

Продифференцировав данное уравнение при $w = \text{const}$, получаем

$$fdw + wdf = mdv. \quad (b)$$

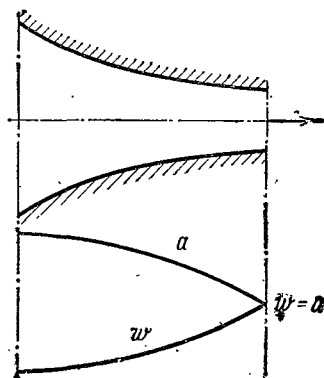


Рис. 13-6

Разделив уравнение (6) на (а), находим

$$df/f = dv/v - d\omega/\omega, \quad (13-22)$$

Уравнение (13-22) определяет условия неразрывности струи и показывает, что форма канала зависит от изменения объема газа и его скорости.

Исследуем это уравнение при адиабатном расширении идеального газа. Для этого подставим значение dv/v из уравнения адиабаты, а $d\omega/\omega$ — из уравнения располагаемой работы.

После дифференцирования уравнения адиабаты

$$p v^k = \text{const}$$

получаем

$$dv/v = -(1/k) \cdot (dp/p).$$

Из уравнения (13-7) находим

$$d\omega/\omega = -v dp/\omega^2.$$

Подставляя значения dv/v и $d\omega/\omega$ в уравнение (13-22), получаем

$$df/f = -(1/k) (dp/p) + v dp/\omega^2 = dp (v/\omega^2 - 1/kp)$$

и

$$df/f = dp (kvp - \omega^2) / (\omega^2 kp), \quad (13-23)$$

но величина kvp есть квадрат скорости звука a^2 , следовательно,

$$df/f = dp (a^2 - \omega^2) / (\omega^2 kp). \quad (13-24)$$

Проанализируем полученное уравнение (13-24) в применении для двух каналов: сопла и диффузора.

Пусть движение газа осуществляется через сопло ($dp < 0$). Из уравнения (13-24) следует, что знак величины df в этом случае противоположен знаку $(a^2 - \omega^2)$. Если $(a^2 - \omega^2) > 0$ и $\omega < a$, тогда $df < 0$; по направлению движения газа сечение сопла должно уменьшаться и скорость газа будет меньше местной скорости звука. Если $(a^2 - \omega^2) < 0$ и $\omega > a$, то по направлению движения газа сечение сопла должно увеличиваться и скорость газа будет больше местной скорости звука. В самом узком сечении сопла скорость движения газа будет равна скорости звука, что и является предельным значением скорости газа при его адиабатном истечении из суживающегося сопла. Для получения сверхзвуковых скоростей газа в соплах необходимо, чтобы они имели сначала суживающуюся часть, а затем расширяющуюся.

Пусть движение газа осуществляется через диффузор ($dp > 0$). Если в уравнении (13-24) $(a^2 - \omega^2) > 0$ или $\omega < a$, тогда $df > 0$; если скорость газа при входе в канал будет меньше скорости звука, то диффузор по направлению движения газа должен расширяться. Если $(a^2 - \omega^2) < 0$ и $\omega > a$, тогда $df < 0$; если скорость газа при входе в канал будет больше скорости звука, то диффузор по направлению движения газа должен сужаться.

Таким образом, в зависимости от скорости газа при входе один и тот же канал может быть и соплом и диффузором.

§ 13-10. Случай истечения идеального газа из суживающегося сопла

Первый случай. Давление внешней среды больше критического, или когда $\beta_k < p_2/p_1 < 1$. При этих условиях используется весь перепад давления от p_1 до p_2 (рис. 13-7) и происходит полное расширение газа. Скорость газа в выходном сечении сопла меньше скорости звука (рис. 13-8). Давление газа в выходном сечении сопла равно давлению внешней среды.

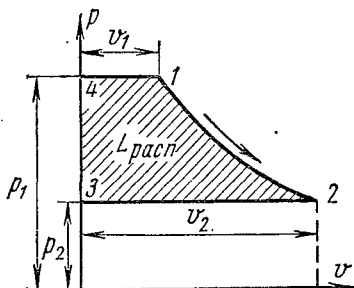


Рис. 13-7

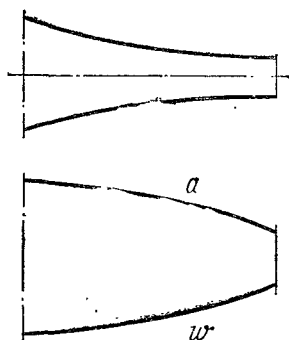


Рис. 13-8

Скорость истечения и секундный расход газа при заданном выходном сечении определяются по формулам (13-14) и (13-16).

Площадь выходного сечения сопла f можно определить из формулы (13-16) (при заданном расходе):

$$f = \frac{m}{\sqrt{2[k/(k-1)](p_1/v_1)[(p_2/p_1)^{2/k} - (p_2/p_1)^{k+1/k}]}}; \quad (13-25)$$

$L_{расп}$ графически представится пл. 1234 (рис. 13-7).

Второй случай. Давление внешней среды меньше критического, или $0 < p_2/p_1 < \beta_k$. При этих условиях используется не весь перепад давлений от p_1 до p_2 , а только часть от p_1 до p_k (рис. 13-9); происходит неполное расширение газа, и скорость газа в выходном сечении суживающегося сопла равна критической скорости или местной скорости звука (рис. 13-6). Давление в устье сопла равно критическому давлению:

$$p_k = p_1 \beta_k.$$

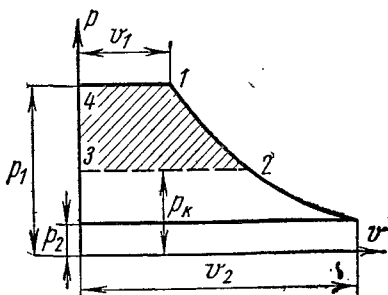


Рис. 13-9

Критическая скорость истечения и максимальный секундный расход идеального газа определяются по формулам (13-19) и (13-21).

Площадь выходного сечения сопла при заданном расходе (она же является и минимальным сечением) определяется из формулы (13-21):

$$f_{\min} = \frac{m_{\max}}{\sqrt{2[k/(k+1)](p_1/v_1)[2/(k+1)]^{2/(k-1)}}} \cdot$$

Располагаемая работа $l_{\text{расп}}$ графически представится пл. 1234 на рис. 13-9.

§ 13-11. Истечение идеального газа из комбинированного сопла Лавала

Комбинированное сопло Лавала предназначено для использования больших перепадов давления и для получения скоростей истечения, превышающих критическую или скорость звука.

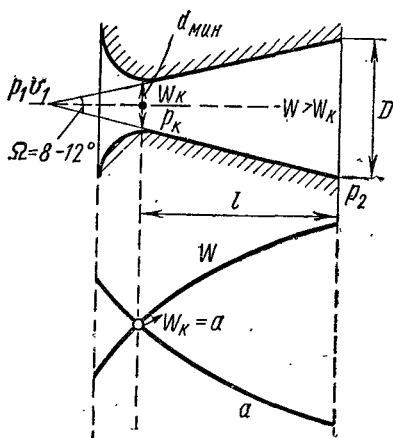


Рис. 13-10

Сопло Лавала состоит из короткого суживающегося участка и расширяющейся конической насадки (рис. 13-10). Опыты показывают, что угол конусности расширяющейся части должен быть равен $\Omega = 8 - 12^\circ$. При больших углах наблюдается отрыв струи от стенок канала.

При истечении газа из комбинированного сопла в окружающую среду с давлением меньше критического в самом узком сечении сопла устанавливается критическое давление p_k и критическая скорость w_k .

В расширяющейся насадке сопла происходит дальнейшее увеличение скорости газа и падение давления до давления внешней среды.

Скорость истечения и секундный расход идеального газа (при заданном f) определяются по формулам (13-14) и (13-16).

При заданном расходе площадь минимального сечения сопла $l_{\min}$ можно вычислить по формуле (13-21), а площадь выходного сечения сопла f — по формуле (13-16).

Длина суживающейся части обычно берется равной диаметру выходного сечения сопла.

Длину расширяющейся насадки l (рис. 13-10) можно определить по уравнению

$$l = (D - d)/2 \operatorname{tg} \Omega/2,$$

где Ω — угол конусности сопла; D — диаметр выходного отверстия; d — диаметр сопла в минимальном сечении,

§ 13-12. Истечение газов с учетом трения

Выведенные выше формулы скорости истечения и секундного расхода газа справедливы только для обратимого процесса истечения, так как не учитывают силы трения рабочего тела о стенки канала и внутреннее трение между струйками потока из-за различия скоростей по сечению канала.

С учетом сил трения скорость газа при том же Δp в любом канале будет меньше скорости обратимого процесса (теоретической скорости).

Отношение действительной скорости газа w_d к теоретической w называют *коэффициентом скорости*, или *скоростным коэффициентом*:

$$\varphi_{ск} = w_d/w \text{ и } w_d = \varphi_{ск} w. \quad (13-26).$$

Коэффициент $\varphi_{ск}$, по опытным данным, для хорошо обработанных каналов изменяется от 0,96 до 0,98. Коэффициенты $\varphi_{ск}$ приводятся в специальных курсах паротурбинных установок и общей теплотехники.

Наличие сил трения делает адиабатный процесс необратимым. Кинетическая энергия потока, затраченная на преодоление сил трения, переходит в теплоту, которая воспринимается газом, и увеличивает энтальпию рабочего тела при выходе из канала.

Потеря кинетической энергии равна

$$(w^2 - w_d^2)/2 = (w^2 - \varphi_{ск}^2 w^2)/2 = (1 - \varphi_{ск}^2) (w^2/2) = \psi (w^2/2).$$

Величина $\psi = (1 - \varphi_{ск}^2)$ называется *коэффициентом потери энергии*.

Отношение действительной кинетической энергии рабочего тела $w_d^2/2$ к теоретической $w^2/2$ называется *коэффициентом полезного действия канала* и обозначается η_k :

$$\eta_k = (w_d^2/2) : (w^2/2) = w_d^2/w^2 = \varphi_{ск}^2 w^2/w^2 = \varphi_{ск}^2. \quad (13-27)$$

К. п. д. канала равен квадрату коэффициента скорости газа. Теплота трения без учета начальной скорости определяется так:

$$q_{тр} = \psi (w^2/2) = \psi (i_1 - i_2),$$

где i_1, i_2 — энтальпия рабочего тела в начале и конце обратимого адиабатного (изэнтропного) процесса расширения.

Уравнения (13-26) и (13-27) справедливы как для идеального, так и реального газа.

§ 13-13. Истечение водяного пара

При расчете процессов истечения водяного пара ни в коем случае нельзя применять формулы для определения скорости (13-14) и секундного массового расхода (13-16), полученные применительно к идеальному газу. Расчет ведется исходя из общей формулы скорости истечения (13-6), полученной из уравнения первого закона термодинамики для потока и справедливой для любого реального вещества:

Расчет по этой формуле производится или с помощью таблиц, или по i - s -диаграмме.

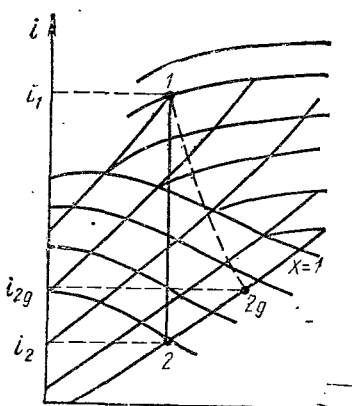
Если скорость истечения меньше критической, то расчет скорости истечения ведется по формуле

$$w = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2},$$

где i_1 и i_2 определяют по таблицам или is -диаграмме по начальным параметрам, конечному давлению и исходя из условия адиабатного процесса, при котором $s_1 = s_2$.

При критическом режиме истечения скорость истечения водяного пара определяют из формулы

$$w_k = 44,72 \sqrt{i_1 - i_k},$$



при этом i_1 кдж/кг берется из таблиц или по is -диаграмме по начальным параметрам.

Значение энтальпии i_k непосредственно определено быть не может, так как обычно неизвестна величина критического давления. Поэтому рекомендуется параметры пара в критическом сечении определять с некоторой погрешностью, используя зависимости, справедливые для идеального газа методом последовательного приближения. Для этого сначала задаются значением $k = 1,3$ и по нему из соотношения

Рис. 13-11

$$p_k/p_1 = [2/(k + 1)]^{k/(k-1)}$$

находят p_k , затем из таблиц водяного пара, учитывая, что $s_1 = s_k$, по известным p_k и s_k определяют удельный объем в критическом сечении. Далее из соотношения для адиабатного процесса

$$k = \frac{\lg p_1/p_k}{\lg v_k/v_1}$$

находят новое значение коэффициента k , по которому снова вычисляют p_k . Эта операция повторяется до тех пор, пока значение p_k , по которому определяют k , не совпадет со значением его, вычисленным по формуле для p_k/p_1 .

Необходимо помнить, что приведенный метод расчета является приближенным, но, как показывает практика, он дает в большинстве случаев достаточно хороший результат.

Скорость истечения водяного пара из комбинированного сопла вычисляется по формуле (а):

$$w = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2},$$

где i_1 — энтальпия водяного пара при входе в сопло, кдж/кг; i_2 — энтальпия пара при параметрах среды, куда происходит истечение, кдж/кг.

Массовый секундный расход определяется из уравнения неразрывности

$$m = f\omega/v_a;$$

для критического режима истечения

$$m_{\text{макс}} = f_{\text{мин}} \omega_K/v_K.$$

При необратимом процессе истечения

$$\omega_d = 44,72 \sqrt{i_1 - i_{2d}}.$$

На рис. 13-11 показаны: обратимый процесс линией 1-2 и условно пунктирной кривой 1-2_g необратимый процесс. Из рисунка видно, что энтальпия в конце расширения в необратимом процессе будет больше, чем в обратимом, за счет теплоты трения, о чем и было сказано в § 13-12.

Контрольные вопросы и примеры к XIII главе

1. Написать уравнение первого закона термодинамики для потока.
2. Объяснить все величины, входящие в уравнение для потока.
3. Какие каналы называются соплами и диффузорами?
4. Какое состояние называется стационарным?
5. Написать уравнение неразрывности для потока.
6. Вывод уравнения работы проталкивания. —
7. Уравнение первого закона термодинамики для потока с применением энтальпии.
8. Вследствие чего происходит изменение внешней кинетической энергии рабочего тела при адиабатном процессе истечения?
9. Какая величина называется располагаемой работой?
10. Графическое изображение располагаемой работы в *pv*-диаграмме.
11. Уравнение располагаемой работы для политропного и адиабатного процессов.
12. Уравнение располагаемой работы при адиабатном процессе с применением энтальпии.
13. Скорость истечения жидкости при адиабатном процессе.
14. Скорость истечения идеального газа при адиабатном процессе.
15. Секундный расход идеального газа.
16. Анализ уравнения секундного расхода газа.
17. Гипотеза Сен-Венана и Вантцеля.
18. Критическое отношение давлений и его определение.
19. Уравнение для определения критической скорости.
20. Как определяется скорость звука?
21. Связь скорости звука и критической скорости истечения.
22. Как определяется максимальный секундный расход идеального газа?

23. Основные условия течения газа по каналам переменного сечения.
24. Какой профиль должно иметь сопло при различных скоростях входа газа?
25. Какой профиль должен иметь диффузор при различных скоростях входа газа?
26. Какие случаи встречаются при истечении газа из суживающегося сопла?
27. Дать описание комбинированного сопла Лавалья.
28. Как определяется скорость истечения и секундный расход газа при выходе из сопла Лавалья?
29. Как определяются минимальное и выходное сечения сопла Лавалья?
30. Как определяется длина сопла Лавалья?
31. Истечение водяного пара и его особенности.
32. Истечение водяного пара из суживающегося сопла при различных условиях.
33. Истечение газов и паров при наличии трения.

Пример 13-1. Из резервуара при температуре 400°K и постоянном давлении $p_1 = 80 \text{ бар}$ вытекает 1 кг кислорода через суживающееся сопло в среду с давлением $p_2 = 60 \text{ бар}$. Определить скорость истечения и секундный расход кислорода, если площадь выходного сечения сопла $f = 30 \text{ мм}^2$. Найти также скорость истечения и секундный расход кислорода, если истечение будет происходить в среду с давлением $p_2 = 20 \text{ бар}$. Кислород считать идеальным газом.

Критическое отношение давлений $\beta_k = 0,528$.
Отношение давлений

$$p_2/p_1 = 60/80 = 0,75 > 0,528.$$

Истечение кислорода происходит с использованием всего перепада давлений.

Начальный объем

$$v_1 = RT_1/p_1 = (259,82 \cdot 400) / (80 \cdot 10^5) = 0,013 \text{ м}^3/\text{кг};$$

скорость истечения

$$\begin{aligned} w &= \sqrt{2 [k/(k-1)] (p_1 v_1) [1 - (p_2/p_1)^{(k-1)/k}]} = \\ &= \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4-1} 80 \cdot 10^5 \cdot 0,013 \left[1 - \left(\frac{60}{80} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right]} = 237 \text{ м/сек}; \end{aligned}$$

секундный расход кислорода

$$\begin{aligned} m &= f \sqrt{2 [k/(k-1)] (p_1 v_1) [(p_2/p_1)^{2/k} - (p_2/p_1)^{(k+1)/k}]} = \\ &= 0,00003 \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4-1} \cdot \frac{80 \cdot 10^5}{0,013} \left[\left(\frac{60}{80} \right)^{\frac{2}{1,4}} - \left(\frac{60}{80} \right)^{\frac{1,4+1}{1,4}} \right]} = 0,341 \text{ кг/сек.} \end{aligned}$$

При истечении в среду с давлением $p_2 = 20 \text{ бар}$: отношение давлений

$$p_2/p_1 = 20/80 = 0,25 < 0,528,$$

следовательно, истечение будет с критической скоростью; скорость истечения определяем так:

$$\omega_k = \sqrt{2 [k/(k+1)] RT_1} = \sqrt{2 (1,4/2,4) 259,82 \cdot 400} = 348 \text{ м/сек.}$$

Максимальный секундный расход кислорода

$$m_{\text{макс}} = f_{\text{мин}} \sqrt{2 [k/(k+1)] (p_1/v_1) [2/(k+1)]^{2/(k-1)}} = \\ = 0,00003 \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4+1} \cdot \frac{80 \cdot 10^6}{0,013} \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{2}{1,4-1}}} = 0,507 \text{ кг/сек.}$$

Пример 13-2. Влажный пар с начальными параметрами $p_1 = 22 \text{ бар}$ и степенью сухости $x_1 = 0,97$ вытекает из комбинированного сопла в среду с давлением $p_2 = 1 \text{ бар}$. Найти скорость и состояние пара в конце процесса. Определить также основные размеры сопла, если $m = 3,22 \text{ кг/сек.}$

Начальные параметры состояния пара: $i_1 = 2750 \text{ кДж/кг}$; $v'' = 0,091 \text{ м}^3/\text{кг}$; $x_1 = 0,97$; $v_1 = v'' x_1 = 0,0884 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Конечные параметры для давления $p_2 = 1 \text{ бар}$: $i_2 = 2245 \text{ кДж/кг}$; $x_2 = 0,81$; $v_2 = 0,81 \cdot 1,696 = 1,373 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Скорость истечения

$$\omega = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2} = 44,74 \sqrt{2750 - 2245} = 1010 \text{ м/сек.}$$

Площадь выходного сечения комбинированного сопла

$$f_2 = m v_2 / \omega = (3,22 \cdot 1,373) / 1010 = 0,0044 \text{ м}^2 = 44 \text{ см}^2.$$

Длина суживающейся части сопла обычно берется равной диаметру в самом узком сечении:

$$l_1 = d = \sqrt{1000/0,785} = 35,7 \text{ мм.}$$

Диаметр выходного сечения

$$D = \sqrt{4440/0,785} = 74,8 \text{ мм.}$$

Задаемся углом конусности сопла $\varphi = 10^\circ$. Тогда длину расширяющейся части сопла определяем из уравнения

$$l_2 = (D - d) / 2 \operatorname{tg} \varphi / 2 = (74,8 - 35,7) / 2 \operatorname{tg} 10/2 = 223 \text{ мм.}$$

Длина всего сопла

$$l = l_1 + l_2 = 35,7 + 223 = 258,7 \text{ мм.}$$

ДРОССЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОВ И ПАРОВ. СМЕШЕНИЕ ГАЗОВ

§ 14-1. Дросселирование газа

Дросселированием, или **мятием**, называется необратимый процесс, в котором давление при прохождении газа через суживающееся отверстие уменьшается без совершения внешней работы.

Всякое сопротивление в трубопроводе (вентили, задвижка, шайба, кран, клапан и др.) вызывает дросселирование газа и, следовательно, падение давления. Величина падения давления зависит от природы

рабочего тела, его состояния, величины сужения газопровода и скорости движения газа.

В большинстве случаев дросселирование, сопровождающееся уменьшением работоспособности тела, приносит безусловный вред. Но иногда оно является необходимым и создается искусственно, например при регулировании паровых двигателей, в холодильных установках, в приборах, измеряющих расход газа и т. д.

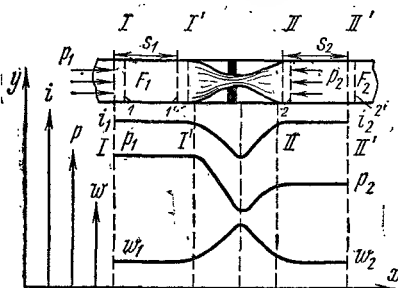


Рис. 14-1

При прохождении газа через отверстие, представляющее известное сопротивление, кинетическая энергия газа и его скорость в узком сечении возрастают, что сопровождается падением температуры и давления (рис. 14-1).

Газ, протекая через отверстие, затрачивает часть кинетической энергии на работу против сил трения, которая превращается в теплоту. В результате температура его изменяется и может как уменьшаться, так и увеличиваться.

В отверстии скорость газа возрастает. За отверстием, когда газ опять течет по полному сечению, скорость вновь понижается, а давление повышается, но до начального значения оно не доходит; некоторое изменение скорости произойдет в связи с увеличением удельного объема газа от уменьшения давления.

Дросселирование, как указывалось, является необратимым процессом, при котором всегда происходит увеличение энтропии и уменьшение работоспособности рабочего тела.

§ 14-2. Уравнение процесса дросселирования

Пусть на участке трубопровода имеется суженное отверстие (рис. 14-1). Сечения I-I и II-II в трубопроводе закрыты невесомыми поршнями, которые могут перемещаться без трения. На поршень 1 площадью F_1 действует давление p_1 , а на поршень 2 площадью F_2 действу-

ет давление p_2 , причем $p_1 > p_2$. Трубопровод не имеет теплообмена с внешней средой.

При перемещении 1 кг газа через отверстие поршень 1 переместится в положение 1', а поршень 2 — в положение 2', при этом поршень 1 совершит путь s_1 , а поршень 2 — путь s_2 . Для перемещения 1 кг газа необходимо затратить работу $p_1 s_1 F_1$ или $p_1 v_1$. Часть этой работы $p_2 F_2 s_2$ или $p_2 v_2$ будет израсходована на преодоление силы p_2 , а разность работ $p_1 v_1 - p_2 v_2$ вызовет изменение энергии рабочего тела.

Если начальная скорость газа w_1 и внутренняя энергия u_1 , конечная скорость w_2 и внутренняя энергия u_2 , то имеем

$$p_1 v_1 - p_2 v_2 = u_2 - u_1 + w_2^2/2 - w_1^2/2.$$

При условии, что скорости w_1 и w_2 мало отличаются друг от друга, изменением внешней кинематической энергии можно пренебрегать и считать $w_2^2/2 - w_1^2/2 = 0$, отсюда

$$(u_1 + p_1 v_1) - (u_2 + p_2 v_2) = 0$$

или

$$i_1 - i_2 = 0 \text{ и } i_1 = i_2. \quad (14-1)$$

Полученное равенство (14-1) показывает, что энтальпия в результате процесса дросселирования не изменяется. Этот вывод к промежуточным состояниям газа неприменим. В сечениях у отверстия энтальпия не остается постоянной величиной, т. е. процесс дросселирования нельзя отождествлять с изоэнтальпическим процессом. Равенство (14-1) справедливо только для сечений, достаточно удаленных от сужения.

Выше указывалось, что энтальпия идеального газа является однозначной функцией температуры. Отсюда следует, что в результате дросселирования идеального газа температура его не изменяется ($T_1 = T_2$).

В результате процесса дросселирования реального газа энтальпия для начальных и конечных значений остается одинаковой, энтропия и объем увеличиваются, давление падает, а температура может увеличиваться, уменьшаться или же в частном случае остаться без изменения.

§ 14-3. Исследование процесса дросселирования.

Эффект Джоуля — Томсона

В каждом реальном газе имеются силы притяжения между молекулами, и если газ расширяется, то на увеличение расстояния между частицами или на изменение внутренней потенциальной энергии тела всегда затрачивается работа, что связано с изменением температуры.

Отношение изменения температуры реального газа при дросселировании без подвода и отвода теплоты и без совершения внешней работы к изменению давления в этом процессе называется *эффектом Джоуля — Томсона*. Это явление было открыто Джоулем и Томсоном опытным путем в 1852 г.

Для идеального газа эффект Джоуля — Томсона равен нулю, так как температура газа в результате процесса дросселирования не изме-

няется. Следовательно, изменение температуры реального газа при дросселировании определяется отклонением свойств реальных газов от идеального, что обусловлено действием межмолекулярных сил.

Процесс дросселирования 1 кг рабочего тела сопровождается затратой или совершением внешней работы (работы проталкивания) $p_2 v_2 - p_1 v_1$. При этом произведение $p_2 v_2$ характеризует работу, затраченную телом на вытеснение среды, а произведение $p_1 v_1$ — работу среды над рабочим телом. Так как при дросселировании конечное давление p_2 всегда меньше начального p_1 , а удельный объем v_2 всегда больше v_1 , то разность $p_2 v_2 - p_1 v_1$ в общем случае может быть положительной или отрицательной и в частном случае равной нулю.

Поскольку для адиабатного процесса дросселирования справедливо равенство $i_1 = i_2$, т. е.

$$u_1 + p_1 v_1 = u_2 + p_2 v_2, \text{ или } u_1 - u_2 = p_2 v_2 - p_1 v_1,$$

то отсюда следует, что внешняя работа (работа проталкивания) в этом процессе совершается за счет убыли внутренней энергии тела.

Внутренняя энергия реального газа вследствие наличия межмолекулярных сил состоит из двух частей: кинетической составляющей, являющейся функцией только температуры, и потенциальной составляющей, определяемой положением молекул и зависящей кроме температуры еще и от объема.

При дросселировании потенциальная составляющая внутренней энергии вследствие увеличения объема всегда возрастает.

Если бы $p_2 v_2 - p_1 v_1 = 0$ и, следовательно, $u_1 - u_2 = 0$, а потенциальная составляющая внутренней энергии увеличилась бы, то кинетическая составляющая должна при этом уменьшиться. Такой процесс дросселирования будет сопровождаться охлаждением газа ($T_2 < T_1$).

Еще большее охлаждение реального газа будет при положительной внешней работе, т. е. когда $p_2 v_2 > p_1 v_1$ и $u_2 < u_1$. В этом случае понижение температуры будет обусловлено не только возрастанием потенциальной составляющей внутренней энергии, но и совершением газом внешней работы (также за счет внутренней энергии).

В большинстве практических случаев внешняя работа имеет отрицательное значение, т. е. $p_2 v_2 < p_1 v_1$, или иначе процесс дросселирования сопровождается затратой внешней работы, идущей на увеличение внутренней энергии газа ($u_2 > u_1$). Если при этом внешняя работа $p_2 v_2 - p_1 v_1$ по абсолютной величине будет больше прироста потенциальной составляющей внутренней энергии, то избыток работы пойдет на увеличение ее кинетической составляющей и газ будет нагреваться ($T_2 > T_1$).

В частном случае абсолютное значение $p_2 v_2 - p_1 v_1$ в процессе дросселирования может оказаться равным росту потенциальной составляющей внутренней энергии и при этом кинетическая составляющая останется без изменения, а следовательно, не изменится и температура газа ($T_1 = T_2$). Этот случай называется *инверсией* газа, а температура газа, при которой он происходит, называется *температурой инверсии* $T_{ин}$. Следовательно, процесс дросселирования реального газа при тем-

пературе инверсии внешне не отличается от дросселирования идеального газа.

Если при $p_2 v_2 < p_1 v_1$ абсолютное значение внешней работы будет меньше возрастания потенциальной составляющей внутренней энергии в процессе дросселирования, то кинетическая составляющая несколько уменьшится, т. е. газ будет охлаждаться. Следовательно, при отрицательной внешней работе могут быть случаи дросселирования, когда температура реального газа увеличивается, остается без изменения и уменьшается.

Различают эффекты дросселирования: *дифференциальный температурный*, при котором давление и температура изменяются на бесконечно малую величину, и *интегральный температурный*, когда давление и температура изменяются на конечную величину.

Если давление газа уменьшается на бесконечно малую величину dp , то происходит бесконечно малое изменение температуры:

$$dT_i = \alpha_i dp_i \text{ или } \alpha_i = (\partial T / \partial p)_i. \quad (14-2)$$

Величину α_i называют *дифференциальным температурным эффектом Джоуля — Томсона*. Значение α_i определяется из уравнения (10—20):

$$di = c_p dT - [T(\partial v / \partial T)_p - v] dp.$$

Так как при дросселировании $di = 0$, то

$$c_p dT = [T(\partial v / \partial T)_p - v] dp,$$

откуда

$$\alpha_i = (\partial T / \partial p)_i = \frac{T(\partial v / \partial T)_p - v}{c_p} \quad (14-3)$$

и

$$dT = \frac{T(\partial v / \partial T)_p - v}{c_p} dp. \quad (14-4)$$

Полученное уравнение (14-3) справедливо для любых веществ. Для идеального газа

$$(\partial v / \partial T)_p = R/p = v/T,$$

тогда числитель в уравнении (14-3) равен

$$T(\partial v / \partial T)_p - v = Tv/T - v = 0$$

уравнение (14-3) принимает вид

$$\partial T / \partial p = 0 \text{ или } dT = 0 \text{ и } T_1 = T_2. \quad (14-5)$$

Состояние реального газа при адиабатном дросселировании, в котором температурный эффект дросселирования меняет свой знак или в котором дифференциальный эффект Джоуля — Томсона равен нулю, называется *точкой инверсии*. Если начальная температура реального газа перед дросселем меньше температуры инверсии, то газ при дросселировании будет охлаждаться, если же начальная температура газа выше температуры инверсии, то газ будет нагреваться.

Для нахождения точки инверсии и условий, при которых имеет место нагревание или охлаждение газа, проанализируем уравнение (14-3).

При дросселировании газа давление всегда уменьшается; dp имеет отрицательный знак ($dp < 0$); теплоемкость c_p величина положительная. Поэтому знак дифференциального эффекта, а следовательно, и знак dT зависит от знака выражения $T (\partial v / \partial T)_p - v$ и всегда ему противоположен. Тогда:

- 1) при $T (\partial v / \partial T)_p - v > 0$ $dT < 0$;
- 2) при $T (\partial v / \partial T)_p - v = 0$ $dT = 0$;
- 3) при $T (\partial v / \partial T)_p - v < 0$ $dT > 0$.

Второй случай можно использовать для получения уравнения температуры инверсии:

$$T (\partial v / \partial T)_p - v = 0, \text{ откуда } T_{\text{ин}} = v (\partial T / \partial v)_p.$$

Это выражение называется *уравнением кривой инверсии*.

Дросселирование при конечных перепадах давлений называют *интегральным эффектом дросселирования Джоуля — Томсона*. Он определяется при интегрировании уравнения (14-4):

$$T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \frac{T (\partial v / \partial T)_p - v}{c_p} dp. \quad (14-6)$$

§ 14-4. Дросселирование ван-дер-ваальсова газа.

Кривая инверсии

Из уравнения Ван-дер-Ваальса

$$(p + a/v^2) (v - b) = RT$$

найдем частную производную

$$(\partial v / \partial T)_p = \frac{R}{p - a/v^2 + 2ab/v^3}.$$

Подставив значение частной производной в уравнение (14-4), после некоторых допущений получим следующее приближенное выражение, справедливое при $p \rightarrow 0$, либо при $v \rightarrow \infty$:

$$dT = \frac{2a/RT - b}{c_p} dp,$$

или дифференциальный эффект дросселирования

$$\alpha_i = dT/dp = \frac{2a/RT - b}{c_p}, \quad (14-7)$$

где c_p — теплоемкость при постоянном давлении; a и b — постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса; R — газовая постоянная; T — температура газа.

При дифференциальном эффекте Джоуля — Томсона $\alpha_i = 0$ получаем точку инверсии, в которой должно быть

$$2a/RT = b$$

и температура инверсии

$$T_{ин} = 2a/Rb.$$

Выразим $T_{ин}$ через критическую температуру, для чего воспользуемся уравнением (4-3):

$$T_K = 8a/27Rb, \text{ или } a/b = (27/8)RT_K,$$

тогда

$$T_{ин} = (27/4)T_K = 6,75 T_K.$$

Температура инверсии реальных газов, подчиняющихся уравнению Ван-дер-Ваальса, при $p = 0$ в 6,75 раза выше критической температуры.

Процесс дросселирования тела всегда связан с потерей располагаемой работы. Действительно, при дросселировании газ не производит полезной работы над внешним объектом, а кинетическая энергия газа не меняется, поэтому вся работа расширения газа от давления p_1 до давления p_2 и работа $p_1 v_1 - p_2 v_2$, которую производит окружающая среда при проталкивании газа через дроссель, затрачивается на преодоление сил трения и переходит в теплоту трения:

$$q_{тр} = \int_1^2 p dv + p_1 v_1 - p_2 v_2 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp.$$

Работа трения, превращенная в теплоту трения, обуславливает возрастание энтропии газа. Полное изменение энтропии газа в результате дросселирования равно

$$s_2 - s_1 = - \int_{p_1}^{p_2} (v/T) dp.$$

Более точное исследование процесса дросселирования ван-дер-ваальсова газа, а также опытные данные с реальными газами показывают, что реальный газ имеет бесконечно большое число точек инверсии, которые образуют на pT -диаграмме так называемую *инверсионную кривую*. Уравнение инверсионной кривой, если известно уравнение состояния реального газа, может быть получено в явной форме из приведенного ранее соотношения:

$$T_{ин} = v (\partial T / \partial v)_p.$$

При любом значении давления вещество имеет две точки инверсии: одна из них находится в области жидкости, а другая — в области перегретого пара (газа).

На рис. 14-2 показана инверсионная кривая для азота $T_{ин} = f(p)$, построенная по уравнению $T (\partial v / \partial T)_p - v = 0$. Из диаграммы видно, что любому давлению действительно соответствуют две точки

инверсии при различных температурах. Кривая инверсии проходит через максимум.

Если для рассматриваемого вещества справедливо уравнение Ван-дер-Ваальса, то из его анализа следует, что объем в точке максимума кривой инверсии равен критическому объему $v_{\text{макс}} = v_k$; максимальное давление равно девятикратному критическому давлению $p_{\text{макс}} = 9p_k$ и максимальная температура равна трехкратной критической температуре $T_{\text{макс}} = 3T_k$.

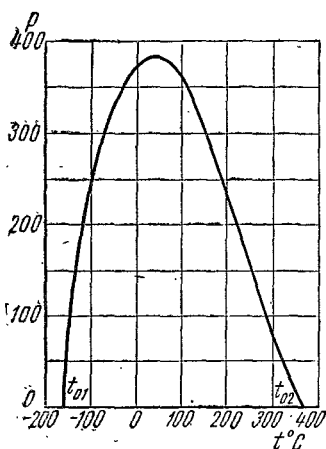


Рис. 14-2

Кривая инверсии при давлении $p = 0$ пересекается с осью температур в двух точках. Значения этих температур для веществ, подчиняющихся уравнению Ван-дер-Ваальса, равны: $T_{02} = 6,75 T_k$ и $T_{01} = 0,75 T_k$.

Инверсионная кривая делит pT -диаграмму на две области. Все процессы дросселирования, начинающиеся внутри инверсионной кривой, сопровождаются охлаждением вещества; вне инверсионной кривой все процессы дросселирования протекают с нагреванием вещества. Процессы, начинающиеся на инверсионной кривой, соответствуют случаю инверсии, когда $T_1 = T_2 = T_{\text{ин}}$.

Теоретические выводы относительно дроссельного эффекта, сделанные на основании уравнения Ван-дер-Ваальса, качественно полностью подтверждаются опытами, но с количественной стороны дают значительные отклонения.

§ 14-5. Дросселирование, или мятие, водяного пара

Исследование процесса дросселирования (мятия) водяного пара очень наглядно производится по is -диаграмме водяного пара (рис. 14-3), в которой процесс мятия можно условно изобразить горизонтальной линией, так как горизонталь есть только вспомогательное построение для нахождения параметров состояния конечной точки и не имеет физического смысла в промежуточных точках.

Из диаграммы хорошо видно, что если подвергается мятию перегретый пар (процесс 1-2), то давление и температура уменьшаются, а объем, энтропия и степень перегрева увеличиваются. При мятии пара высокого давления и неболь-

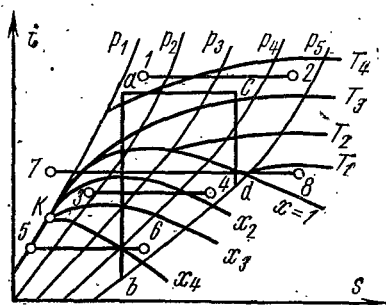


Рис. 14-3

шого перегрева (процесс 7-8) пар сначала переходит в сухой насыщенный, затем во влажный, потом опять в сухой насыщенный и снова в перегретый. При дросселировании кипящей жидкости (процесс 5-6) она частично испаряется с увеличением степени сухости. При дросселировании влажного пара степень сухости его увеличивается (процесс 3-4).

Процесс дросселирования является необратимым процессом, который сопровождается увеличением энтропии. Из предыдущих глав известно, что с ростом энтропии всегда понижается работоспособность газа или пара, что наглядно видно из диаграммы (рис. 14-3). Пусть водяной пар дросселируется от состояния a до c . От точки a до давления p_5 разность энтальпий выражается отрезком ab ; от точки c разность энтальпий выражается отрезком cd , который значительно меньше отрезка ab , т. е. работоспособность пара резко падает. Чем больше мятие пара, тем меньше его работоспособность.

§ 14-6. Смешение газов

В гл. III рассматривались условия определения величин, характеризующих газовую смесь, но не рассматривались вопросы, связанные с образованием самой смеси. Между тем образование газовых смесей, когда газы находятся при различных давлениях и температурах, имеет в технике большое значение.

Все способы образования смесей газов можно разделить на три группы: 1) смешение газов при постоянном объеме; 2) смешение газовых потоков; 2) смешение газов при наполнении резервуара.

V_1	V_2	V_3
T_1	T_2	T_3
p_1	p_2	p_3

Рис. 14-4

Предполагается, что при смешении газов отсутствует теплообмен с внешней средой и газы не совершают внешней работы.

Смешение газов при постоянном объеме. Первый способ образования смеси состоит в том, что несколько газов, с давлениями $p_1, p_2, p_3, \dots$ и температурами $T_1, T_2, T_3, \dots$ занимают различные объемы $V_1, V_2, V_3, \dots$ (рис. 14-4). После удаления разделяющих перегородок объем образовавшейся смеси будет равен сумме объемов смешиваемых газов:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

Масса смеси газов равна сумме масс газов, составляющих смесь

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$$

Так как газы при смешении не совершают внешней работы, то внутренняя энергия смеси газов, согласно первому закону термодинамики, равна в частном случае для идеальных газов сумме внутренних энергий отдельных газов до смешения:

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \dots$$

и при $c_v = \text{const}$

$$mc_v T = m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3 + \dots,$$

откуда

$$T = \frac{m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3 + \dots}{mc_v}$$

и

$$T = \frac{m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3 + \dots}{m_1 c_{v1} + m_2 c_{v2} + m_3 c_{v3} + \dots}$$

или

$$T = \frac{g_1 c_{v1} T_1 + g_2 c_{v2} T_2 + g_3 c_{v3} T_3 + \dots}{g_1 c_{v1} + g_2 c_{v2} + g_3 c_{v3} + \dots},$$

где g_1 , g_2 и т. д. — массовые доли идеальных газов, составляющих смесь.

Из уравнения состояния идеальных газов следует:

$$m_1 = p_1 V_1 / RT_1; \quad m_2 = p_2 V_2 / RT_2; \quad m_3 = p_3 V_3 / RT_3.$$

После подстановки значений масс температура смеси газов равна

$$T = \frac{p_1 V_1 \frac{c_{v1}}{R_1} + p_2 V_2 \frac{c_{v2}}{R_2} + p_3 V_3 \frac{c_{v3}}{R_3} + \dots}{\frac{p_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{c_{v1}}{R_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} \cdot \frac{c_{v2}}{R_2} + \frac{p_3 V_3}{T_3} \cdot \frac{c_{v3}}{R_3} + \dots}.$$

Для идеальных газов с постоянной теплоемкостью

$$c_v/R = 1/(k - 1),$$

поэтому, если смешиваются идеальные газы одинаковой атомности, числитель и знаменатель можно сократить на c_v/R . Получаем формулу для смеси газов одинаковой атомности

$$T = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + \dots}{p_1 V_1/T_1 + p_2 V_2/T_2 + p_3 V_3/T_3 + \dots}. \quad (14-8)$$

Для определения давления смеси газов одинаковой атомности в уравнение (14-8) подставим значения:

$$T = pV/Rm; \quad p_1 V_1/T_1 = m_1 R_1; \quad p_2 V_2/T_2 = m_2 R_2; \quad p_3 V_3/T_3 = m_3 R_3.$$

Получаем

$$\frac{pV}{mR} = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + \dots}{m_1 R_1 + m_2 R_2 + m_3 R_3 + \dots},$$

но

$$mR = m_1 R_1 + m_2 R_2 + m_3 R_3 + \dots,$$

поэтому

$$\rho = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + \dots}{V}, \quad (14.9)$$

или

$$\rho = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}. \quad (14.9')$$

Зная температуру, объем и давление, можно определить все остальные величины и параметры смеси газов, пользуясь уравнениями для смеси идеальных газов.

Смешение газовых потоков. Смешение газов образуется в результате соединения нескольких потоков в одном канале, например смешение отходящих газов из нескольких котлов в одной дымовой трубе.

Пусть по первому трубопроводу поступает m_1 кг газа с параметрами p_1, V_1, T_1 ; по второму трубопроводу поступает m_2 кг газа с параметрами p_2, V_2, T_2 ; по третьему трубопроводу поступает m_3 кг газа с параметрами p_3, V_3, T_3 (рис. 14-5).

При адиабатном процессе течения газов без совершения внешней работы на основании первого закона термодинамики полная энергия газового потока равна сумме полных энергий отдельных потоков, составляющих смесь [уравнение (13-3)]:

$$m(i + \omega^2/2) = m_1(i_1 + \omega_1^2/2) + m_2(i_2 + \omega_2^2/2) + m_3(i_3 + \omega_3^2/2) + \dots$$

Для большинства технических задач кинетической энергией потоков можно пренебречь, отсюда получаем

$$mi = m_1 i_1 + m_2 i_2 + m_3 i_3 + \dots,$$

или

$$i = g_1 i_1 + g_2 i_2 + g_3 i_3 + \dots,$$

где g_1, g_2, g_3 — массовые доли.

Полученное уравнение пригодно для идеальных, реальных газов и жидкостей.

Заменяя энтальпию газа выражением $c_p T$, получаем

$$c_p T = g_1 c_{p1} T_1 + g_2 c_{p2} T_2 + g_3 c_{p3} T_3 + \dots,$$

а учитывая уравнение (6-33), находим (при $c_p = \text{const}$)

$$T(g_1 c_{p1} + g_2 c_{p2} + g_3 c_{p3}) = g_1 c_{p1} T_1 + g_2 c_{p2} T_2 + g_3 c_{p3} T_3,$$

или

$$T = \frac{g_1 c_{p1} T_1 + g_2 c_{p2} T_2 + g_3 c_{p3} T_3 + \dots}{g_1 c_{p1} + g_2 c_{p2} + g_3 c_{p3} + \dots}. \quad (14.10)$$

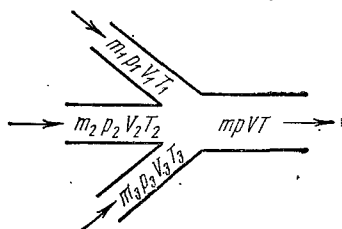


Рис. 14-5

Уравнение (14-10) справедливо только для идеальных газов с постоянной теплоемкостью.

Объем смеси идеальных газов определяем из характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} V &= mRT/p = (T/p) (m_1R_1 + m_2R_2 + m_3R_3 + \dots) = \\ &= (T/p) (p_1V_1/T_1 + p_2V_2/T_2 + p_3V_3/T_3 + \dots). \end{aligned} \quad (14-11)$$

Смешение идеальных газов при наполнении резервуаров. В резервуаре имеется m кг газа с параметрами p, V, T . По трубопроводу в него поступает через вентиль A другой газ с параметрами p_1, V_1, T_1 (рис. 14-6). Пусть в резервуар поступает m кг газа, после чего вентиль закрывается и в резервуаре получается смесь газов с объемом V . Процесс смешения газов необратимый.

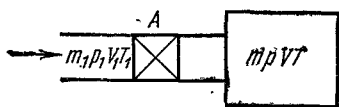


Рис. 14-6

По первому закону термодинамики, внутренняя энергия смеси идеальных газов равна сумме внутренних энергий газов, составляющих смесь:

$$mu = m_1u_1 + m_2u_2.$$

Полагая, что $c_v = \text{const}$, найдем температуру смеси:

$$c_v T = (m_1/m) c_{v1} T_1 + (m_2/m) c_{v2} T_2$$

и

$$T = (g_1 c_{v1} T_1 + g_2 c_{v2} T_2) / (g_1 c_{v1} + g_2 c_{v2}). \quad (14-12)$$

По известным T и V могут быть определены все параметры смеси.

§ 14-7. Изменение энтропии идеальных газов при смешении

Энтропия смеси идеальных газов представляет собой сумму энтропий газов, входящих в смесь:

$$s_{\text{см}} = g_1 s_1 + g_2 s_2 + \dots + g_n s_n = \sum_1^n g_i s_i.$$

Из уравнения (6-43) следует, что для газа с параметрами $p_{\text{пар}}$ и T

$$s_i = c_p \ln T/T_{\text{нор}} - R \ln p_{\text{пар}}/p_{\text{нор}},$$

где T — температура смеси; $p_{\text{пар}}$ — парциальное давление компонента в смеси, которое можно определить по формуле (3-10).

Второй член правой части уравнения можно представить так:

$$\begin{aligned} R \ln p_{\text{пар}}/p_{\text{нор}} &= R \ln pg_i \mu / p_{\text{нор}} \mu_i = R \ln p/p_{\text{нор}} + \\ &+ R \ln \mu g_i / \mu_i, \end{aligned}$$

отсюда

$$(s_{см})_{p, T} = \sum_1^n g_i (c_p \ln T/T_{нор} - R_i \ln p/p_{нор}) - \sum_1^n g_i R_i \ln \mu_i/\mu_i.$$

Выражение в скобках представляет собой энтропию 1 кг компонента при параметрах смеси, которую обозначим $(s_i)_{p, T}$. Последний член величина отрицательная, так как

$$\mu_i/\mu_i < 1.$$

Следовательно,

$$(s_{см})_{p, T} = \sum_1^n g_i (s_i)_{p, T} - \sum_1^n g_i R_i \ln \mu_i/\mu_i,$$

или, учитывая формулу (3-2), получаем

$$(s_{см})_{p, T} = \sum_1^n g_i (s_i)_{p, T} + \sum_1^n g_i R_i \ln 1/r_i. \quad (14-13)$$

Из этого уравнения следует, что если смешать несколько различных газов при параметрах p, T смеси, то энтропия смеси не будет равна сумме энтропий отдельных компонентов, взятых при давлении и температуре смеси, а будет больше на некоторую величину, равную изменению энтропии при смешении.

Смешение газов в потоке, как и другие способы смешения, представляет собой необратимый процесс, всегда сопровождающийся возрастанием энтропии. Это явление объясняется тем, что при смешении происходит расширение газа без совершения работы. Кроме того, смешение газов в одном сосуде сопровождается их диффузией, которая является процессом необратимым. Если, наоборот, требуется разделить смесь различных газов на отдельные компоненты, то для этого необходимо затратить минимальную работу, равную потере работоспособности $T_0 \Delta s$ при смешении газов (см. пример 14-6).

Контрольные вопросы и примеры к XIV главе

1. Какой процесс называется дросселированием и где он встречается?
2. Какие величины изменяются и какие остаются постоянными за суженным отверстием?
3. Уравнение адиабатного процесса дросселирования.
4. Почему процесс дросселирования нельзя назвать изоэнтальпийным?
5. Как изменяется температура идеального газа при дросселировании?
6. Эффект Джоуля — Томсона и его уравнение.
7. Что такое дифференциальный и интегральный эффект дросселирования?
8. Дросселирование реальных газов.

9. Что называется точкой и температурой инверсии?

10. Дифференциальный эффект Джоуля — Томсона для газов, подчиняющихся уравнению Ван-дер-Ваальса.

11. Показать, как определяется температура инверсии для реальных газов.

12. Когда, при каких условиях температура реального газа при дросселировании повышается, понижается и остается без изменения?

13. Исследование дросселирования водяного пара по i - s -диаграмме.

14. Изменение работоспособности водяного пара при дросселировании.

15. Дать определение температуры и давления смеси газов при постоянном объеме.

16. Температура смеси газов при наполнении резервуара.

17. Температура и объем при смешении газовых потоков.

18. Объяснить причину изменения энтропии при смешении и дать формулу для энтропии смеси.

Пример 14-1. Имеем 1 кг перегретого водяного пара с давлением $p_1 = 100$ бар и $t_1 = 530^\circ \text{C}$; в первом случае при этих параметрах пар поступает в паровую турбину, где адиабатно расширяется до конечного давления $p_2 = 0,05$ бар. При этом за счет изменения внешней кинетической энергии пар совершает работу, численно равную изменению энтальпии.

Во втором случае пар сначала дросселируется в вентиле до промежуточного давления $p'_1 = 3$ бар, а затем опять расширяется адиабатно в паровой турбине до того же конечного давления.

Определить температуру пара за вентилем, увеличение энтропии и потерю полезной работы вследствие дросселирования.

Начальные параметры пара: $i_1 = 3450$ кДж/кг и $s_1 = 6,7$ кДж/(кг·град). Проведя на i - s -диаграмме горизонталь через начальную точку до пересечения с изобарой $p'_1 = 3$ бар, находим температуру пара в конце дросселирования $t'_1 = 483^\circ \text{C}$. Из этой же диаграммы находим, что при адиабатном расширении из начального состояния до давления $p_2 = 0,05$ бар $i_2 = 2040$ кДж/кг; убыль энтальпии в процессе равна $h_1 = i_1 - i_2 = 3450 - 2040 = 1410$ кДж/кг. При адиабатном расширении после дросселирования убыль энтальпии в процессе $h_2 = i_1 - i'_2 = 3450 - 2530 = 920$ кДж/кг. Отсюда потеря работоспособности пара равна $\Delta h = 1410 - 920 = 490$ кДж/кг, или в процентах —

$$\Delta h = \frac{1410 - 920}{1410} \cdot 100 = 35\%.$$

Энтропия после дросселирования равна $s_2 = 8,3$ кДж/(кг·град). Процесс дросселирования является типичным необратимым процессом и всегда сопровождается увеличением энтропии. По условиям данной задачи, энтропия увеличилась на

$$s_2 - s_1 = 8,3 - 6,7 = 1,6 \text{ кДж/(кг·град)}.$$

Пример 14-2. В трех резервуарах, соединенных между собой трубопроводами, находятся:

кислород с $V_1 = 1,5 \text{ м}^3$ при $T_1 = 300^\circ \text{ К}$ и $p_1 = 2 \text{ бар}$;
 воздух с $V_2 = 3 \text{ м}^3$ при $T_2 = 350^\circ \text{ К}$ и $p_2 = 4 \text{ бар}$;
 окись углерода с $V_3 = 5,5 \text{ м}^3$ при $T_3 = 400^\circ \text{ К}$ и $p_3 = 6 \text{ бар}$.

Определить температуру и давление смеси газов при открытых задвижках.

Температуру смеси газов определяем по уравнению (14-8):

$$T = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{p_1 V_1 / T_1 + p_2 V_2 / T_2 + p_3 V_3 / T_3} = \frac{2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5,5}{2 \cdot 1,5 / 300 + 4 \cdot 3 / 350 + 6 \cdot 5,5 / 400} = 380^\circ \text{ К}.$$

Давление смеси газов находим по уравнению (14-9):

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5,5}{1,5 + 3 + 5,5} = 4,8 \text{ бар}.$$

Пример 14-3. В канале смешиваются газы, поступающие из трех трубопроводов: 2 кг воздуха при $p_1 = 2 \text{ бар}$ и $T_1 = 500^\circ \text{ К}$; 3 кг углекислого газа при $p_2 = 2 \text{ бар}$ и $T_2 = 400^\circ \text{ К}$; 5 кг кислорода при $p_3 = 3 \text{ бар}$ и $T_3 = 300^\circ \text{ К}$. При постоянных теплоемкостях определить температуру и удельный объем смеси при давлении 1 бар. Теплоемкость смеси составляет

$$c_p = g_1 c_{p1} + g_2 c_{p2} + g_3 c_{p3} = 0,2 \cdot 1,15 + 0,3 \cdot 0,86 + 0,5 \times \times 1,15 = 1,063 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Температура смеси газов

$$T = \frac{g_1 c_{p1} T_1 + g_2 c_{p2} T_2 + g_3 c_{p3} T_3}{g_1 c_{p1} + g_2 c_{p2} + g_3 c_{p3}} = \frac{0,23 \cdot 500 + 0,258 \cdot 400 + 0,575 \cdot 300}{1,063} = 391^\circ \text{ К}.$$

Главная постоянная смеси равна

$$R = g_1 R_1 + g_2 R_2 + g_3 R_3 = 0,2 \cdot 287 + 0,3 \cdot 189 + 0,5 \cdot 260 = = 244 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}.$$

Удельный объем смеси равен

$$v = RT/p = (244 \cdot 391) / (1 \cdot 10^5) = 0,955 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Пример 14-4. В резервуаре объемом 5 м^3 находится кислород при $p_1 = 3 \text{ бар}$ и $T_1 = 320^\circ \text{ К}$; по трубопроводу в него подается $0,6 \text{ м}^3$ углекислого газа при $p_2 = 12 \text{ бар}$ и $T_2 = 400^\circ \text{ К}$. При постоянной теплоемкости определить параметры состояния смеси газов.

Масса кислорода

$$m_{O_2} = pV/RT = (3 \cdot 10^5 \cdot 5) / (259,82 \cdot 320) = 18 \text{ кг}.$$

Масса углекислого газа

$$m_{CO_2} = pV/RT = (12 \cdot 10^5 \cdot 0,6) / (189 \cdot 400) = 9,5 \text{ кг}.$$

Массовая доля кислорода

$$g_1 = 18/27,5 = 0,655,$$

а теплоемкость составляет

$$c_{v1} = 20,93/32 = 0,653 \text{ кдж/(кг·град)}.$$

Массовая доля углекислого газа $g_2 = 0,345$, а теплоемкость равна

$$c_{v2} = 29,31/44 = 0,665 \text{ кдж/(кг·град)}.$$

Температура смеси газов равна

$$T = \frac{g_1 c_{v1} T_1 + g_2 c_{v2} T_2}{g_1 c_{v1} + g_2 c_{v2}} = \frac{0,655 \cdot 0,653 \cdot 320 + 0,345 \cdot 0,665 \cdot 400}{0,655 \cdot 0,653 + 0,345 \cdot 0,665} = 348^\circ \text{ К}.$$

Газовая постоянная смеси составляет

$$R = g_1 R_1 + g_2 R_2 = 0,655 \cdot 259,82 + 0,345 \cdot 189 = 235,4 \text{ дж/(кг·град)}.$$

Давление смеси равно

$$p = \frac{mRT}{V} = \frac{27,5 \cdot 235,4 \cdot 348}{5 \cdot 10^3} = 4,5 \text{ бар}.$$

Пример 14-5. Определить энтропию 1 кг газовой смеси, состоящей из азота и кислорода при давлении $p = 0,5 \text{ Мн/м}^2$ или $p = 5 \text{ бар}$ и температуре $t = 400^\circ \text{ С}$. Массовые доли азота и кислорода: $g_{N_2} = 0,4$; $g_{O_2} = 0,6$. Газы считать идеальными. Принять, что энтропия азота и кислорода равны нулю при параметрах $p_0 = 1 \text{ бар}$ и $t_0 = 0^\circ \text{ С}$. Теплоемкость газов — величина переменная.

Энтропия смеси равна сумме энтропий отдельных газов плюс изменение энтропии при смешении [уравнение (14-13)]:

$$(s_{\text{см}})_{p,t} = g_1 (s_1)_{p,t} + g_2 (s_2)_{p,t} + g_1 R_1 \ln \frac{1}{r_1} + g_2 R_2 \ln \frac{1}{r_2};$$

$$(s_1)_{p,t}^{N_2} = g_1 (c_{p1} \ln T/T_0 - R_1 \ln p/p_0) = 0,4 (1,0823 \cdot 2,3 \lg 673/273 - 0,2968 \cdot 2,3 \lg 5/1) = + 0,259 \text{ кдж/(кг·град)};$$

$$(s_2)_{p,t}^{O_2} = g_2 (c_{p2} \ln T/T_0 - R_2 \ln p/p_0) = 0,6 (1,0237 \cdot 2,3 \times \lg 673/273 - 0,2598 \cdot 2,3 \lg 5/1) = + 0,387 \text{ кдж/(кг·град)}.$$

Изменение энтропии при смешении равно

$$\Delta s_{\text{см}} = g_1 R_1 \ln 1/r_1 + g_2 R_2 \ln 1/r_2 = 0,4 \cdot 0,2968 \cdot 0,433 + 0,6 \times 0,2598 \cdot 0,567 = 1,4 \text{ кдж/(кг·град)}.$$

Энтропия 1 кг смеси при заданных параметрах равна

$$(s_{\text{см}})_{p,t} = (s_1)_{p,t}^{N_2} + (s_2)_{p,t}^{O_2} + \Delta s_{\text{см}} = 0,259 + 0,387 + 1,4 = 2,046 \text{ кдж/(кг·град)}.$$

Объемная доля каждого газа определялась так:

$$r_i = (\mu/\mu_i) g_i, \quad \mu = \frac{1}{g_1/\mu_1 + g_2/\mu_2}.$$

Зная μ смеси и массовую долю, легко определить объемную долю каждого газа.

Пример 14-6. При температуре 20°C определить минимальную теоретическую работу разделения 1 кг газовой смеси, состоящей из 30 объемных частей двуокиси углерода и 70 объемных частей азота. Газы считать идеальными. Минимальная работа, которую необходимо затратить для разделения газов, будет равна потере работоспособности при смешении газов:

$$l = T_0 \Delta s,$$

где Δs — изменение энтропии при смешении:

$$\Delta s = g_1 R_1 \ln 1/r_1 + g_2 R_2 \ln 1/r_2$$

(здесь g и r — массовые и объемные доли газов);

$$\begin{aligned} \Delta s &= 0,402 \cdot 0,189 \cdot 2,3 \lg 1/0,3 + 0,598 \cdot 0,2968 \cdot 2,3 \lg 1/0,7 = \\ &= 0,1548 \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \end{aligned}$$

$$\mu = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 = 0,3 \cdot 44 + 0,7 \cdot 28 = 32,8;$$

$$\begin{aligned} g_1 = r_1 (\mu_1/\mu) &= 0,3 (44/32,8) = 0,402; \quad g_2 = 0,7 (28/32,8) = \\ &= 0,598. \end{aligned}$$

Минимальная работа, необходимая для разделения газов, равна

$$l = T_0 \Delta s = 293 \cdot 0,1548 = 45,4 \text{ кдж}/\text{кг}.$$

Глава XV

ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

§ 15-1. Общие понятия. Абсолютная влажность, влагосодержание и относительная влажность воздуха

Смесь сухого воздуха (не содержащего молекул воды) с водяным паром называется *влажным воздухом*.

Влажный воздух широко используется в технике, поэтому знать его свойства очень важно. По своему физическому состоянию он близок к идеальным газам.

Влажный воздух при данном давлении и температуре может содержать разное количество водяного пара. Смесь, состоящую из сухого воздуха и насыщенного водяного пара, называют *насыщенным влажным воздухом*. Парциальное давление водяного пара в этой смеси равно давлению насыщения при данной температуре. Количество пара в каждом кубическом метре такого воздуха численно равно плотности сухого насыщенного пара ρ'' (кг/м³).

Общее давление влажного воздуха, согласно закону Дальтона, равно сумме парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара, входящих в его состав:

$$p = p_v + p_n, \quad (15-1)$$

где p_v — парциальное давление сухого воздуха; p_n — парциальное давление водяного пара.

Масса пара в 1 м³ влажного воздуха, численно равная плотности пара ρ_n при парциальном давлении p_n , называется *абсолютной влажностью*. Если при постоянной температуре t увеличивать влажность воздуха, то плотность водяного пара будет возрастать. Если же температура влажного воздуха будет ниже температуры насыщения водяного пара при давлении смеси, то предельной плотностью водяного пара будет плотность сухого насыщенного пара при парциальном давлении его, меньшем, чем давление смеси. В этом предельном состоянии влажный воздух будет представлять собой смесь сухого воздуха и сухого насыщенного водяного пара.

Однако возможен и другой случай, когда температура влажного воздуха будет выше или равна температуре насыщения водяного пара при давлении смеси. Тогда процесс насыщения влажного воздуха водяным паром будет продолжаться до тех пор, пока он не будет состоять из одного сухого насыщенного водяного пара (когда $t_{см} = t_n$) или из перегретого пара (когда $t_{см} > t_n$).

Рассмотрим влажный воздух в p - v -диаграмме при каком-либо давлении p и различных температурах (рис. 15-1). По оси абсцисс откладываем удельные объемы пара; обратные величины удельных, объемов измеряют плотность пара, а по отношению к влажному воздуху — его абсолютную влажность.

Из точки 1 (при давлении $p = p_{\pi}$), которая определяет состояние сухого насыщенного пара, проводим изотерму t_{12} . Если рассматривать влажный воздух при температуре $t_{34} < t_{12}$, то он будет насыщенным тогда, когда пар в воздухе будет сухим насыщенным, т. е. когда влажному воздуху будет соответствовать максимальное значение абсолютной влажности. Этому значению соответствует точка 3 сухого насыщенного пара (появление тумана здесь не рассматривается).

Из p - v -диаграммы видно, что насыщенный воздух при температурах, меньших t_{12} , представляет собой смесь сухого воздуха и насыщен-

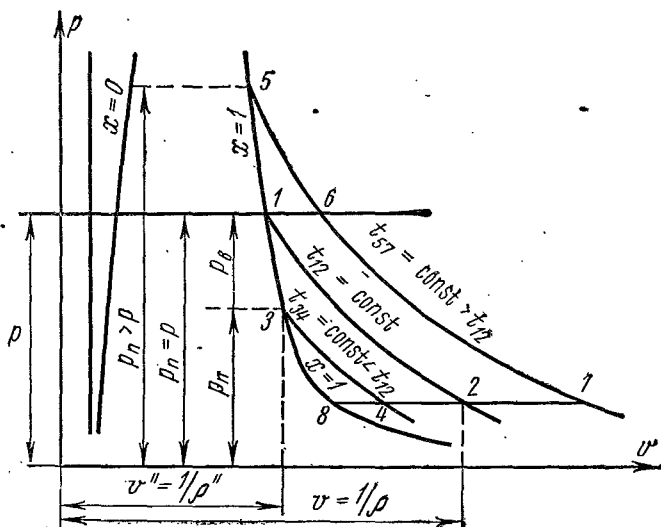


Рис. 15-1

ного пара. В общем виде $p = p_v + p_{\pi}$, где p_v — парциальное давление сухого воздуха, а p_{π} — парциальное давление насыщенного пара во влажном воздухе. При температуре T_{12} влажный воздух будет насыщенным тогда, когда пар будет в состоянии, характеризуемом точкой 1. В этом случае влажный воздух состоит только из сухого насыщенного пара, так как $p_{\pi} = p$, а $p_v = 0$. При давлении p и температуре $t_{57} > t_{12}$ влажный воздух будет насыщенным тогда, когда состояние пара характеризуется точкой 6. В этом случае пар будет перегретым, и насыщенный воздух состоит только из перегретого пара, так как давление $p_{\pi} = p$, а $p_v = 0$.

Влажный воздух, который не содержит при данном давлении и температуре максимально возможное количество водяного пара, называют *ненасыщенным*. Ненасыщенный влажный воздух представляет собой смесь сухого воздуха и перегретого пара, что видно из p - v -диаграммы (рис. 15-Г). Парциальное давление перегретого пара в смеси будет меньше давления насыщения при данной температуре. Количество перегретого пара в 1 м³ воздуха численно равно плотности перегретого пара, но меньше численной величины плотности сухого насыщенного пара.

Охлаждая воздух, а следовательно, и перегретый пар при каком-либо постоянном давлении p , например по линии 7-8, можно довести перегретый пар до состояния насыщения, характеризуемого точкой 8. Это будет тогда, когда температура воздуха станет равной температуре насыщения при данном парциальном давлении водяного пара. Эту температуру называют *температурой точки росы*.

Отношение массы пара $m_{\text{п}}$ во влажном воздухе к массе сухого воздуха $m_{\text{в}}$ в нем называют *влажностью воздуха* и измеряют в килограммах на килограмм (кг/кг) или в граммах на килограмм (г/кг):

$$d = m_{\text{п}}/m_{\text{в}}, \quad \text{или} \quad d = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} \quad (15-2)$$

Следовательно, величина d измеряет массу пара, содержащегося в 1 кг сухого воздуха или в $(1 + d)$ кг влажного воздуха. Величину влагосодержания d можно определить следующим образом. Уравнения состояния для 1 кг сухого воздуха и водяного пара, входящих в V м³ влажного воздуха,

$$p_{\text{в}}V = m_{\text{в}}R_{\text{в}}T \quad \text{и} \quad p_{\text{п}}V = m_{\text{п}}R_{\text{п}}T.$$

Разделим почленно:

$$p_{\text{в}}/p_{\text{п}} = m_{\text{в}}R_{\text{в}}/m_{\text{п}}R_{\text{п}} = (m_{\text{в}} \cdot 287,04)/(m_{\text{п}} \cdot 461,6) = 0,622/d \quad (15-3)$$

Подставив в уравнение (15-3) значение $p_{\text{в}}$ из уравнения (15-1), найдем величину влагосодержания:

$$d = 0,622 \quad p_{\text{п}}/(p - p_{\text{п}}). \quad (15-4)$$

Из уравнения (15-4) видно, что с увеличением парциального давления пара $p_{\text{п}}$ влагосодержание d увеличивается.

Максимальное значение влагосодержания зависит от температуры и давления влажного воздуха. Если температура влажного воздуха ниже температуры насыщения водяного пара при давлении смеси, то максимальное влагосодержание определяется отношением давления насыщенного водяного пара при температуре смеси к парциальному давлению воздуха.

Если температура влажного воздуха будет более высокой или равной температуре насыщения водяного пара при давлении смеси, то предельное значение влагосодержания равно бесконечности, так как в этом случае влажный воздух будет состоять из одного сухого насыщенного, или перегретого, водяного пара.

Отношение действительной абсолютной влажности ненасыщенного воздуха к максимально возможной абсолютной влажности воздуха при той же температуре называют *относительной влажностью* и обозначают φ :

$$\varphi = \rho_{\text{п}}/\rho_{\text{пмакс}} \quad (15-5)$$

Относительная влажность воздуха может изменяться в пределах от $\varphi = 0$ (сухой воздух) до $\varphi = 1$ (воздух, насыщенный влагой).

Из уравнения Клапейрона следует

$$p_{\text{п}} = R_{\text{п}}\rho_{\text{п}}T; \quad p_{\text{пмакс}} = R_{\text{п}}\rho_{\text{пмакс}}T.$$

откуда

$$\varphi = p_{\text{п}}/p_{\text{макс}} \quad (15-6)$$

Относительная влажность воздуха, если его считать идеальным газом, численно равна отношению парциального давления водяного пара в нем к максимально возможному давлению водяного пара при температуре смеси.

Если температура влажного воздуха ниже или равна температуре насыщения водяного пара при давлении влажного воздуха, то $p_{\text{макс}}$ равно давлению насыщенного пара $p_{\text{п}}$ при температуре смеси. Если же температура влажного воздуха выше температуры насыщения при давлении смеси, то $p_{\text{макс}}$ равно давлению влажного воздуха p .

Из уравнений (15-4) и (15-6) можно получить выражение, связывающее влагосодержание с относительной влажностью:

$$\varphi = [d/(0,622 + d)] (p/p_{\text{макс}}).$$

Из этого выражения следует, что в области, где температура влажного воздуха выше температуры насыщения водяного пара при давлении смеси, т. е. когда $p_{\text{макс}} = p$, относительная влажность зависит только от влагосодержания и при $d = \text{const}$ меняться не будет.

Понижая температуру ненасыщенного влажного воздуха ($\varphi < 1$) при постоянном давлении, его можно довести до состояния насыщения ($\varphi = 1$). Это произойдет в тот момент, когда температура воздуха станет равной температуре сухого насыщенного пара при данном парциальном давлении его в воздухе. При дальнейшем охлаждении влажного воздуха из него начнет выделяться вода в виде тумана или росы. Температура, при которой воздух становится насыщенным (при $\varphi = 1$), называется *температурой точки росы* и обозначается t_p . Температура точки росы t_p определяется с помощью гигрометра, а парциальное давление пара $p_{\text{п}}$ — с помощью психрометра. Зная температуру точки росы и температуру воздуха, по таблицам водяного пара можно определить давления $p_{\text{п}}$ и $p_{\text{макс}}$, а по формуле (15-6) вычислить относительную влажность воздуха:

$$\varphi = p_{\text{п}}/p_{\text{макс}}.$$

Простейший конденсационный гигрометр состоит из металлического тонкостенного цилиндрического сосуда, стенки которого тщательно отполированы. Сосуд заполняется эфиром. Если через эфир прокачивать воздух, то часть эфира испарится и температура его понизится. Практически температура эфира равна температуре стенок цилиндра. Охлаждение эфира производят до тех пор, пока на полированной металлической поверхности сосуда не появится роса. В этот момент замечают температуру эфира, которая будет соответствовать температуре точки росы. Появление росы свидетельствует о переходе прилегающего слоя воздуха у стенок сосуда в состояние насыщения. Такое определение парциального давления и в дальнейшем относительной влажности с помощью гигрометра нельзя признать достаточно точным.

Более точно относительная влажность и влагосодержание влажного воздуха определяются с помощью психрометра. Психрометр состоит из

двух термометров: сухого и мокрого. Шарик ртути мокрого термометра обернут тонким слоем ткани, которая непрерывно смачивается водой. Если влажный воздух будет ненасыщенным, то с поверхности материи на шарике будет испаряться вода и он покажет более низкую температуру, чем сухой термометр. Очевидно, что сухой термометр будет показывать действительную температуру влажного воздуха t_c , а мокрый показывает температуру испаряющейся воды t_m . Зная психрометрическую разность температур $t_c - t_m$, можно по специальным психрометрическим таблицам определить относительную влажность и влагосодержание воздуха.

§ 15-2. Плотность, газовая постоянная и энтальпия влажного воздуха

Плотность влажного воздуха равна сумме плотностей пара и сухого воздуха, взятых при своем парциальном давлении и при температуре смеси:

$$\rho = \rho_n + \rho_v. \quad (15-7)$$

Плотность влажного воздуха определяется по уравнениям

$$\rho = p/RT; \quad \rho = \rho_n r_n + \rho_v r_v.$$

Газовую постоянную влажного воздуха можно определить по уравнениям (3-4), (3-5), (3-6):

$$R = 8314,2/\mu_{см} = 8314,2/(\mu_v r_v + \mu_n r_n).$$

Энтальпия влажного воздуха определяется как сумма энтальпий сухого воздуха и водяного пара. Энтальпия влажного воздуха удобнее относить к 1 кг сухого воздуха или к $(1 + d)$ кг влажного воздуха.

Энтальпия $(1 + d)$ кг влажного воздуха равна

$$i = i_v + di_n. \quad (15-8)$$

Энтальпия 1 кг сухого воздуха, выраженная в килоджоулях на килограмм (кдж/кг), численно равна его температуре $t^\circ C$, так как теплоемкость сухого воздуха при постоянном давлении равна $\sim 1 \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$. Энтальпия 1 кг сухого насыщенного пара при малых давлениях может быть определена по эмпирической формуле

$$i_n = 2490 + 1,97t_n.$$

тогда энтальпия влажного воздуха будет

$$i = t + (2490 + 1,97t_n) d.$$

§ 15-3. *id*-диаграмма влажного воздуха

Параметры влажного воздуха обычно определяют графическим путем с помощью *id*-диаграммы, предложенной проф. Л. К. Рамзиным в 1918 (рис. 15-2).

The graph shows the relationship between $z, m/k2$ (vertical axis, 0 to 200) and $d, z/k2$ (horizontal axis, 0 to 360). The vertical axis also has an angular scale from 0° to 190° in 10° increments. The horizontal axis has an angular scale from 0° to 135° in 10° increments. A series of curves are plotted for constant values of ϕ (5%, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100%). A vertical line at $d, z/k2 = 30$ is labeled $d = \text{const}$ (подвешен). A diagonal line from the origin is labeled $\gamma = \text{const}$ (наклонен) with an angle of 135° indicated. Points A, B, and C are marked on the curves. A dashed line connects points A and B.

Таким образом, линии влагосодержания d будут вертикальными, а линии энтальпии i — наклонными прямыми. На диаграмме нанесены следующие линии: линии постоянных энтальпий (прямые наклонные к оси ординат под углом 45°); линии постоянных влагосодержаний (прямые, параллельные оси ординат); линии постоянных температур влажного воздуха; линии относительной влажности воздуха.

219

и для других давлений, близких к основному. *id*-диаграмма позволяет по известным t и ϕ определить i и d , а по d — величину p_d . Кроме того, по *id*-диаграмме для каждого состояния влажного воздуха можно определить точку росы, т. е. температуру точки, в которой воздух будет насыщен водяным паром $\phi = 100\%$.

Процесс нагревания влажного воздуха совершается при неизменном влагосодержании, т. е. при $d = \text{const}$. На *id*-диаграмме этот процесс изображается вертикальной прямой линией AB . Процесс охлаждения влажного воздуха также протекает при $d = \text{const}$ (изображается прямой линией MO). Этот процесс будет справедлив только до состояния полного насыщения воздуха, т. е. до $\phi = 100\%$. При дальнейшем охлаждении воздух окажется пересыщенным влагой и она будет выпадать из него в виде росы на материале.

Процесс конденсации можно условно считать проходящим по линии $\phi = 100\%$. Например, количество воды, образовавшейся в результате конденсации от точки O до точки S , на 1 кг сухого воздуха равно разности влагосодержаний $d_1 - d_2$. Идеальный процесс насыщения воздуха влагой в условиях постоянного давления происходит при неизменной энтальпии влажного воздуха ($i = \text{const}$) и изобразится на *id*-диаграмме отрезком MC . При этом под идеальным процессом подразумевается такой, в котором вся теплота идет только на испарение влаги, т. е. не учитываются потери теплоты в окружающую среду и расход теплоты на подогрев жидкости.

В этом случае теплота, отданная влажным воздухом на испарение влаги, вместе с парами снова возвращается во влажный воздух, т. е. общий баланс теплоты в процессе будет равен нулю.

Количество сухого воздуха в процессе испарения влаги не изменяется. Следовательно, не изменится и энтальпия влажного воздуха, которая исчисляется на 1 кг содержащегося в нем сухого воздуха.

С помощью *id*-диаграммы можно найти температуру точки росы. Для этого необходимо из точки, характеризующей данное состояние воздуха, провести вертикаль до пересечения с линией $\phi = 100\%$, и изотерма, проходящая через эту точку, будет определять температуру точки росы (точка O).

В 1950 г. Г. А. Михайловский (Известия ВТИ, № 2, 1950 г.) предложил *is*-диаграмму влажного воздуха, которая применяется при некоторых специальных расчетах, например газовых турбин, эжекторов и др. Расчеты по *is*-диаграмме дают погрешность 4—6%.

Контрольные вопросы и примеры к XV главе

1. Что называется влажным воздухом?
2. Что называется насыщенным и ненасыщенным влажным воздухом?
3. Закон Дальтона применительно к влажному воздуху.
4. Что называется абсолютной влажностью?
5. Что называется влагосодержанием влажного воздуха?
6. В каких пределах может изменяться влагосодержание?

7. Что называется относительной влажностью воздуха?
8. Что называется температурой точки росы?
9. Как определяется плотность влажного воздуха?
10. Как определяется газовая постоянная влажного воздуха?
11. Как определяется энтальпия влажного воздуха?
12. Описать *id*-диаграмму влажного воздуха.
13. Какие линии изображаются на *id*-диаграмме?
14. Как изображаются основные процессы влажного воздуха в *id*-диаграмме?

Пример 15-1. Для сушки макарон используется воздух при $t_1 = 25^\circ \text{C}$ с относительной влажностью $\varphi = 50\%$. В воздушном подогревателе воздух нагревают до $t_2 = 90^\circ \text{C}$ и направляют в сушилку, откуда он выходит при температуре $t_3 = 35^\circ \text{C}$. Определить конечное влагосодержание воздуха, расход теплоты и воздуха на 1 кг испаренной влаги. Процесс насыщения влажного воздуха считать идеальным.

В *id*-диаграмме (рис. 15-2) на пересечении линий $t_1 = 25^\circ \text{C}$ и $\varphi = 50\%$ находим точку, по которой определяем начальное влагосодержание $d_1 = 10,0 \text{ г/кг}$ и энтальпию $i_1 = 50,0 \text{ кДж/кг}$. Так как нагревание воздуха совершается при неизменном влагосодержании $d = \text{const}$, то на пересечении с изотермой $t_2 = 90^\circ \text{C}$ находим точку, которая характеризует состояние нагретого воздуха по выходе из подогревателя. Из этой точки проводим линию при $i = \text{const}$ до пересечения с изотермой $t_3 = 35^\circ \text{C}$, где определяем точку, которая характеризует состояние воздуха по выходе из сушилки. Для этой точки находим: $d_3 = 32,0 \text{ г/кг}$, $i_2 = i_3 = 117,5 \text{ кДж/кг}$ и $\varphi_2 = 90\%$. Следовательно, в процессе сушки 1 кг сухого воздуха испарилось влаги $d_3 - d_1 = 32,0 - 10,0 = 22,0 \text{ г/кг}$. Поэтому для испарения 1 кг влаги потребуется $1000 : 22 = 45,5 \text{ кг}$ сухого нагретого воздуха. Расход теплоты на нагрев 1 кг воздуха в воздушном подогревателе составляет: $i_2 - i_1 = 117,5 - 50 = 67,5 \text{ кДж/кг}$. Расход теплоты на 1 кг испаренной влаги составит: $q = 67,5 \cdot 45,5 = 3070 \text{ кДж/кг}$.

§ 16-1. Одноступенчатый компрессор

Компрессором называют машину, предназначенную для сжатия различных газов. Компрессоры получили в современной технике широкое применение. Их используют в химической промышленности, машиностроении, металлургии, на железных дорогах, в авиации, в газотурбинных установках, в пищевой промышленности для холодильников и т. п.

Все компрессоры в зависимости от конструктивного оформления и принципа работы, могут быть разделены на две группы: *поршневые* и *турбинные* (центробежные).

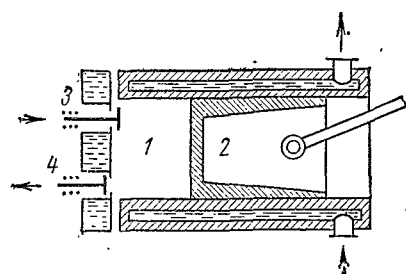


Рис. 16-1

Несмотря на различие принципов сжатия газа в компрессорах и их конструктивные отличия, термодинамика процессов сжатия в них одинакова для любых типов машин. Процессы в компрессорах описываются одними и теми же уравнениями. Поэтому для исследования и анализа процессов, протекающих в любой машине для сжатия газа, рассмотрим работу наиболее простого одноступенчатого поршневого компрессора, в котором все явления хорошо изучены и являются наглядными.

Компрессор (рис. 16-1) состоит из цилиндра 1 с пустотелыми стенками, в которых циркулирует охлаждающая вода, и поршня 2, связанного кривошипно-шатунным механизмом с электродвигателем или другим источником механической работы. В крышке цилиндра в специальных коробках помещаются два клапана: всасывающий 3 и нагнетательный 4, открывающиеся автоматически под действием изменения давления в цилиндре.

Рабочий процесс компрессора совершается за один оборот вала или два хода поршня. При ходе поршня вправо открывается всасывающий клапан и в цилиндр поступает рабочее тело — газ. При обратном движении поршня всасывающий клапан закрывается, происходит сжатие газа до заданного давления и нагнетание его в резервуар, из которого сжатый газ направляется к потребителям. После этого наступает повторение указанных процессов. Величина конечного давления определяется пружиной, установленной на нагнетательном клапане.

Основной целью термодинамического расчета компрессора является определение затрачиваемой работы на получение 1 кг сжатого газа и, как следствие, определение мощности приводного двигателя.

Рассмотрим теоретический одноступенчатый компрессор при следующих допущениях. Геометрический объем цилиндра компрессора равен рабочему объему (отсутствует вредное пространство). Отсутствуют потери работы на трение поршня о стенки цилиндра и дросселирование в клапанах. Всасывание газа в цилиндр и его нагнетание в резервуар осуществляются при постоянном давлении.

Теоретическая индикаторная диаграмма процесса получения сжатого газа в компрессоре представлена на рис. 16-2.

При движении поршня слева направо открывается всасывающий клапан 3 и происходит наполнение цилиндра газом при постоянном давлении p_1 . Этот процесс изображается на диаграмме линией 0-1 и называется *линией всасывания*. При обратном движении поршня справа налево всасывающий клапан 3 закрывается, происходит сжатие газа. По достижении заданного давления весь сжатый газ выталкивается из цилиндра при постоянном давлении через открывшийся нагнетательный клапан 4 в резервуар для хранения или на производство. Кривая 1-2 называется *процессом сжатия*. Линия 2-3 называется *линией нагнетания*. Следует отметить, что линии всасывания 0-1

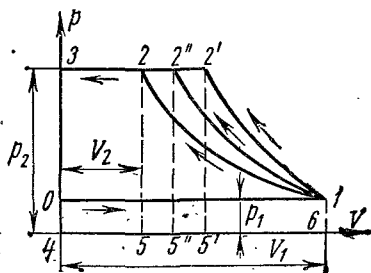


Рис. 16-2

и нагнетания 2-3 не изображают термодинамические процессы, так как состояние рабочего тела в них остается неизменным, а меняется только его количество. В начале следующего хода поршня слева направо нагнетательный клапан закрывается, давление в цилиндре p_2 теоретически мгновенно падает до p_1 , открывается всасывающий клапан и далее повторяется весь рабочий процесс сжатия газа.

Затраченная работа l на получение 1 кг сжатого газа (без учета трения) при условии, что все процессы обратимы и приращение кинетической энергии газа отсутствует, определяется следующим выражением:

$$l = p_1 v_1 - p_2 v_2 + \int_{v_1}^{v_2} p dv,$$

где $p_1 v_1$ — работа, производимая внешней средой при заполнении цилиндра газом; $p_2 v_2$ — работа, затраченная на выталкивание газа;

$\int_{v_1}^{v_2} p dv$ — работа сжатия газа.

Так как $p_1 v_1 - p_2 v_2 = \int_2^1 d(pv)$, то

$$l = \int_1^2 [-d(pv) + p dv] = - \int_1^2 v dp. \quad (16-1)$$

При наличии трения работа, затрачиваемая на привод компрессора (действительная работа), будет больше теоретической работы на величину работы против сил трения $q_{тр}$ и составит

$$l_d = - \int_{p_1}^{p_2} v dp - q_{тр}. \quad (16-2)$$

В этом случае площадь между линией сжатия и осью ординат представляет лишь часть затрачиваемой работы.

Если в процессе сжатия осуществляется отвод теплоты q_d от сжимаемого газа, то, согласно первому закону термодинамики,

$$l_d = -(i_2 - i_1 - q_d). \quad (16-3)$$

Процесс сжатия газа в компрессоре в зависимости от условий теплообмена между рабочим телом и стенками цилиндра может осуществляться по изотерме 1-2, адиабате 1-2' и политропе 1-2''. Сжатие по каждому из трех процессов дает различную величину площади затраченной работы.

Сжатие по изотерме 1-2 дает наименьшую пл. 01230 и наименьшую затрату работы. Вся энергия, подводимая в форме работы, отводится от газа в форме теплоты. Сжатие по адиабате 1-2' дает наибольшую пл. 012'30 и наибольшую затрату работы. При этом вся энергия, подводимая в форме работы, идет на изменение энтальпии газа. При политропном сжатии величина работы принимает промежуточное значение.

Чтобы уменьшить работу сжатия, необходимо процесс сжатия приблизить к изотермному процессу, для этого требуется отводить теплоту от сжимаемого газа в цилиндре компрессора. Последнее достигается путем охлаждения наружной поверхности цилиндра водой, которая протекает через рубашку компрессора, образуемую полыми стенками цилиндра. Охлаждение дает возможность сжимать газ до более высоких давлений, а получаемый при этом интенсивный теплообмен между рабочим телом и стенками цилиндра позволяет осуществлять сжатие газа по политропе со средним показателем, равным $n = 1,18 - 1,2$. У компрессоров малой производительности при небольших давлениях сжатого газа стенки цилиндра делают ребристыми. Ребра обдуваются воздухом, что способствует охлаждению стенок цилиндра.

Определение работы на привод компрессора. При изотермном процессе работа, расходуемая на сжатие газа, графически изображается пл. 01230 (рис. 16-2). Полная работа для получения 1 кг сжатого газа равна

$$l = \text{пл. } 4325 + \text{пл. } 5216 - \text{пл. } 4016.$$

Пл. 4325 = $p_2 v_2$ графически изображает работу нагнетания; пл. 4016 = $p_1 v_1$ — работу всасывания, а пл. 5216 = $\int_{v_1}^{v_2} p dv$ — работу сжатия.

При изотермном процессе сжатия (пл. 5216) работа определяется из уравнения (7-13); пл. 5216 = $l_{из} = p_1 v_1 \ln p_2/p_1$.

Учитывая, что при $t = \text{const}$ $p_2 v_2 = p_1 v_1$, находим

$$l_{из} = -p_2 v_2 - p_1 v_1 \ln p_2/p_1 + p_1 v_1 = -p_1 v_1 \ln p_2/p_1. \quad (16-4)$$

Работа для привода компрессора равна работе изотермного сжатия. Количество отводимой теплоты

$$q = l_{из} = -RT \ln p_2/p_1.$$

При обратимом адиабатном сжатии работа в процессе определяется по уравнению (7-16):

$$\text{пл. } 5'2'16 = l_{ад} = \left[\frac{1}{(k-1)} \right] (p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

Работа на привод компрессора составит

$$\begin{aligned} l_{ад}^{пр} &= -(p_2 v_2 - p_1 v_1) - \frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = \\ &= -\frac{k}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = -\frac{k}{k-1} RT_1 \left[(p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (16-5)$$

Работа на привод компрессора в k раз больше работы адиабатного сжатия. Выражение (16-5) может быть представлено и в другом виде. Работа сжатия в адиабатном процессе равна

$$l_{ад} = u_1 - u_2,$$

тогда работа на привод компрессора

$$\begin{aligned} l_{ад}^{пр} &= -(p_2 v_2 - p_1 v_1) - (u_2 - u_1) = -(p_2 v_2 + u_2) + (p_1 v_1 + u_1) = \\ &= -(l_2 - l_1). \end{aligned} \quad (16-6)$$

При адиабатном сжатии работа на привод компрессора по абсолютной величине равна разности энтальпий конца и начала процесса сжатия. Эта формула справедлива как для реального, так и идеального газа.

Для компрессора с политропным процессом сжатия работа изображается пл. 5''2''16, поэтому

$$l_{п} = -(p_2 v_2 - p_1 v_1) - [1/(n-1)] (p_2 v_2 - p_1 v_1) = [n/(n-1)] (p_2 v_2 - p_1 v_1). \quad (16-7)$$

Работа, затрачиваемая на получение 1 кг сжатого газа, равна

$$l_{п} = -[n/(n-1)] RT_1 [(p_2/p_1)^{n-1/n} - 1]. \quad (16-8)$$

Теоретическое количество отводимой теплоты находим по уравнению (7-21):

$$q = c_v [(n-k)/(n-1)] (T_2 - T_1). \quad (16-9)$$

Действительная индикаторная диаграмма одноступенчатого компрессора (рис. 16-3) отличается от теоретической (рис. 16-2) прежде всего наличием потерь на дросселирование в впускном и нагнетательном клапанах. Вследствие этого всасывание происходит при давлении

газа в цилиндре, меньшем давления среды, из которой происходит всасывание, а нагнетание происходит при давлении, большем, чем давление в нагнетательном трубопроводе. Эти потери возрастают с увеличением числа оборотов компрессора.

Кроме того, в реальном компрессоре между крышкой цилиндра и поршнем в его крайнем положении при выталкивании сжатого газа остается некоторый свободный объем, называемый *вредным пространством*.

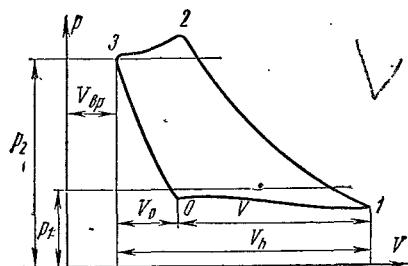


Рис. 16-3

когда давление газа в цилиндре упадет до давления всасывания или до давления той среды, откуда поступает газ. Процесс расширения остаточного сжатого газа во вредном пространстве цилиндра изображается линией 3-0. При этом всасывание газа в компрессор начнется только в точке 0 и в цилиндр поступит свежий газ, объем которого $V_h - V_0 = V$. Вредное пространство уменьшает количество засасываемого газа и тем самым уменьшает производительность компрессора. Отношение объема V и V_h называют *объемным коэффициентом полезного действия*:

$$\eta_{об} = V/V_h.$$

Объемный к. п. д. уменьшается с увеличением вредного пространства и при определенном $V_{вр}$ может стать равным нулю. При неизменном $V_{вр}$ с повышением давления сжатия объемный к. п. д. и производительность компрессора также будут уменьшаться и в пределе, когда линия сжатия будет пересекать линию вредного пространства, объемный к. п. д. обращается в нуль. Данное явление наглядно показано на рис. 16-4. В первом случае, когда процесс сжатия 1-2 заканчивается при давлении p_2 , нагнетание осуществляется по линии 2-3. Давление в цилиндре падает по линии 3-0 и всасывание начинается в точке 0. Во втором случае с увеличением давления p_2 сжатие заканчивается в точке 2' и нагнетание производится по линии 2'-3'. В этом случае количество нагнетаемого газа стало значительно меньше, чем в первом случае. В третьем случае с дальнейшим увеличением давления p_2 сжатие заканчивается в точке 4, т. е. в месте пересечения линии сжатия с линией объема вредного пространства; в этом случае линия нагнетания

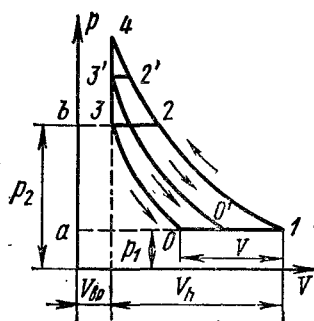


Рис. 16 4

превращается в точку, и засасывание свежей порции газа в цилиндр не производится.

Поршень работающего компрессора периодически сжимает одно и то же количество газа без нагнетания. В этом случае объемный к. п. д. и производительность компрессора становятся равными нулю. Массовое количество поступающего газа в цилиндр компрессора уменьшается еще больше вследствие увеличения удельного объема газа из-за нагревания его горячими поверхностями цилиндра и нагретым газом, оставшимся во вредном пространстве. Уменьшение массового количества газа, засасываемого в цилиндр, из-за повышения температуры газа определяется отношением T'_1/T_1 , где T'_1 — температура всасываемого газа; T_1 — температура газа, нагретого в цилиндре в процессе всасывания.

Общее уменьшение производительности компрессора из-за вредного пространства и нагревания газа характеризуется коэффициентом наполнения

$$\eta_{\text{нап}} = \eta_{\text{об}} \cdot T'_1/T_1. \quad (16-10)$$

Общая теоретическая работа на привод компрессора с вредным пространством изображается пл. 12301 на рис. 16-4.

Уменьшение производительности компрессора с увеличением давления сжатого газа не позволяет получать газы высокого давления в одном цилиндре. Кроме того, при высоких давлениях сжатия температура газа может превысить температуру самовоспламенения смазочного масла в цилиндре, что недопустимо. Обычно одноступенчатый компрессор применяют для сжатия газа до давлений 6—10 бар.

Центробежные нагнетатели (турбо- и осевые компрессоры) отличаются от поршневых непрерывностью действия и значительными скоростями перемещения рабочего тела. Центробежный компрессор состоит из следующих основных частей (рис. 16-5): входного патрубка 1, рабочего колеса 2, диффузора 3 и выходных патрубков 4. Газ поступает через входной патрубок в каналы, образованные лопатками рабочего колеса. При вращении колеса газ под действием центробежных сил выбрасывается в диффузор, где сжимается до необходимой величины, т. е. сжатие осуществляется вследствие торможения потока газа.

На создание потока газа через нагнетатель расходуется работа l_d и отводится теплота q_d ($q_{\text{тр}}$ — теплота трения в q_d не входит). Если состояние потока на входе характеризуется параметрами p_1 , t_1 , v_1 , и ω_1 , а на выходе — параметрами p_2 , t_2 , v_2 и ω_2 , то основное уравнение для потока примет вид

$$l_d = -(i_2 - i_1) - [(\omega_2^2 - \omega_1^2)/2] + q_d$$

Если разность между кинетической энергией потока на входе и на выходе из компрессора незначительна и ею можно пренебречь, то

$$l_d = -(i_2 - i_1 - q_d).$$

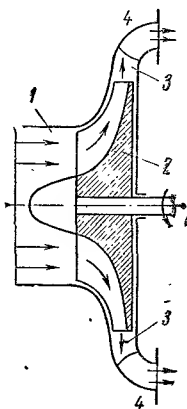


Рис. 16-5

Это выражение совпадает с уравнением для поршневых компрессоров.

Уравнение первого закона термодинамики для потока газа имеет вид

$$q_d + q_{тр} = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} v dp.$$

Подставив значение q_d в выражение для l_d , получим уравнение работы, затрачиваемой на привод центробежного компрессора:

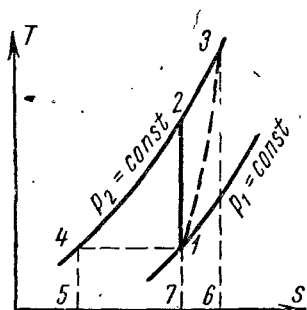


Рис. 16.6

$$l_d = - \int_{p_1}^{p_2} v dp - q_{тр},$$

что полностью совпадает с уравнением для поршневых компрессоров.

Процессы сжатия в реальном компрессоре. Процесс сжатия газа в реальном компрессоре характеризуется наличием внутренних потерь на трение и теплообменом с окружающей средой. При расчете реальных компрессоров принимают, что действительная работа на привод охлаждаемого компрессора равна работе при изотермическом сжатии, а неохлаждаемого — работе при адиабатном сжатии. Эффективность работы реального компрессора определяется изотермным и адиабатным к. п. д. Эти к. п. д. представляют собой отношение теоретической работы к действительной, затрачиваемой на привод компрессора, в этих процессах

$$\eta_{из} = l_{из}/l_d; \quad \eta_{ад} = l_{ад}/l_d.$$

Изобразим в Ts -диаграмме обратимую 1-2 и (условно) необратимую 1-3 (действительный процесс) адиабаты (рис. 16-6). Согласно уравнению (16-3) действительная работа l_d на привод адиабатного компрессора равна

$$l_{ад} = -(i_3 - i_1) = -c_p (T_3 - T_1),$$

а теоретическая работа l_T при обратимом адиабатном сжатии

$$l_T = -c_p (T_2 - T_1).$$

Отсюда адиабатный к. п. д. компрессора равен

$$\eta_{ад} = (T_2 - T_1)/(T_3 - T_1). \quad (16-11)$$

Необратимая адиабата может рассматриваться условно, с определенным приближением, как некоторая политропа с показателем $n >$

$\gg k$, численное значение которого зависит от величины силы трения. Тогда

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}, \quad T_3/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n},$$

откуда

$$\eta_{ад} = \frac{(p_2/p_1)^{(k-1)/k} - 1}{(p_2/p_1)^{(n-1)/n} - 1}. \quad (16-12)$$

Средняя величина показателя политропы n определяется по параметрам газа в начале и в конце сжатия. Действительная работа на привод неохлаждаемого компрессора составит

$$l_d = l_T / \eta_{ад},$$

или

$$l_d = -[k/(k-1)] RT_1 [(p_2/p_1)^{(n-1)/n} - 1]. \quad (16-13)$$

Действительная работа на привод неохлаждаемого компрессора может быть определена, если будет известен условный показатель политропы n действительного процесса сжатия. На Ts -диаграмме (рис. 16-6) l_d изображается пл. 3456, а теоретическая работа l_T — пл. 2457 (справедливо только для идеального газа).

Для охлаждаемого компрессора знания величины показателя политропы n недостаточно, так как один и тот же показатель политропы при наличии отвода теплоты может соответствовать различным значениям работы трения $q_{тр}$.

Эффективная мощность, затрачиваемая на привод компрессора, определяется по формуле

$$N_e = l_d m / \eta_{ц} \eta_{мех} \eta_{нап}, \quad (16-14)$$

где l_d — работа на привод компрессора при политропном сжатии газа, дж/кг ; m — секундная производительность компрессора $m = V_n \rho_n$ (где V_n — объемная производительность при нормальных условиях, $\text{м}^3/\text{сек}$; ρ_n — плотность газа при нормальных условиях); $\eta_{ц}$ — к. п. д. компрессора при политропном сжатии газа; $\eta_{мех}$ — механический к. п. д., учитывающий потери на трение; $\eta_{нап}$ — к. п. д. наполнения.

§ 16-2. Многоступенчатый компрессор

Для получения газа высокого давления применяют многоступенчатые компрессоры (рис. 16-7), в которых сжатие газа осуществляется политропно в нескольких последовательно соединенных цилиндрах с промежуточным его охлаждением после каждого сжатия.

Применение сжатия газа в нескольких цилиндрах понижает отношение давлений в каждом из них и повышает объемный к. п. д. компрессора. Кроме того, промежуточное охлаждение газа после каждой ступени улучшает условия смазки поршня в цилиндре и уменьшает расход энергии на привод компрессора.

На рис. 16-8 приведена идеальная индикаторная диаграмма трехступенчатого компрессора, где — 0-1 — линия всасывания в первую

ступень; 1-2 — политропный процесс сжатия в первой ступени; 2-а — линия нагнетания из первой ступени в первый охладитель; а-3 — линия всасывания во вторую ступень; 3-4 — политропный процесс сжатия во второй ступени; 4-б — линия нагнетания из второй ступени во второй охладитель; б-5 — линия всасывания в третью ступень; 5-6 — политропный процесс сжатия в третьей ступени; 6-с — линия нагнетания из третьей ступени в резервуар или на производство.

Отрезки линий 2-3 и 4-5 изображают уменьшение объема газа в процессе при постоянном давлении от охлаждения в первом и втором охладителе. Охлаждение рабочего тела во всех охладителях производится

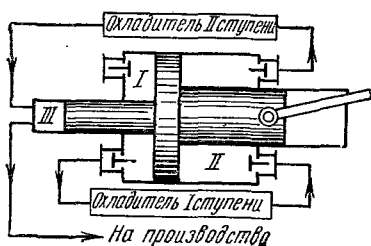


Рис. 16-7

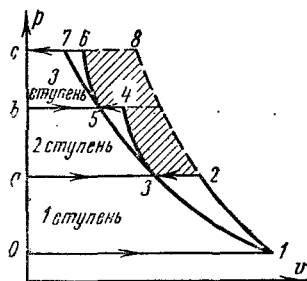


Рис. 16-8

до одной и той же температуры, равной начальной T_1 , поэтому температуры газа в точках 1, 3 и 5 будут одинаковыми и лежать на изотерме 1-7.

Отношение давлений во всех ступенях обычно берется одинаковым:

$$p_2/p_1 = p_4/p_3 = p_6/p_5 = x. \quad (16-15)$$

Это соотношение давлений обеспечивает минимальную для принятых условий работу на привод многоступенчатого компрессора*.

При одинаковых отношениях давлений во всех ступенях, равенстве начальных температур и равенстве показателей политропы будут равны между собой и конечные температуры газа в отдельных ступенях компрессора:

$$T_2 = T_4 = T_6.$$

Из уравнения (16-15) следует, что

$$x^3 = p_2 p_4 p_6 / p_1 p_3 p_5,$$

откуда степень увеличения давления в каждой ступени равна

$$x = \sqrt[3]{p_6/p_1},$$

или при z ступеней получаем

$$x = \sqrt[z]{p_z/p_1}. \quad (16-16)$$

* Это положение дается без доказательства.

Степень увеличения давления в каждой ступени равна корню z -й степени из отношения конечного давления p_2 к начальному p_1 .

Вся работа на привод трехступенчатого компрессора при политропном сжатии газа в каждой ступени определяется пл. 0123456сО.

Если процесс сжатия газа осуществляется при политропном процессе до давления p_6 в одной ступени, то работа на привод компрессора представляется пл. 018сО. При переходе от одноступенчатого сжатия к трехступенчатому с промежуточным охлаждением получается экономия работы, изображаемая пл. 2345682. Ступенчатое сжатие с промежуточным охлаждением приближает рабочий процесс компрессора к наиболее экономичному изотермическому процессу.

При равенстве температур газа у входа в каждую ступень и равенстве отношения давлений во всех цилиндрах получаем равенство затраченных работ во всех ступенях компрессора:

работа в первой ступени

$$l_1 = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right];$$

работа во второй ступени

$$l_2 = \frac{n}{n-1} p_3 v_3 \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} RT_3 \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right];$$

работа в третьей ступени

$$l_3 = \frac{n}{n-1} p_5 v_5 \left[\left(\frac{p_6}{p_5} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} RT_5 \left[\left(\frac{p_6}{p_5} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right],$$

откуда

$$l_1 = l_2 = l_3.$$

Полная работа в джоулях на 1 кг, расходуемая на сжатие газа в трех ступенях компрессора, равна

$$l_k = 3l_1, \quad (16-17)$$

или на m кг газа

$$L_k = 3ml_1. \quad (16-18)$$

Работа на привод многоступенчатого компрессора равна работе одной ступени, помноженной на число ступеней.

При одинаковых условиях сжатия газа количества теплоты, отводимые от газа в отдельных ступенях, равны между собой [уравнение (7-24)]:

$$q = c_v [(n-k)/(n-1)] (t_1 - t_2). \quad (16-19)$$

Теплоту, отводимую от газа в любом охладителе при изобарном процессе охлаждения, находим по формуле

$$q_p = c_{pm} (t_2 - t_1). \quad (16-20)$$

В Ts -диаграмме процессы адиабатного сжатия в трехступенчатом компрессоре изображены на рис. 16-9 прямыми 1-2, 3-4 и 5-6, а процес-

сы охлаждения — кривыми 2-3, 4-5 и 6-7. Процессы политропного сжатия изображены на рис. 16-10 кривыми 1-2, 3-4 и 5-6, а процессы охлаждения в охладителях — линиями 2-3, 4-5 и 6-7. При одинаковых температурах газа у входа в цилиндры компрессора $T_1 = T_3 = T_5$ и одинаковых температурах газа при выходе из цилиндров $T_2 = T_4 = T_6$, пл. *a12b*, *c34d* и *e56f* равны между собой. Это показывает, что во всех цилиндрах от газа при его сжатии отводится одно и то же количество

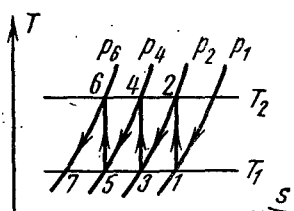


Рис. 16-9

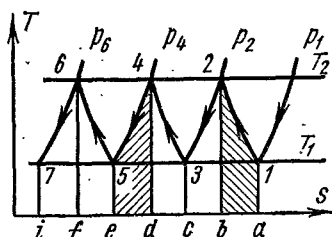


Рис. 16-10

теплоты. Пл. *b23c*, *d45e* и *f67i* также равны между собой, а из этого следует, что в охладителях при изобарном процессе охлаждения отводится также одно и то же количество теплоты.

Контрольные вопросы и примеры к XVI главе

1. Какая машина называется компрессором?
2. Дать описание одноступенчатого компрессора.
3. Теоретическая индикаторная диаграмма одноступенчатого компрессора.
4. Какие процессы возможны при сжатии газа в компрессоре?
5. Какой процесс сжатия является наивыгоднейшим и при каком процессе затрачивается наибольшая работа?
6. Какими уравнениями определяется работа на привод компрессора при изотермном, адиабатном и политропном сжатии рабочего тела?
7. Чем отличается действительная индикаторная диаграмма от теоретической?
8. Почему нельзя получить газ высокого давления в одноступенчатом компрессоре?
9. Что такое вредное пространство?
10. Дать определение объемного к. п. д.
11. Как влияет вредное пространство на процесс сжатия газа?
12. До каких давлений сжатия газа применяют одноступенчатый компрессор?
13. Почему применяют многоступенчатый компрессор?
14. Дать описание многоступенчатого компрессора.
15. Особенности теоретической индикаторной диаграммы многоступенчатого компрессора.
16. При каких условиях осуществляется многоступенчатое сжатие?

17. Что дает многоступенчатое сжатие по сравнению с одноступенчатым?

18. Определение работы на привод многоступенчатого компрессора.

19. Определение отводимой теплоты от газа в отдельных ступенях.

20. Определение отводимой теплоты в охладителях при изобарном процессе охлаждения.

Пример 16-1. Определить теоретическую работу на привод одноступенчатого и трехступенчатого компрессоров при сжатии воздуха до давления 125 бар. Начальное давление 1 бар и температура 300° С. Показатель политропы для всех ступеней принять равным $n = 1,2$. Определить величину работы на 1 м³ воздуха и температуру в конце сжатия в одноступенчатом, трехступенчатом и четырехступенчатом компрессорах.

Одноступенчатый компрессор. Работа на привод одноступенчатого компрессора равна

$$\begin{aligned} L_k &= -\frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[(p_2/p_1)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \\ &= -\frac{1,2}{1,2-1} \cdot 1 \cdot 10^5 \left[(125/1)^{\frac{1,2-1}{1,2}} - 1 \right] = \\ &= 6 \cdot 10^5 (2,24 - 1) = -744 \text{ кДж/м}^3. \end{aligned}$$

Температура в конце сжатия

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{\frac{n-1}{n}}; \quad T_2 = 300 \cdot 2,24 = 672^\circ \text{ К.}$$

Трехступенчатый компрессор. Степень увеличения давления воздуха в каждой ступени определяем из уравнения (16-16):

$$x = \sqrt[n]{p_2/p_1} = \sqrt[3]{125/1} = 5.$$

Работа, затраченная на получение сжатого воздуха в первой ступени, равна

$$\begin{aligned} L_1 &= -\frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[(p_2/p_1)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \\ &= -\frac{1,2}{0,2} \cdot 1 \cdot 10^5 (5^{0,167} - 1) = -186,0 \text{ кДж/м}^3. \end{aligned}$$

Затраченная работа всех ступеней одинакова, поэтому общая работа на привод компрессора равна

$$L_k = 3L_1 = -186 \cdot 3 = -558 \text{ кДж/м}^3.$$

Температура в конце сжатия в каждой ступени составляет

$$\begin{aligned} T_2/T_1 &= (p_2/p_1)^{\frac{n-1}{n}} = 5^{0,167} = 1,31; \\ T_2 &= T_1 \cdot 1,31 = 300 \cdot 1,31 = 393^\circ \text{ К.} \end{aligned}$$

При переходе от одноступенчатого на трехступенчатое сжатие воздуха затрата работы уменьшается на

$$\frac{-744 - (-558)}{-744} \cdot 100 = 25,0\%.$$

Если для получения воздуха с давлением 125 бар применить четырехступенчатый компрессор с $x = 3,34$, то общая работа на привод компрессора составит

$$L_k = 488 \text{ кДж/м}^3.$$

Температура в конце сжатия в каждой ступени

$$T_2 = T_1 \cdot 1,22 = 300 \cdot 1,22 = 366^\circ \text{ К}.$$

Затрата работы по сравнению с одноступенчатым компрессором уменьшается на

$$\frac{-744 - (-488)}{-744} \cdot 100 = 34,4\%;$$

по сравнению с трехступенчатым компрессором затрата работы уменьшается на

$$\frac{-588 - (-448)}{-558} \cdot 100 = 12,5\%.$$

ЦИКЛЫ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

§ 17-1. Краткие исторические сведения

Из анализа прямого обратимого цикла следует, что с увеличением средней температуры теплоотдатчиков и понижением средней температуры теплоприемников термический к. п. д. цикла возрастает.

До 70—80-х годов прошлого столетия единственным источником механической работы являлась паровая машина, в которой применялся пар низких температур и малых давлений. Газы с высокой температурой, получаемые при горении топлива, сначала направлялись в паровые котлы для получения пара низкого давления, который и являлся рабочим телом. Такое использование теплоты топлива приводило к низким термическим к. п. д. паросиловых установок.

Поиски ученых и изобретателей многих стран мира привели к созданию нового двигателя, в котором газы, получаемые при горении топлива, непосредственно воздействовали на поршень машины. Такие машины, где топливо сжигается непосредственно в цилиндре под поршнем, называются *двигателями внутреннего сгорания*.

Одним из первых, указавших на возможность создания двигателя внутреннего сгорания, является Саді Карно. В 1824 г. в своей работе «Размышления о движущей силе огня» Карно писал: «Нам кажется целесообразным сжимать воздух насосом, затем переводить его в закрытую камеру, вводя в нее маленькими дозами топливо при помощи механизма, легко осуществляемого, затем предоставить газам возможность действовать на поршень в том же цилиндре или в каком-либо другом расширяющемся сосуде, и, наконец, вытолкнуть их в атмосферу или предварительно направить к паровому котлу для использования их теплоты». Идеи Карно были в дальнейшем полностью осуществлены.

В 1860 г. французский механик Лёнуар построил двигатель внутреннего сгорания, работавший на светильном газе, но без предварительного сжатия рабочего тела. Двигатель не получил широкого распространения, так как имел низкий к. п. д. — не выше к. п. д. паровых машин. В 1862 г. французский инженер Бо-де-Роша запатентовал двигатель, принципы построения которого совпадали с высказываниями Карно. В 1877 г. немецкий инженер Отто построил бензиновый двигатель, работа которого осуществлялась по принципу, предложенному Бо-де-Роша.

В 1897 г. немецкий инженер Дизель разработал двигатель высокого сжатия, работавший на керосине, который распылялся в цилиндре воздухом высокого давления от компрессора. Русские инженеры в значительной степени усовершенствовали и улучшили двигатель Дизеля.

Инженер Мамин в 1893 г. создал двигатель высокого сжатия, работавший на сырой нефти при бескомпрессорном механическом распыливании топлива. В 1898 г. на заводе Нобеля в Петербурге был построен первый двигатель, работавший на сырой нефти с распыливанием ее сжатым воздухом от компрессора. В 1903 г. тот же завод по-

строил первый судовой реверсивный двигатель на тяжелом топливе. До настоящего времени двигатели тяжелого топлива являются непревзойденными по экономичности расхода топлива.

В 1904 г. русским инженером Г. В. Тринклером был построен бескомпрессорный двигатель, в котором сгорание топлива сначала происходило при постоянном объеме, а затем при постоянном давлении. Такой двигатель, со смешанным сгоранием топлива, получил в настоящее время широкое распространение во всех странах мира.

Таким образом, за 40—50 лет были созданы и освоены высокоэкономичные двигатели внутреннего сгорания, в создании и совершенствовании которых большую роль сыграли русские и советские ученые и инженеры.

Все современные поршневые двигатели внутреннего сгорания разделяются на три группы: 1) с быстрым сгоранием топлива при постоянном объеме; 2) с постепенным сгоранием топлива при постоянном давлении; 3) со смешанным сгоранием топлива частично при постоянном объеме и частично при постоянном давлении.

При исследовании идеальных термодинамических циклов поршневых двигателей внутреннего сгорания обычно определяют количество подведенной и отведенной теплоты, основные параметры состояния рабочего тела в типичных точках цикла, причем температуры в промежуточных точках вычисляют как функции начальной температуры газа; вычисляют термический к. п. д. цикла по основным характеристикам и производят анализ термического к. п. д.

Основными характеристиками или параметрами любого цикла двигателя внутреннего сгорания являются следующие безразмерные величины:

степень сжатия

$$\epsilon = v_1/v_2,$$

представляющая собой отношение начального удельного объема рабочего тела к его удельному объему в конце сжатия;

степень повышения давления

$$\lambda = p_3/p_2,$$

представляющая отношение давлений в конце и в начале изохорного процесса подвода теплоты;

степень предварительного расширения, или степень изобарного расширения,

$$\rho = v_3/v_2,$$

представляющая собой отношение объемов в конце и в начале изобарного процесса подвода теплоты.

§ 17-2. Цикл с подводом теплоты в процессе $v = \text{const}$

Исследование работы реального поршневого двигателя целесообразно производить по диаграмме, в которой дается изменение давления в цилиндре в зависимости от положения поршня за весь цикл. Такую

диаграмму, снятую с помощью специального прибора индикатора, называют *индикаторной диаграммой*. Площадь замкнутой фигуры индикаторной диаграммы изображает в определенном масштабе индикаторную работу газа за один цикл.

На рис. 17-1 изображена индикаторная диаграмма двигателя, работающего с быстрым сгоранием топлива при постоянном объеме. В качестве горючего для этих двигателей применяют легкое топливо — бензин, светильный или генераторный газ, спирты и др.

При ходе поршня из левого мертвого положения в крайнее правое через всасывающий клапан засасывается горючая смесь, состоящая из паров и мелких частиц топлива и воздуха. Этот процесс изображается на диаграмме кривой 0-1, которая называется *линией всасывания*. Очевидно, линия 0-1 не является термодинамическим процессом, так как в нем основные параметры не изменяются, а изменяются только массовое количество и объем смеси в цилиндре. При обратном движении поршня всасывающий клапан закрывается, происходит сжатие горючей смеси. Процесс сжатия на диаграмме изображается кривой 1-2, которая называется *линией сжатия*. В точке 2, когда поршень еще немного не дошел до левого мертвого положения, происходит воспламенение горючей смеси от электрической искры. Сгорание горючей смеси происходит почти мгновенно, т. е. практически при постоянном объеме. Этот процесс на диаграмме изображается кривой 2-3. В результате сгорания топлива температура газа резко возрастает и давление увеличивается (точка 3). Затем продукты горения расширяются. Поршень перемещается в правое мертвое положение, и газы совершают полезную работу. На индикаторной диаграмме процесс расширения изображается кривой 3-4, называемой *линией расширения*. В точке 4 открывается выхлопной клапан, и давление в цилиндре падает почти до наружного давления. При дальнейшем движении поршня справа налево из цилиндра удаляются продукты сгорания через выхлопной клапан при давлении, несколько превышающем атмосферное давление. Этот процесс изображается на диаграмме кривой 4-0 и называется *линией выхлопа*.

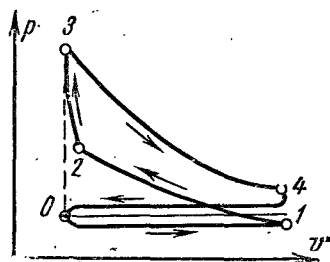


Рис. 17-1

Рассмотренный рабочий процесс совершается за четыре хода поршня (такта) или за два оборота вала. Такие двигатели называются *четырёхтактными*.

Из описания работы процесса реального двигателя внутреннего сгорания с быстрым сгоранием топлива при постоянном объеме видно, что он не является замкнутым. В нем имеются все признаки необратимых процессов: трение, химические реакции в рабочем теле, конечные скорости поршня, теплообмен при конечной разности температур и т. д.

Анализ такого цикла с точки зрения теории тепловых процессов невозможен, а поэтому термодинамика исследует не реальные процессы

двигателей внутреннего сгорания, а идеальные, обратимые циклы. В качестве рабочего тела принимают идеальный газ с постоянной теплоемкостью. Цилиндр заполнен постоянным количеством рабочего тела. Разность температур между источником теплоты и рабочим телом бесконечно малая. Подвод теплоты к рабочему телу осуществляется от внешних источников теплоты, а не за счет сжигания топлива. То же необходимо сказать об отводе теплоты.

Таким образом, изучение идеальных термодинамических циклов позволяет производить при принятых допущениях анализ и сравнение работы различных двигателей и выявлять факторы, влияющие на их экономичность. Диаграмма, построенная при указанных условиях,

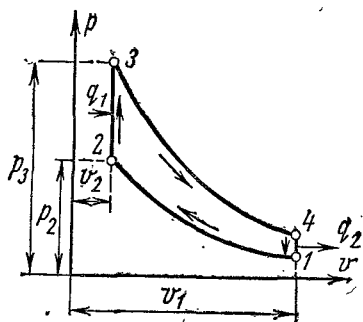


Рис. 17-2

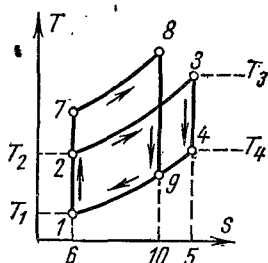


Рис. 17-3

является не индикаторной диаграммой двигателя внутреннего сгорания, а p - v -диаграммой цикла с подводом теплоты при постоянном объеме.

Рассмотрим идеальный термодинамический цикл двигателя с изохорным подводом теплоты, состоящий из двух изохор и двух адиабат.

На рис. 17-2 и 17-3 представлен цикл в p - v - и T - s -диаграммах, который осуществляется следующим образом.

Идеальный газ с начальными параметрами p_1 , v_1 и T_1 сжимается по адиабате 1-2 до точки 2. По изохоре 2-3 рабочему телу сообщается количество теплоты q_1 . От точки 3 рабочее тело расширяется по адиабате 3-4. И наконец, по изохоре 4-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние, при этом отводится теплота q_2 в теплоприемник.

Характеристиками цикла являются: степень сжатия $\epsilon = v_1/v_2$ и степень повышения давления $\lambda = p_3/p_2$.

Определяем термический к. п. д. этого цикла, полагая, что теплоемкость c_v и величина k постоянны.

Термический к. п. д. цикла

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = 1 - (q_2/q_1).$$

Количество подведенной теплоты

$$q_1 = c_v (T_3 - T_2),$$

а количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_v (T_4 - T_1).$$

Тогда термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = 1 - (q_2/q_1) = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - (T_4 - T_1)/(T_3 - T_2).$$

Параметры рабочего тела во всех характерных точках цикла равны:

в точке 2

$$v_2 = v_1/\varepsilon; p_2 = p_1 (v_1/v_2)^k = p_1 \varepsilon^k;$$

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1} = \varepsilon^{k-1} \text{ и } T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1};$$

в точке 3

$$v_3 = v_2 = v_1/\varepsilon; p_3 = p_2 \lambda = p_1 \varepsilon^k \lambda;$$

$$T_3/T_2 = p_3/p_2 = \lambda \text{ и } T_3 = T_2 \lambda = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda;$$

в точке 4

$$v_4 = v_1; p_4 = p_3 (v_3/v_4)^k = p_3 (v_2/v_1)^k = p_3/\varepsilon^k = p_1 \lambda,$$

$$T_4/T_3 = (v_3/v_4)^{k-1} = (v_2/v_1)^{k-1} = 1/\varepsilon^{k-1} \text{ и } T_4 = T_1 \varepsilon^{k-1} \times$$

$$\times \lambda (1/\varepsilon^{k-1}) = T_1 \lambda.$$

Подставляя найденные значения температур в уравнение термического к. п. д. цикла, получаем

$$\eta_t = 1 - [(T_4 - T_1)/(T_3 - T_2)] = 1 - [(T_1 \lambda - T_1)/(T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda - T_1 \varepsilon^{k-1})] =$$

$$= 1 - (1/\varepsilon^{k-1}).$$

Термический к. п. д. цикла с подводом теплоты при постоянном объеме равен

$$\eta_t = 1 - (1/\varepsilon^{k-1}). \quad (17-1)$$

Из уравнения (17-1) следует, что термический к. п. д. такого цикла зависит от степени сжатия ε и показателя адиабаты k или от природы рабочего тела. К. п. д. увеличивается с возрастанием ε и k . От степени повышения давления λ термический к. п. д. не зависит.

В табл. 17-1 приведены величины термического к. п. д. цикла с изохорным подводом теплоты при различных значениях ε и k .

На Ts -диаграмме (см. рис. 17-3) к. п. д. определяем из соотношения площадей:

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = (\text{пл. } 6235 -$$

$$- \text{пл. } 6145)/\text{пл. } 6235 =$$

$$= \text{пл. } 1234/\text{пл. } 6235.$$

Очень наглядно можно проиллюстрировать зависимость к. п. д. от увеличения ε на Ts -диаграмме (см. рис. 17-3).

При равенстве площадей подведенной теплоты в двух циклах, пл. 67810 = пл. 6235, но при разных степенях сжатия к. п. д. будет

Таблица 17-1

ε	η_t	
	при $k=1,35$	при $k=1,4$
3	32,0	36,0
4	38,0	43,0
5	42,5	47,5
6	46,5	51,5
7	49,4	55,0
8	51,7	57,0
10	55,2	61,5

больше у цикла с большей степенью сжатия, так как в теплоприемник отводится меньшее количество теплоты, т. е. пл. 61910 < пл. 6145.

Однако увеличение степени сжатия ограничивается возможностью преждевременного самовоспламенения горючей смеси, нарушающее нормальную работу двигателя. Кроме того, при высоких степенях сжатия скорость сгорания смеси резко возрастает, что может вызвать детонацию (взрывное горение), которая резко снижает экономичность двигателя и может привести к поломке его деталей. Поэтому для каждого топлива должна применяться определенная оптимальная степень сжатия. В зависимости от рода топлива степень сжатия в изучаемых двигателях изменяется от 4 до 9.

Таким образом, исследования показывают, что в двигателях внутреннего сгорания с подводом теплоты при постоянном объеме нельзя применять высокие степени сжатия. В связи с этим рассматриваемые двигатели имеют относительно низкие к. п. д.

Теоретическая полезная работа 1 кг рабочего тела зависит от взаимного расположения процессов расширения и сжатия рабочего тела. Увеличение средней разности давлений между линиями расширения и сжатия позволяет уменьшить размеры цилиндра двигателя. Если обозначить среднее давление через p_i , то теоретическая полезная работа 1 кг рабочего тела составит

$$l' = l_{\text{расш}} - l_{\text{сж}} = p_i(v_1 - v_2).$$

Величину p_i называют *средним индикаторным давлением* (или средним цикловым давлением), т. е. это условное постоянное давление, под действием которого поршень в течение одного хода совершает работу, равную работе всего теоретического цикла.

Для цикла с подводом теплоты при $v = \text{const}$ среднее индикаторное давление определится по формуле.

$$p_i = l'/(v_1 - v_2) = p_1[(\epsilon^k - \epsilon)(\lambda - 1)/(k - 1)(\epsilon - 1)].$$

Из этой формулы следует, что p_i возрастает с увеличением ϵ , λ и p_1 .

С другой стороны, теоретическая полезная работа l' , которую производит 1 кг рабочего тела за один цикл, равна разности работ расширения и сжатия:

$$l' = l_{\text{расш}} - l_{\text{сж}} = \left[\frac{1}{(k-1)} \right] (p_3 v_3 - p_4 v_4) - \left[\frac{1}{(k-1)} \right] (p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

§ 17-3. Цикл с подводом теплоты в процессе $p = \text{const}$

Изучение циклов с подводом теплоты при постоянном объеме показало, что для повышения экономичности двигателя, работающего по этому циклу, необходимо применять высокие степени сжатия. Но это увеличение ограничивается температурой самовоспламенения горючей смеси. Если же производить раздельное сжатие воздуха и топлива, то это ограничение отпадает. Воздух при большом сжатии имеет на-

столько высокую температуру, что подаваемое топливо в цилиндр самовоспламеняется без всяких специальных запальных приспособлений. И наконец, раздельное сжатие воздуха и топлива позволяет использовать любое жидкое тяжелое и дешевое топливо — нефть, мазут, смолы, каменноугольные масла и пр.

Таковыми высокими достоинствами обладают двигатели, работающие с постепенным сгоранием топлива при постоянном давлении. В них воздух сжимается в цилиндре двигателя, а жидкое топливо распыляется сжатым воздухом от компрессора. Раздельное сжатие позволяет применять высокие степени сжатия (до $\epsilon = 20$) и исключает преждевременное самовоспламенение топлива. Процесс горения топлива

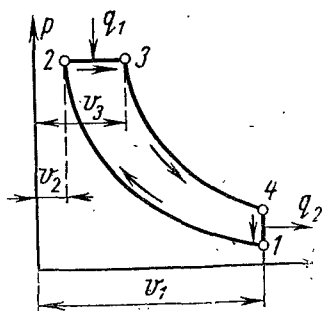


Рис. 17-4

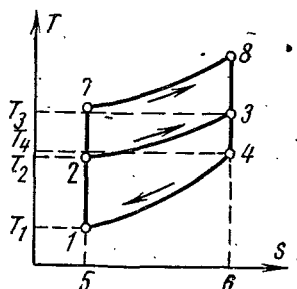


Рис. 17-5

при постоянном давлении обеспечивается соответствующей регулировкой топливной форсунки. Создание такого двигателя связывают с именем немецкого инженера Дизеля, впервые разработавшего конструкцию подобного двигателя.

Рассмотрим идеальный цикл двигателя с постепенным сгоранием топлива при постоянном давлении, т. е. цикл с подводом теплоты при постоянном давлении. На рис. 17-4 и 17-5 изображен этот цикл в p - v - и T - s -диаграммах. Осуществляется он следующим образом. Газообразное рабочее тело с начальными параметрами p_1 , v_1 , T_1 сжимается по адиабате 1-2; затем телу по изобаре 2-3 сообщается некоторое количество теплоты q_1 . От точки 3 рабочее тело расширяется по адиабате 3-4. И наконец, по изохоре 4-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние, при этом в теплоприемник отводится теплота q_2 .

Характеристиками цикла являются: степень сжатия $\epsilon = v_1/v_2$ и степень предварительного расширения $\rho = v_3/v_2$.

Определим термический к. п. д. цикла, полагая, что теплоемкости c_v и c_p и их отношение $k = c_p/c_v$ постоянны.

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = 1 - (q_2/q_1).$$

Количество подведенной теплоты будет

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2),$$

количество отведенной теплоты равно

$$q_2 = c_v (T_4 - T_1).$$

Термический к. п. д. цикла

$$\begin{aligned}\eta_i &= 1 - (q_2/q_1) = 1 - [c_v (T_4 - T_1)/c_p (T_3 - T_2)] = \\ &= 1 - [(T_4 - T_1)/k (T_3 - T_2)].\end{aligned}$$

Параметры рабочего тела во всех характерных точках цикла равны в точке 2

$$v_2 = v_1/\epsilon; p_2 = p_1\epsilon^k;$$

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1} = \epsilon^{k-1} \text{ и } T_2 = T_1\epsilon^{k-1};$$

в точке 3

$$v_3 = v_2\rho = v_1(\rho/\epsilon); p_3 = p_2 = p_1\epsilon^k;$$

$$T_3/T_2 = v_3/v_2 = \rho \text{ и } T_3 = T_2\rho = T_1\epsilon^{k-1}\rho;$$

в точке 4

$$v_4 = v_1; p_4 = p_3 (v_3/v_4)^k = p_1\epsilon^k (v_2\rho/v_1)^k = p_1\rho^k;$$

$$T_4/T_3 = (v_3/v_4)^{k-1} = (v_3/v_1)^{k-1}, \quad \text{но}$$

$$\rho/\epsilon = v_1/v_2 : v_3/v_2 = v_3/v_1,$$

или

$$T_4 = T_3 (\rho/\epsilon)^{k-1} = T_1\epsilon^{k-1}\rho (\rho^{k-1}/\epsilon^{k-1}) = T_1\rho^k.$$

Подставляя полученные значения температур в уравнение для термического к. п. д. цикла, получаем

$$\begin{aligned}\eta_i &= 1 - [(T_4 - T_1)/k (T_3 - T_2)] = 1 - [(T_1\rho^k - T_1)/k (T_1\epsilon^{k-1}\rho - \\ &\quad - T_1\epsilon^{k-1})] = 1 - [(\rho^k - 1)/k\epsilon^{k-1} (\rho - 1)].\end{aligned} \quad (17-2)$$

Из уравнения (17-2) следует, что термический к. п. д. цикла зависит от степени сжатия ϵ , величины показателя k и степени предварительного расширения ρ . С увеличением ϵ и k к. п. д. увеличивается, а с увеличением ρ — уменьшается.

В табл. 17-2 приведены величины термического к. п. д. цикла с изобарным подводом теплоты при различных значениях ϵ и ρ при $k = 1,35$.

Таблица 17-2

ϵ	η_i		p_2 , бар	T_2 , град
	при $\rho = 1,5$	при $\rho = 2,5$		
10	52,0	46,0	—	—
12	54,0	49,0	25,7	907
14	57,0	52,0	31,8	956
16	59,0	54,0	41,4	1020
18	61,9	56,7	—	—
20	63,0	56,0	—	—

Примечание. p_2 и T_2 — давление и температура в точке 2. Эти величины показывают, какая температура получается в конце процесса сжатия 1-2 и почему происходит самовоспламенение топлива.

На Ts -диаграмме к. п. д. определяют из соотношения площадей (см. рис. 17-5):

$$\eta_t = (\text{пл. } 5236 - \text{пл. } 5146) / \text{пл. } 5236 = \text{пл. } 1234 / \text{пл. } 5236.$$

Влияние степени сжатия на к. п. д. цикла наглядно иллюстрируется на Ts -диаграмме. При равенстве площадей отведенной теплоты в теплоприемник (пл. 1456) к. п. д. будет больше у цикла с большей степенью сжатия, так как площадь его полезной работы будет больше, т. е. пл. 1784 > пл. 1234.

Среднее индикаторное давление в цикле с подводом теплоты при $p = \text{const}$ определяется из формулы

$$p_i = l' / (v_1 - v_2) = \frac{p_1 \varepsilon}{(k-1)(\varepsilon-1)} [k\varepsilon^{k-1}(\rho-1) - (\rho^k - 1)].$$

Среднее индикаторное давление увеличивается с возрастанием ε и ρ . Теоретическая полезная работа l' , которую производит 1 кг рабочего тела за один цикл, равна разности работ расширения и сжатия:

$$l' = l_{\text{расш}} - l_{\text{сж}} = p_2(v_3 - v_2) + \frac{1}{k-1}(p_3 v_3 - p_4 v_4) - \\ - \frac{1}{k-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

§ 17-4. Цикл с подводом теплоты в процессе при $v = \text{const}$ и $p = \text{const}$, или цикл со смешанным подводом теплоты

Двигатели с постепенным сгоранием топлива при $p = \text{const}$ имеют некоторые недостатки. Одним из них является наличие компрессора, применяемого для подачи топлива, на работу которого расходуется от общей мощности двигателя 6—10%, что усложняет конструкцию и уменьшает экономичность двигателя. Кроме того, необходимо иметь сложные устройства насоса, форсунки и т. д. Установка имеет большой вес.

Стремление упростить и улучшить работу таких двигателей привело к созданию бескомпрессорных двигателей, в которых производится механическое распыливание топлива при давлениях 500—700 бар. Проект бескомпрессорного двигателя высокого сжатия со смешанным подводом теплоты разработал русский инженер Г. В. Тринклер. Этот двигатель лишен недостатков обоих разобранных типов двигателей. Жидкое топливо топливным насосом подается через топливную форсунку в головку цилиндра в виде мельчайших капелек. Попадая в нагретый воздух, топливо самовоспламеняется и горит в течение всего пери-

ода, пока открыта форсунка: в начале при постоянном объеме, а затем при постоянном давлении*.

Идеальный цикл двигателя со смешанным подводом теплоты изображен на p - v и T - s диаграммах на рис. 17-6 и 17-7. Рабочее тело с параметрами p_1 , v_1 , T_1 сжимается по адиабате 1-2 до точки 2. По изохоре 2-3 к рабочему телу подводится первая доля теплоты q'_1 . По изобаре 3-4 подводится вторая доля теплоты q''_1 . От точки 4 рабочее тело расширяется по адиабате 4-5. И наконец, по изохоре 5-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние — в точку 1, при этом отводится теплота q_2 в теплоприемник. Характеристиками цикла являются: степень сжатия $\varepsilon = v_1/v_2$, степень повышения давления $\lambda = p_3/p_2$ и степень предварительного расширения $\rho = v_4/v_3$.

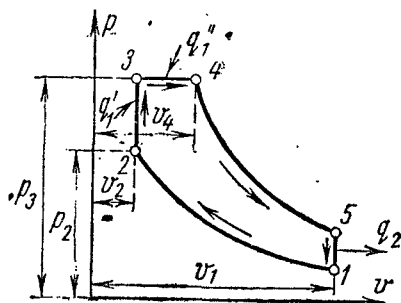


Рис. 17-6

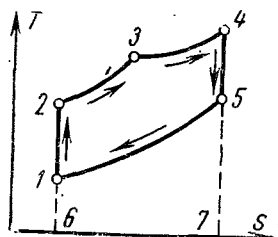


Рис. 17-7

Определим термический к. п. д. цикла при условии, что теплоемкости c_p , c_v и показатель адиабаты $k = c_p/c_v$ постоянны.

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = 1 - q_2/(q'_1 + q''_1).$$

Первая доля подведенной теплоты составляет

$$q'_1 = c_v (T_3 - T_2).$$

Вторая доля подведенной теплоты равна

$$q''_1 = c_p (T_4 - T_3).$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_v (T_5 - T_1).$$

* В некоторых типах двигателей распыливание топлива происходит в специальной предкамере, которая обычно находится в верхней части цилиндра двигателя и соединена с рабочей камерой цилиндра одним или несколькими узкими каналами. Во время сжатия воздуха давление в цилиндре возрастает быстрее, чем давление в предкамере; вследствие разности давлений возникает поток воздуха из цилиндра в предкамеру, который используется для распыливания подаваемого в предкамеру жидкого топлива.

Термический к. п. д. равен

$$\eta_t = 1 - q_2/(q'_1 + q''_1) = 1 - c_v (T_5 - T_1)/[c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3)] = 1 - (T_5 - T_1)/[(T_3 - T_2) + k (T_4 - T_3)].$$

Параметры рабочего тела во всех характерных точках цикла равны: в точке 2

$$v_2 = v_1/\varepsilon; p_2 = p_1 \varepsilon^k; T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1} = \varepsilon^{k-1} \text{ и } T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1};$$

в точке 3

$$v_3 = v_2 = v_1/\varepsilon; p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^k \lambda; T_3/T_2 = p_3/p_2 = \lambda, \\ T_3 = T_2 \lambda \text{ и } T_3 = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda;$$

в точке 4

$$v_4 = v_3 \rho = v_1 \rho / \varepsilon; p_4 = p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda; \\ T_4/T_3 = v_4/v_3 = \rho; T_4 = T_3 \rho \text{ и } T_4 = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda \rho;$$

в точке 5

$$v_5 = v_1; p_5 = p_4 (v_4/v_5)^k = p_1 \varepsilon^k \lambda (v_1 \rho / v_1 \varepsilon)^k = p_1 \rho^k \lambda; \\ T_5/T_4 = (v_4/v_5)^{k-1} = (v_4/v_1)^{k-1}; \rho : \varepsilon = (v_4/v_3) : (v_1/v_2) = \\ = v_4/v_1; T_5/T_4 = (\rho/\varepsilon)^{k-1}; T_5 = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda \rho \frac{\rho^{k-1}}{\varepsilon^{k-1}}; \\ T_5 = T_1 \lambda \rho^k.$$

Подставив полученные значения температур всех типичных точек в выражение для термического к. п. д. цикла, получим

$$\eta_t = 1 - (T_5 - T_1)/[(T_3 - T_2) + k (T_4 - T_3)] = 1 - (T_1 \lambda \rho^k - T_1)/[(T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda - T_1 \varepsilon^{k-1}) + k (T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda \rho - T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda)]$$

или

$$\eta_t = 1 - (\lambda \rho^k - 1)/\varepsilon^{k-1} [(\lambda - 1) + k \lambda (\rho - 1)]. \quad (17-3)$$

Из уравнения (17-3) следует, что к. п. д. цикла зависит от величин k , от степеней сжатия, повышения давления и предварительного расширения. С увеличением k , ε и λ к. п. д. цикла возрастает, а с увеличением ρ к. п. д. уменьшается.

На Ts -диаграмме к. п. д. цикла со смешанным подводом теплоты определяем из соотношения площадей (рис. 17-7):

$$\eta_t = (\text{пл. } 6247 - \text{пл. } 6157)/\text{пл. } 6247 = \text{пл. } 12345/\text{пл. } 6247.$$

Для этих двигателей обычно принимают $\varepsilon = 10 - 14$, $\lambda = 1,2 - 1,7$ и $\rho = 1,1 - 1,5$. Цикл со смешанным подводом теплоты обобщает два исследованных цикла и из уравнения (17-3) можно получить к. п. д. циклов с изохорным и изобарным подводом теплоты.

Если допустить, что $\lambda = 1$, то цикл со смешанным подводом теплоты превращается в цикл с изобарным подводом теплоты, а из уравнения

(17-3) получаем уравнение к. п. д. этого цикла (17-2). Если принять, что $\rho = 1$, то цикл со смешанным подводом теплоты превращается в цикл с изохорным подводом теплоты, а из уравнения (17-3) получаем уравнение к. п. д. этого цикла (17-1).

Теоретическая полезная работа l' , которую производит 1 кг рабочего тела за один цикл, равна разности работ расширения и сжатия:

$$l' = l_{\text{расш}} - l_{\text{сж}} = p_3 (v_4 - v_3) + \frac{1}{k-1} (p_4 v_4 - p_5 v_5) - \\ - \frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

Среднее индикаторное давление в цикле со смешанным подводом теплоты равно

$$p_i = \frac{l'}{v_1 - v_2} = \frac{p_1}{(\varepsilon - 1)(k-1)} + \frac{1}{k-1} (p_4 v_4 - p_5 v_5) - \\ - \frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

§ 17-5. Сравнение циклов поршневых двигателей внутреннего сгорания

Степень совершенства любого цикла определяется значением его термического к. п. д. Обычно сравнение циклов проводится на Ts -диаграмме. При этом применяют два метода: первый заключается в сравнении площадей на Ts -диаграмме, а второй — в сравнении среднеинтегральных температур в процессах подвода и отвода теплоты в циклах.

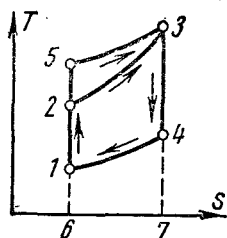


Рис. 17-8

Сравнение циклов с изохорным и изобарным подводом теплоты при разных степенях сжатия и при равенстве количеств отведенной теплоты и одинаковых максимальных температурах T_3 . На рис. 17-8 цикл с изохорным подводом теплоты изображен пл. 1234, цикл с изобарным подводом теплоты —

пл. 1534; максимальные температуры в точке 3 у них одинаковы. Количество отведенной теплоты в обоих циклах изображается пл. 6147. Так как подведенная теплота в цикле с изобарным подводом теплоты изображается большей площадью, чем подведенная теплота в цикле с изохорным подводом теплоты, т. е. пл. 6537 > пл. 6237, то к. п. д. цикла с изобарным подводом теплоты больше к. п. д. цикла с изохорным подводом теплоты.

Сравнение циклов с изохорным и изобарным подводом теплоты по среднеинтегральным температурам. Как было выше указано (§ 8-16), термический

к. п. д. всех циклов определяется по одному и тому же уравнению (8-31):

$$\eta_t = 1 - (T_{2\text{сн}}/T_{1\text{сн}}),$$

где $T_{1\text{сн}}$ — среднеинтегральная температура процесса подвода теплоты; $T_{2\text{сн}}$ — среднеинтегральная температура процесса отвода теплоты.

При сравнении циклов с разными степенями сжатия (рис. 17-8) получаем, что температура $T_{1\text{сн}}$ изобарного подвода теплоты больше, чем температура $T_{1\text{сн}}$ изохорного подвода теплоты, а температура $T_{2\text{сн}}$ изохорного процесса отвода теплоты в обоих циклах будет одинаковой. Отсюда следует, что

$$\eta_{t\text{изоб}} > \eta_{t\text{изох}}.$$

Контрольные вопросы и примеры к XVII главе

1. На какие группы делятся поршневые двигатели внутреннего сгорания (д. в. с.)?

2. Дать определения основным характеристикам циклов.

3. Дать описание индикаторной диаграммы двигателя с быстрым сгоранием топлива при постоянном объеме.

4. Дать описание идеального термодинамического цикла с подводом теплоты при постоянном объеме, вывести формулу для термического к. п. д. и дать его анализ.

5. Как осуществляется рабочий процесс в д. в. с. с быстрым сгоранием топлива при постоянном объеме, какое топливо применяют, почему нельзя применять высокие степени сжатия?

6. Дать описание цикла д. в. с. с подводом теплоты при $p = \text{const}$ и сравнить его с циклом, где подводится теплота при $v = \text{const}$.

7. Как осуществляется рабочий процесс в д. в. с. с постепенным сгоранием топлива при $p = \text{const}$ и какие способы подачи топлива применяют?

8. Дать описание идеального цикла д. в. с. с подводом теплоты при $p = \text{const}$, вывести формулу термического к. п. д., изобразить цикл на Ts -диаграмме и дать анализ к. п. д. цикла.

9. Чем вызвано создание д. в. с. со смешанным сгоранием топлива?

10. Дать описание идеального цикла д. в. с. со смешанным подводом теплоты, вывести формулу термического к. п. д., изобразить цикл на Ts -диаграмме и дать анализ к. п. д. цикла.

11. Сравнить циклы с подводом теплоты при $v = \text{const}$ и $p = \text{const}$ при разных степенях сжатия и одинаковых максимальных температурах; пользуясь методом сравнения площадей и методом среднеинтегральных температур.

Пример 17-1. Для идеального цикла поршневого двигателя с подводом теплоты при $v = \text{const}$ определить параметры всех основных точек, полезную работу, количество подведенной и отведенной теплоты, термический к. п. д. цикла Карно по условиям задачи, термический к. п. д. цикла, среднее индикаторное давление (см. рис. 17-2), если даны $p_1 = 1 \text{ бар}$, $T = 320^\circ \text{ К}$, степень сжатия $\epsilon = 4,0$, степень повышения

давления $\lambda = 4,0$. Рабочее тело — воздух с газовой постоянной $R = 287 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$, показатель адиабаты $k = 1,4$. Теплоемкость рабочего тела принять постоянной. Расчет ведем на 1 кг рабочего тела. Параметры точки 1:

$$p_1 = 1 \text{ бар}; T_1 = 320^\circ \text{ К};$$

$$v_1 = RT_1/p_1 = 287 \cdot 320/10^5 = 0,92 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Параметры точки 2:

$$v_2 = v_1/\varepsilon = 0,92/4,0 = 0,23 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^k = \varepsilon^k; p_2 = p_1 \varepsilon^k = 1 \cdot 4^{1,4} = 7,38 \text{ бар};$$

$$T_2 = p_2 v_2 / R = 7,38 \cdot 0,23 \cdot 10^5 / 287 = 592^\circ \text{ К}.$$

Параметры точки 3

$$v_3 = v_2 = 0,23 \text{ м}^3/\text{кг}; p_3 = p_2 \lambda = 7,38 \cdot 4 = 29,6 \text{ бар};$$

$$T_3 = T_2 \lambda = 592 \cdot 4 = 2368^\circ \text{ К}.$$

Параметры точки 4

$$v_4 = v_1 = 0,92 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$T_4/T_3 = (v_3/v_4)^{k-1} = (v_2/v_1)^{k-1} = 1/\varepsilon^{k-1};$$

$$T_4 = T_3/\varepsilon^{k-1} = 2368/4^{0,4} = 1340^\circ \text{ К};$$

$$P_4 = RT_4/v_4 = 287 \cdot 1340/0,92 \cdot 10^5 = 4,17 \text{ бар}.$$

Работа расширения равна

$$l_1 = [1/(k-1)] (p_3 v_3 - p_4 v_4) = (10^5/0,4) (29,6 \cdot 0,23 - 4,17 \times$$

$$\times 0,92) = 742000 \text{ Дж/кг} = 742 \text{ кДж/кг}.$$

Работа сжатия

$$l_2 = [1/(k-1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2) = (10^5/0,4) (1 \cdot 0,92 - 7,38 \cdot 0,23) =$$

$$= -195000 \text{ Дж/кг} = -195 \text{ кДж/кг}.$$

Полезная работа определится так:

$$l = l_1 + l_2 = 742 - 195 = 547 \text{ кДж/кг}.$$

Количество подведенной теплоты

$$q_1 = c_v (T_3 - T_2) = 20,78/28,85 (2368 - 592) = 1280 \text{ кДж/кг}.$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_v (T_4 - T_1) = 20,78/28,85 (1340 - 320) = 737 \text{ кДж/кг}.$$

Полезно использованная теплота равна

$$q = 1280 - 737 = 543 \text{ кДж/кг}.$$

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = q/q_1 = 543/1280 = 0,425.$$

Проверка к. п. д. цикла

$$\eta_t = 1 - 1/\varepsilon^{k-1} = 1 - 1/4^{0,4} = 0,426.$$

Термический к. п. д. цикла Карно, по данным задачи,

$$\eta_t = 1 - T_1/T_3 = 1 - 320/2368 = 0,865.$$

Среднее индикаторное давление равно

$$p_i = l/(v_1 - v_2) = 547000/(0,92 - 0,23) \cdot 10^5 = 7,9 \text{ бар}.$$

Пример 17-2. Для идеального поршневого двигателя с подводом теплоты при $p = \text{const}$ определить параметры всех основных точек, полезную работу, количество подведенной и отведенной теплоты, термический к. п. д. цикла, термический к. п. д. цикла Карно по условиям задачи, среднее индикаторное давление (см. рис. 17-4), если даны $p_1 = 1 \text{ бар}$, $T_1 = 350^\circ \text{ К}$, степень сжатия $\varepsilon = 20$, степень изобарного расширения $\rho = 2$; рабочее тело — воздух с газовой постоянной $R = 287 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$, показатель адиабаты $k = 1,4$. Теплоемкость рабочего тела принять постоянной. Расчет ведется на 1 кг рабочего тела.

Параметры точки 1:

$$p_1 = 1 \text{ бар}; T_1 = 350^\circ \text{ К}; v_1 = RT_1/p_1 = 287 \cdot 350/10^5 = 1,0 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Параметры точки 2:

$$v_2 = v_1/\varepsilon = 1/20 = 0,05 \text{ м}^3/\text{кг}; \\ p_2/p_1 = (v_1/v_2)^k = \varepsilon^k; p_2 = p_1 \varepsilon^k = \\ = 1 \cdot 20^{1,4} = 66,2 \text{ бар};$$

$$T_2 = p_2 v_2 / R = 66,2 \cdot 0,05 \cdot 10^5 / 287 = 1155^\circ \text{ К}.$$

Параметры точки 3:

$$v_3/v_2 = T_3/T_2 = \rho, T_3 = T_2 \rho = 1155 \cdot 2 = 2310^\circ \text{ К}; \\ p_3 = 66,2 \text{ бар}; v_3 = v_2 \rho = 0,05 \cdot 2 = 0,1 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Параметры точки 4:

$$v_4 = 1,0 \text{ м}^3/\text{кг}; \\ T_4/T_3 = (v_3/v_4)^{k-1}; T_4 = 2310 \cdot 0,1^{0,4} = 920^\circ \text{ К}; \\ p_4 = RT_4/v_4 = 287 \cdot 920/10^5 = 2,64 \text{ бар}.$$

Работа расширения равна

$$l_1 = p_2 (v_3 - v_2) + [1/(k-1)] (p_3 v_3 - p_4 v_4) = 66,2 \cdot 10^5 (0,1 - 0,05) + (10^5/0,4) (66,2 \cdot 0,1 - 2,64 \cdot 1) = 1326000 \text{ Дж/кг} = \\ = 1326 \text{ кДж/кг}.$$

Работа сжатия составляет

$$l_1 = [1 / (k - 1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2) = (10^5 / 0,4) (1 - 66,2 \cdot 0,05) = \\ = -578000 \text{ Дж/кг} = -578 \text{ кДж/кг.}$$

Полезная работа определится так:

$$l = l_1 + l_2 = 1326 - 578 = 748 \text{ кДж/кг.}$$

Количество подведенной теплоты

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2) = (29,09/28,85) (2310 - 1155) = 1162 \text{ кДж/кг.}$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_v (T_4 - T_1) = (20,78/28,85) (920 - 350) = 410 \text{ кДж/кг.}$$

Полезно использованная теплота равна

$$q = q_1 - q_2 = 1162 - 410 = 752 \text{ кДж/кг.}$$

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = q/q_1 = 752/1162 = 0,648.$$

Проверка к. п. д. цикла

$$\eta_t = 1 - [(p^k - 1)/k e^{k-1} (\rho - 1)] = 1 - [(2^{1,4} - 1)/1,4 \cdot 20^{0,4}] = \\ = 0,65.$$

Термический к. п. д. цикла Карно, по данным задачи,

$$\eta_t = 1 - T_1/T_3 = 1 - 350/2310 = 0,85.$$

Среднее индикаторное давление равно

$$p_i = l/v_1 - v_2 = 748000/(1 - 0,05) \cdot 10^5 = 7,88 \text{ бар.}$$

Пример 17-3. В цикле поршневого двигателя со смешанным подводом теплоты (см. рис. 17-6) начальное давление $p_1 = 1 \text{ бар}$, начальная температура $t_1 = 27^\circ \text{C}$, степень сжатия $\varepsilon = 12,7$, степень повышения давления $\lambda = 1,4$, степень предварительного расширения $\rho = 1,6$. Рабочее тело — воздух с газовой постоянной $R = 287 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$; теплоемкости принять постоянными: $c_v = 0,72 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}$, $c_p = 1,01 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}$; показатель адиабаты $k = 1,4$.

Определить параметры в характерных точках цикла, работу сжатия, расширения и полезную, термический к. п. д. цикла, количество подведенной и отведенной теплоты, термический к. п. д. цикла Карно по условию задачи, среднее индикаторное давление. Расчет ведем на 1 кг воздуха.

Параметры точки 1:

начальный удельный объем определяем из уравнения состояния:

$$v_1 = RT_1/p_1 = 287 \cdot 300/1 \cdot 10^5 = 0,86 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$p_1 = 1 \text{ бар}; t_1 = 27^\circ \text{C.}$$

Параметры точки 2:
так как степень сжатия $\varepsilon = v_1/v_2 = 12,7$, то

$$v_2 = v_1/\varepsilon = \frac{0,86}{12,7} = 0,0678 \text{ м}^3/\text{кг};$$

температура в конце адиабатного сжатия

$$T_2 = T_1 (v_1/v_2)^{k-1} = 300 \cdot 12,7^{0,4} = 300 \cdot 2,76 = 828^\circ \text{ К};$$

давление в конце адиабатного сжатия

$$p_2 = R T_2 / v_2 = 287 \cdot 828 / 0,0678 \cdot 10^5 = 35,0 \text{ бар}.$$

Параметры точки 3:
из соотношения параметров в изохорном процессе получаем:

$$v_3 = 0,0678 \text{ м}^3/\text{кг}; \quad p_3 = p_2 \lambda = 35 \cdot 1,4 = 49,0 \text{ бар};$$

$$T_3 = T_2 \lambda = 828 \cdot 1,4 = 1160^\circ \text{ К}.$$

Параметры точки 4:
из соотношения параметров в изобарном процессе получаем:

$$p_4 = 49,0 \text{ бар}; \quad v_4 = v_3 \rho = 0,0678 \cdot 1,6 = 0,1085 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$T_4 = T_3 \rho = 1160 \cdot 1,6 = 1858^\circ \text{ К}.$$

Параметры точки 5:

$$v_5 = v_1 = 0,86 \text{ м}^3/\text{кг};$$

давление в конце адиабатного расширения

$$p_4/p_5 = (v_5/v_4)^k = (v_1/v_4)^k = (0,86/0,1085)^{1,4} = 18,2;$$

$$p_5 = 49,0/18,2 = 2,7 \text{ бар};$$

температура в конце адиабатного расширения

$$T_5 = T_1 (p_5/p_1) = 300 (2,7/1) = 808^\circ \text{ К}.$$

Работа цикла может быть определена как разность между работой расширения и сжатия.

Работа сжатия равна

$$l_1 = [1/(k-1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2) = (10^5/0,4) (1 \cdot 0,86 - 35 \cdot 0,0678) = \\ = -380000 \text{ Дж/кг} = -380 \text{ кДж/кг}.$$

Работа расширения составляет

$$l_2 = [1/(k-1)] (p_4 v_4 - p_5 v_5) + p_3 (v_4 - v_3) = (10^5/0,4) \times \\ \times (49,0 \cdot 0,1085 - 2,7 \cdot 0,86) + 49,0 \cdot 10^5 (0,1085 - 0,0678) = \\ = 948000 \text{ Дж/кг} = 948 \text{ кДж/кг}.$$

Работа цикла, равная алгебраической сумме l_1 и l_2 ,

$$l = l_2 - l_1 = 955 - 380 = 575 \text{ кДж/кг}.$$

Количество подведенной теплоты:

$$q'_1 = c_v (T_3 - T_2) = 0,72 (1160 - 828) = 238 \text{ кдж/кг};$$

$$q''_1 = c_p (T_4 - T_3) = 1,01 (1858 - 1160) = 705 \text{ кдж/кг}.$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_v (T_5 - T_1) = 0,72 (808 - 300) = 366 \text{ кдж/кг}.$$

Полезно использованная теплота

$$q = q'_1 + q''_1 - q_2 = 238 + 705 - 366 = 577 \text{ кдж/кг}.$$

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = 577/948 = 0,61;$$

$$\begin{aligned} \eta_t &= 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} [(\lambda - 1) + k\lambda (\rho - 1)]} = \\ &= 1 - \frac{1,4 \cdot 1,6^{1,4} - 1}{12,7^{0,4} [(1,4 - 1) + 1,4 \cdot 1,4 (1,6 - 1)]} = 0,61. \end{aligned}$$

Термический к. п. д. цикла Карно, по условию задачи,

$$\eta_t = 1 - 300/1858 = 0,838.$$

Среднее индикаторное давление равно

$$p_i = l/(v_1 - v_2) = 575000/10^5 \cdot (0,86 - 0,0678) = 7,25 \text{ бар}.$$

ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК
И РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

§ 18-1. Газотурбинные установки (ГТУ)

Основным недостатком поршневых двигателей внутреннего сгорания являются ограниченность их мощности и невозможность адиабатного расширения рабочего тела до атмосферного давления. Эти недостатки отсутствуют в газотурбинных установках, где рабочим телом являются продукты сгорания жидкого или газообразного топлива. Рабочее тело, имеющее высокую температуру и давление, из камеры сгорания направляется в сопло, в котором оно расширяется и с большой скоростью поступает на лопатки газовой турбины, где используется его кинетическая энергия для получения механической работы.

ГТУ обладают многими важными преимуществами перед поршневыми двигателями. Газовые турбины имеют относительно малый вес и небольшие габариты, в них нет деталей с возвратно-поступательным движением, они могут выполняться с высокими числами оборотов и большими единичными мощностями.

Однако при создании крупных стационарных ГТУ еще нужно решить ряд важных задач. Прежде всего необходимо существенно повысить начальную температуру газа перед турбиной, чтобы увеличить термический к. п. д. цикла установки. Это потребует создания новых жаропрочных сталей, способных устойчиво и длительно работать при максимальных температурах. Применяемое в настоящее время водяное или газовое охлаждение элементов газовой турбины, работающих в области высоких температур, является недостаточно надежным и конструктивно сложным.

Необходимо также решить проблему создания компактного регенеративного газоздушного теплообменника, который, как это будет ясно из дальнейшего изложения, должен являться неотъемлемой частью современной экономичной ГТУ.

Большое значение для экономичности газотурбинной установки имеет повышение эффективного к. п. д. компрессора, входящего в схему установки. Дело в том, что примерно 75% мощности газовой турбины расходуется на привод компрессора и поэтому общий эффективный к. п. д. ГТУ главным образом определяется совершенством работы компрессора. Вообще же газовая турбина является перспективным двигателем, и широкое внедрение ее в промышленность — одна из важных задач развития энергетики СССР.

ГТУ могут работать со сгоранием топлива при постоянном давлении и при постоянном объеме. Соответствующие им идеальные циклы делятся на циклы с подводом теплоты в процессе при постоянном давлении и постоянном объеме.

§ 18-2. Цикл ГТУ с подводом теплоты в процессе $p = \text{const}$

На рис. 18-1 дана схема простейшей ГТУ со сгоранием топлива при $p = \text{const}$. В камеру сгорания 1 через форсунки 6 и 7 непрерывно поступает воздух из турбокомпрессора 4 и топливо из топливного насоса 5. Из камеры продукты сгорания направляются в комбинированные сопла 2, в которых рабочее тело расширяется до давления, близкого к атмосферному. Из сопел продукты сгорания поступают на лопатки газовой турбины 3, а затем выбрасываются в атмосферу через выпускной патрубок.

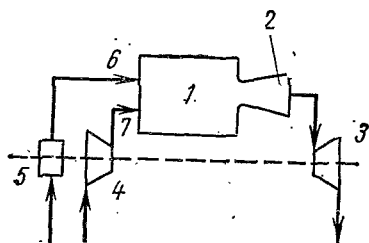


Рис. 18-1

На рис. 18-2 и 18-3 представлен идеальный цикл газотурбинной установки на $p-v$ - и Ts -диаграммах с подводом теплоты при $p = \text{const}$. В этом цикле отвод теплоты от рабочего тела производится не по изохоре, как это имеет место в двигателях внутреннего

сгорания, а по изобаре. В поршневых двигателях объем газов при расширении ограничен объемом цилиндра. В газовых турбинах такого ограничения нет и газы могут расширяться до атмосферного давления.

Рабочее тело с начальными параметрами p_1 , v_1 , T_1 сжимается по адиабате 1-2 до точки 2. От точки 2 к рабочему телу подводится некото-

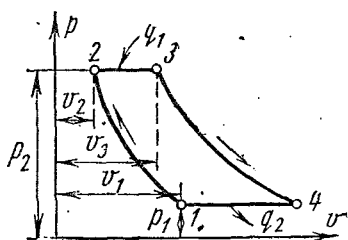


Рис. 18-2

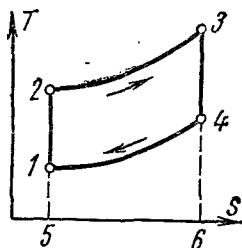


Рис. 18-3

рое количество теплоты q_1 по изобаре 2-3. Затем рабочее тело расширяется по адиабате 3-4 до начального давления и возвращается по изобаре 4-1 в первоначальное состояние, при этом отводится теплота q_2 .

Характеристиками цикла являются: степень повышения давления в компрессоре $\beta = p_2/p_1$ и степень изобарного расширения $\rho = v_3/v_2$.

Количество подводимой теплоты определяется по формуле

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2),$$

а количество отводимой теплоты — по следующей формуле:

$$q_2 = c_p (T_4 - T_1).$$

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = 1 - q_2/q_1 = 1 - c_p(T_4 - T_1)/c_p(T_3 - T_2) = \\ = 1 - (T_4 - T_1)/(T_3 - T_2).$$

Выразим температуры T_2 , T_3 и T_4 через начальную температуру рабочего тела T_1 :

для адиабаты 1-2

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k} = \beta^{(k-1)/k}; \quad T_2 = T_1 \beta^{(k-1)/k};$$

для изобары 2-3

$$T_3/T_2 = v_3/v_2 = \rho; \quad T_3 = T_2 \rho; \quad T_3 = T_1 \beta^{(k-1)/k} \rho;$$

для адиабаты 3-4

$$T_4/T_3 = (p_4/p_3)^{(k-1)/k} = (p_1/p_2)^{(k-1)/k} = (p_1/p_1 \beta)^{(k-1)/k} = 1/\beta^{(k-1)/k};$$

$$T_4 = T_1 \beta^{(k-1)/k} \rho \frac{1}{\beta^{(k-1)/k}} = T_1 \rho.$$

Подставляя полученные значения температур в уравнение для термического к. п. д., получаем

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1 \rho - T_1}{T_1 \beta^{(k-1)/k} \rho - T_1 \beta^{(k-1)/k}} = 1 - \frac{\rho - 1}{\beta^{(k-1)/k} (\rho - 1)} \quad (18-1)$$

$$\text{или } \eta_t = 1 - 1/\beta^{(k-1)/k}.$$

Термический к. п. д. газотурбинной установки с подводом теплоты при постоянном давлении зависит от степени повышения давления β и показателя адиабаты k , возрастая с увеличением этих величин.

Отработавший газ после газовой турбины целесообразно направлять в теплообменный аппарат для подогрева воздуха, поступающего в камеру сгорания, или направлять для нужд коммунального хозяйства на получение горячей воды, пара и т. д.

На Ts -диаграмме к. п. д. цикла газотурбинной установки с подводом теплоты при постоянном давлении определяем из соотношения площадей (рис. 18-3):

$$\eta_t = (\text{пл. } 5236 - \text{пл. } 5146)/\text{пл. } 5236 = \text{пл. } 1234/\text{пл. } 5236.$$

При рассмотрении работы реальных ГТУ необходимо отдельно учитывать потери на необратимость процессов в турбокомпрессоре и в газовой турбине.

Расход энергии на трение в компрессоре влечет за собой увеличение температуры рабочего тела, так как работа трения превращается в теплоту и воспринимается рабочим телом, а это в свою очередь приводит к увеличению работы, затраченной на сжатие воздуха (потерей теплоты во внешнюю среду пренебрегаем). Из рис. 18-4 видно, что теоретический цикл газотурбинной установки с подводом теплоты при $p = \text{const}$ на Ts -диаграмме изображается пл. 12341, а реальный цикл — пл. 12'34'1, где линия 1-2' представляет собой условную необратимую адиабату сжатия в компрессоре, а линия 3-4' — условную необратимую адиабату расширения в турбине.

Теоретическая работа сжатия в компрессоре равна $l_{ад}^к = i_2 - i_1$, а действительная $l_i^к = i_2' - i_1$, или

$$l_i^к = l_{ад}^к / \eta_{ад}^к = (i_2 - i_1) / \eta_{ад}^к, \quad (18-2)$$

где $\eta_{ад}^к$ — адиабатный к. п. д. турбокомпрессора, равный отношению

$$\eta_{ад}^к = (i_2 - i_1) / (i_2' - i_1).$$

В настоящее время $\eta_{ад}^к$ достигает 0,8—0,85.

Расширение газа в проточной части турбины сопровождается потерями на трение о стенки сопел, лопаток и на завихрения потока, в результате чего часть кинетической энергии рабочего тела превращается в теплоту и энтальпия газа на выходе из турбины i_4 будет больше энтальпии обратимого процесса расширения i_4 . Теоретическая работа расширения в турбине равна $l_T = i_3 - i_4$, а действительная работа расширения $l_i^r = i_3 - i_4'$.

Отношение внутренней действительной работы расширения реальной турбины к теоретической работе идеальной турбины называют *внутренним относительным к. п. д. газовой турбины*:

$$\eta_{турб} = l_i^r / l_T = (i_3 - i_4') / (i_3 - i_4). \quad (18-3)$$

Чем лучше выполнена проточная часть турбины, чем меньше в ней потери от трения газа и завихрений, тем выше $\eta_{турб}$. У современных турбин $\eta_{турб} = 0,8 - 0,9$.

Действительная полезная работа, которая может быть получена в газотурбинной установке, l_d равна разности действительных работ расширения и сжатия:

$$l_d = (i_3 - i_4) \eta_{турб} \eta_{мех} - (i_2 - i_1) / \eta_{ад}^к,$$

где $\eta_{мех}$ — механический к. п. д.

Отношение полезной работы ГТУ l_d к количеству затраченной теплоты $q_{1д}$ называют *эффективным к. п. д. газотурбинной установки*:

$$\eta_e = \frac{l_d}{q_{1д}} = \frac{(i_3 - i_4) \eta_{турб} \eta_{мех} - (i_2 - i_1) / \eta_{ад}^к}{i_3 - i_2'} \quad (18-4)$$

Подробный анализ полученного уравнения приводится в специальной литературе по газотурбинным установкам.

§ 18-3. Цикл ГТУ с подводом теплоты в процессе $v = \text{const}$

На рис. 18-5 дана схема ГТУ со сгоранием топлива при постоянном объеме. В этой установке сжатый в турбокомпрессоре 6 воздух поступает из ресивера (сосуда большой емкости для выравнивания давления) 7 через воздушный клапан 8 в камеру сгорания 1. Сюда же топливным

насосом 5 через топливный клапан 9 подается жидкое топливо. Продукты сгорания, пройдя через сопловой клапан 2, расширяются в сопле 3 и приводят во вращение ротор газовой турбины 4.

Для осуществления периодического процесса горения необходимо подавать воздух и топливо через управляемые клапаны 8 и 9 в определенные периоды времени. Процесс горения производится при закрытых клапанах 2 и 8. Воспламенение топлива происходит от электрической искры. После сгорания топлива давление в камере 1 повышается, открывается сопловой клапан 2 и продукты горения направляются в сопло 3, где и расширяются до конечного давления.

На рис. 18-6 и 18-7 на p - v и T - s диаграммах изображен идеальный цикл ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$. Рабочее тело с начальными параметрами p_1, v_1, T_1 сжимается по адиабате 1-2 до точки 2, давление в которой определяется степенью повышения давления. Далее по изохоре 2-3 к рабочему телу подводится некоторое количество теплоты q_1 , затем рабочее тело расширяется по адиабате 3-4 до начального давления (точка 4) и возвращается в первоначальное состояние по изобаре 4-1, при этом отводится теплота q_2 .

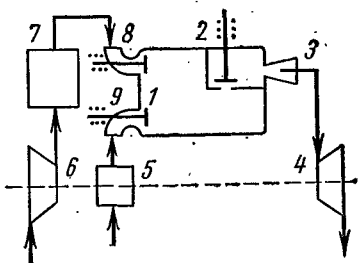


Рис. 18-5

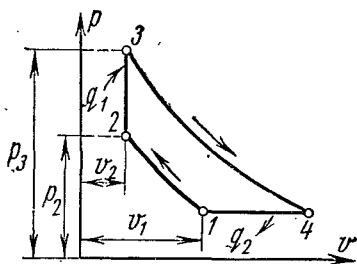


Рис. 18-6

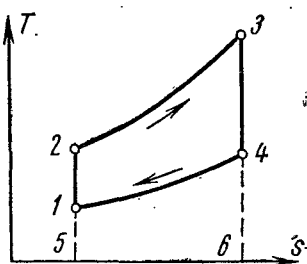


Рис. 18-7

Характеристиками цикла являются степень повышения давления в компрессоре $\beta = p_2/p_1$ и степень добавочного повышения давления $\lambda = p_3/p_2$.

Количество подводимой теплоты определяется по формуле

$$q_1 = c_v (T_3 - T_2),$$

а количество отводимой теплоты — по формуле

$$q_2 = c_p (T_4 - T_1).$$

Подставив значение q_1 и q_2 в выражение для термического к. п. д. цикла, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p (T_4 - T_1)}{c_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{k (T_4 - T_1)}{T_3 - T_2}.$$

Выразим температуры T_2 , T_3 и T_4 через начальную температуру рабочего тела T_1 :

для адиабаты 1-2

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k} = \beta^{(k-1)/k}; \quad T_2 = T_1 \beta^{(k-1)/k};$$

для изохоры 2-3

$$T_3/T_2 = p_3/p_2 = \lambda; \quad T_3 = T_2 \lambda \quad \text{и} \quad T_3 = T_1 \beta^{(k-1)/k} \lambda;$$

для адиабаты 3-4

$$T_4/T_3 = (p_4/p_3)^{(k-1)/k} = (p_1/p_1 \beta \lambda)^{(k-1)/k} = 1/(\beta \lambda)^{(k-1)/k},$$

$$T_4 = T_3 (1/\beta \lambda)^{(k-1)/k} = T_1 \beta^{(k-1)/k} \lambda (1/\beta \lambda)^{(k-1)/k} \quad \text{и} \quad T_4 = T_1 \lambda^{1/k}.$$

Подставим полученные значения температур в выражение для термического к. п. д. цикла. Тогда

$$\eta_t = 1 - \frac{k(T_4 - T_1)}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{k(T_1 \lambda^{1/k} - T_1)}{T_1 \beta^{(k-1)/k} \lambda - T_1 \beta^{(k-1)/k}},$$

или

$$\eta_t = 1 - [k(\lambda^{1/k} - 1)]/[\beta^{(k-1)/k}(\lambda - 1)]. \quad (18-5)$$

Термический к. п. д. ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$ зависит от k , β и λ и увеличивается с возрастанием этих величин.

на Ts -диаграмме к. п. д. цикла ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$ определяется из соотношения площадей подведенной и отведенной теплоты (рис. 18-7):

$$\eta_t = (\text{пл. 5236} - \text{пл. 5146})/\text{пл. 5236} = \text{пл. 1234}/\text{пл. 5236}.$$

§ 18-4. Сравнение циклов ГТУ

На рис. 18-8 представлены циклы ГТУ при одинаковых степенях повышения давления и одинаковых максимальных температурах. Из ри-

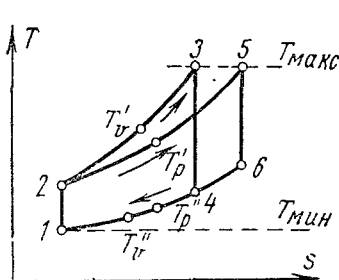


Рис. 18-8

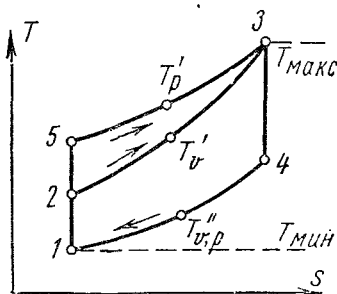


Рис. 18-9

сунка видно, что цикл ГТУ с изохорным подводом теплоты имеет больший к. п. д.

Действительно, из рис. 18-8 видно, что в цикле с подводом теплоты при $v = \text{const}$ среднеинтегральная температура подвода теплоты T'_v

будет выше, а среднееинтегральная температура отвода теплоты T_2 ниже, чем в цикле с подводом теплоты при $p = \text{const}$:

$$\eta_{t \text{ изох}} > \eta_{t \text{ изоб}}.$$

Сравнение циклов ГТУ при разных степенях повышения давлений и одинаковых максимальных температурах подтверждает вывод, полученный при исследовании работы поршневых двигателей, что цикл с подводом теплоты при $p = \text{const}$ будет иметь больший к. п. д., чем цикл с подводом теплоты при $v = \text{const}$, т. е. к. п. д., определяемый по среднееинтегральным температурам, дает большее значение для цикла ГТУ с подводом теплоты при $p = \text{const}$ (рис. 18-9):

$$\eta_{t \text{ изоб}} > \eta_{t \text{ изох}}.$$

§ 18-5. Методы повышения к. п. д. ГТУ

Термический к. п. д. ГТУ со сгоранием топлива при $p = \text{const}$ растет с увеличением степени повышения давлений β . Однако с ростом β увеличивается и температура газов в конце сгорания топлива T_3 , в результате чего быстро разрушаются лопатки турбин и сопловые аппараты, охлаждение которых затруднительно.

Чтобы увеличить к. п. д. ГТУ, частично изменили условия их работы. В установках стали применять регенерацию теплоты, многоступенчатое сжатие воздуха в компрессоре, многоступенчатое сгорание и т. д. Это дало значительный эффект и повысило в установках степень совершенства превращения теплоты в работу.

Рассмотрим несколько подробнее применение регенерации теплоты в ГТУ со сгоранием топлива при $p = \text{const}$ (рис. 18-10). Сжатый воздух из турбокомпрессора 4 направляется в регенератор 8, где получает теплоту при постоянном давлении от газов, вышедших из камеры сгорания 1 через сопло 2 в турбину 3. Подогретый воздух из регенератора 8 через форсунку 7, а топливо из топливного насоса 5 через форсунку 6 направляется в камеру сгорания 1.

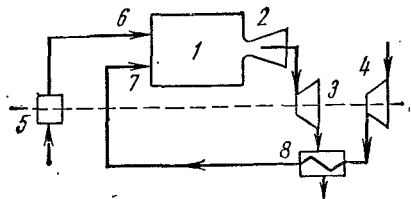


Рис. 18-10

Идеальный цикл такой ГТУ с регенерацией теплоты показан на рис. 18-11 и 18-12. На этих рисунках: 1-2 — адиабатное сжатие воздуха в компрессоре; 2-5 — изобарный подвод теплоты в регенераторе; 5-3 — подвод теплоты при постоянном давлении в камере сгорания; 3-4 — адиабатное расширение продуктов сгорания в соплах турбины; 4-6 — изобарный отвод теплоты от газов в регенераторе; 6-1 — изобарный отвод теплоты от газов по выходе из регенератора теплоприемнику.

Если предположить, что охлаждение газов в регенераторе происходит до температуры воздуха, поступающего в него, т. е. от T_4 до $T_8 = T_2$, то регенерация будет полная.

Если предположить, что охлаждение газов в регенераторе происходит до температуры воздуха, поступающего в него, т. е. от T_4 до $T_8 = T_2$, то регенерация будет полная.

Если предположить, что охлаждение газов в регенераторе происходит до температуры воздуха, поступающего в него, т. е. от T_4 до $T_8 = T_2$, то регенерация будет полная.

Термический к. п. д. цикла при полной регенерации, когда $T_4 - T_6 = T_5 - T_2$, найдем по уравнению

$$\eta_t = 1 - q_2/q_1,$$

где

$$q_1 = c_p (T_3 - T_5) = c_p (T_3 - T_4),$$

а

$$q_2 = c_p (T_6 - T_1) = c_p (T_2 - T_1),$$

тогда

$$\eta_t = 1 - [(T_2 - T_1)/(T_3 - T_4)].$$

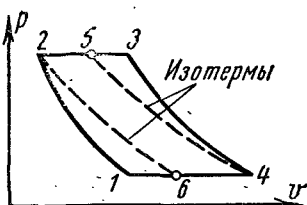


Рис. 18-11

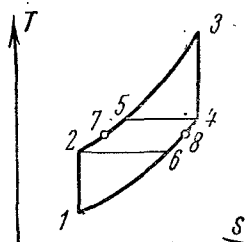


Рис. 18-12

Температуры в основных точках цикла определяются так:

$$T_2 = T_1 (p_2/p_1)^{(k-1)/k} = T_1 \beta^{(k-1)/k}; \quad T_3 = T_1 \beta^{(k-1)/k} \rho;$$

$$T_4 = T_1 \rho.$$

К. п. д. цикла

$$\eta_{t \text{ пер}} = 1 - 1/\rho = 1 - T_1/T_4. \quad (18-6)$$

Термический к. п. д. цикла с подводом теплоты при $p = \text{const}$ и полной регенерацией зависит от начальной температуры газа T_1 и от температуры в конце адиабатного расширения T_4 .

Практически полную регенерацию осуществить нельзя вследствие ограниченных размеров регенераторов и наличия конечной разности температур между нагреваемым и охлаждаемым потоками газа. В этом случае нагреваемый в регенераторе воздух будет иметь температуру T_7 , несколько меньшую T_5 , а охлаждаемые газы — температуру T_8 , более высокую, чем T_6 . Поэтому термический к. п. д. цикла должен зависеть от степени регенерации, которая определяется как отношение температур:

$$\sigma = (T_7 - T_2)/(T_5 - T_2) = (T_4 - T_8)/(T_4 - T_6) = (T_4 - T_8)/(T_5 - T_2). \quad (18-7)$$

Термический к. п. д. цикла ГТУ с неполной регенерацией, т. е. при $\sigma < 1$, определяется следующим образом:

$$\eta_{t \text{ пер}} = 1 - [T_4 - T_1 - \sigma (T_5 - T_2)]/[T_3 - T_2 - \sigma (T_5 - T_2)]. \quad (18-8)$$

Величина степени регенерации зависит от конструкции теплообменника или от величины рабочих поверхностей.

Регенерацию теплоты можно осуществить и в ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$. Поскольку процесс регенерации осуществляется в теплообменнике при постоянном давлении, то подвод теплоты в этом случае производится как по изобаре, так и по изохоре (рис. 18-13). Данный цикл состоит из следующих процессов: 1-2 — адиабатное сжатие воздуха в компрессоре; 2-3 — нагрев сжатого воздуха в регенераторе при $p = \text{const}$; 3-4 — подвод теплоты при $v = \text{const}$ в камере сгорания; 4-5 — адиабатное расширение продуктов сгорания в соплах турбины; 5-6 — отвод теплоты от газов в регенераторе при $p = \text{const}$; 6-1 — отвод теплоты от газов при $p = \text{const}$ теплоприемнику.

Количество подведенной и отведенной теплоты составит

$$q_1 = c_v (T_4 - T_3);$$

$$q_2 = c_p (T_5 - T_1) = c_p (T_3 - T_2).$$

Термический к. п. д. рассматриваемого цикла равен

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{k[(T_5 - T_1) - (T_3 - T_2)]}{T_4 - T_3} \quad (18-9)$$

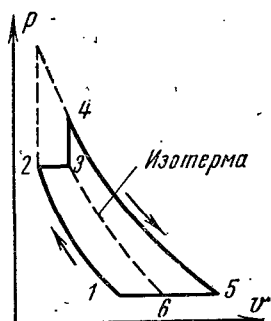


Рис. 18-13

Термический к. п. д. цикла ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$ в результате регенерации теплоты также возрастает. Применение регенерации позволяет уменьшить наибольшее давление в цикле без снижения его экономичности.

Кроме того, экономичность ГТУ можно повысить, осуществив изотермный подвод и отвод теплоты. Однако на практике из-за конструктивных трудностей невозможно в полной мере осуществить изотермные процессы сжатия и подвода теплоты. Для приближения действительного процесса сжатия к изотермному в компрессорах применяют многоступенчатое сжатие с промежуточным охлаждением. Точно так же в газовых турбинах для приближения действительного процесса подвода теплоты к изотермному применяют ступенчатое сгорание с расширением продуктов сгорания в отдельных ступенях турбины. Чем больше число ступеней расширения и сжатия, тем выше его термический к. п. д. Но применение большого числа камер сгорания и холодильников нецелесообразно, так как это в значительной степени усложняет конструкцию ГТУ и увеличивает потери от необратимости процессов.

Обычно исходя из технико-экономических соображений ГТУ делают с двухступенчатым расширением и трехступенчатым сжатием. В такой установке атмосферный воздух последовательно сжимается в отдельных ступенях давления компрессора и охлаждается в промежуточных холодильниках. Сжатый до высокого давления воздух поступает в первую камеру сгорания, где нагревается до максимальной температуры.

После расширения в турбине газ поступает во вторую камеру сгорания, где вследствие сжигания топлива при постоянном давлении он опять нагревается до предельной температуры. Затем продукты сгорания расширяются во второй турбине (или во второй ступени турбины) и выбрасываются в атмосферу. Если в ГТУ осуществляется цикл с регенерацией теплоты, то нагревание сжатого воздуха может быть произведено за счет охлаждения выхлопных газов.

Идеальный цикл такой ГТУ изображен в Ts -диаграмме на рис. 18-14.

Примененные мероприятия — регенерация теплоты, ступенчатое сжатие, ступенчатый подвод теплоты — значительно повышают к. п. д.

ГТУ, а идеальный цикл при этом приближается к обобщенному (регенеративному) циклу Карно.

Все действительные ГТУ работают по разомкнутой схеме, в которой продукты сгорания после работы на лопатках турбины выбрасываются в атмосферу. В этих схемах применяют жидкое или газообразное топливо, содержащее минимальное количество твердых частиц, которые не вызывают преждевременный износ лопаток турбины.

При использовании твердых топлив ГТУ работают по замкнутому процессу, где рабочим телом является чистый воздух или другой газ, нагреваемый в по-

верхностных теплообменниках. В такой установке одна и та же порция воздуха или газа проходит через газовую турбину и теплообменники, в результате чего получается замкнутый процесс рабочего тела.

Замкнутый процесс обладает рядом достоинств. В нем можно использовать дешевые твердые топлива и применять воздух при повышенных давлениях, что приводит к уменьшению объема рабочего тела, а следовательно, и габаритов установок. В таких установках вместо воздуха используют более тяжелые газы и низкокипящие вещества, например углекислоту. Замена воздуха углекислотой позволяет вместо компрессора применить насос, что повышает к. п. д. и надежность установки. Недостатком замкнутой схемы являются большие габариты теплообменников.

§ 18-6. Циклы реактивных двигателей

В конце второй мировой войны в авиации появились реактивные двигатели. Самолеты с поршневыми двигателями могут развивать наибольшую скорость до 800 км/ч, а самолеты с реактивными двигателями — до 3000 км/ч и выше. Однако и эта скорость не является пределом для таких самолетов.

Такое различие в скоростях объясняется тем, что реактивные двигатели по сравнению с поршневыми способны развивать огромные мощности при сравнительно малом весе и простоте конструкции.

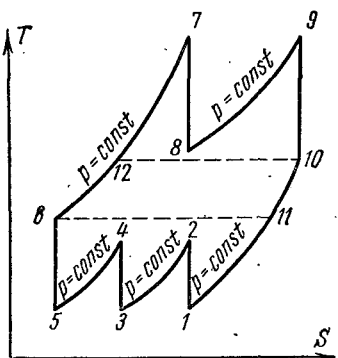


Рис. 18-14

Реактивными двигателями их называют потому, что энергия топлива преобразуется в кинетическую энергию газового потока, а получающаяся при этом реактивная сила используется как сила тяги. Она равна

$$p = m (\omega_r - \omega_c),$$

где m — масса продуктов горения, образующихся в 1 сек, кг/сек; ω_r — скорость истечения газа из сопла; ω_c — скорость движения самолета.

В настоящее время получили большое развитие турбовинтовые двигатели с комбинированной тягой — от воздушного винта и от реакции потока.

Воздушно-реактивные двигатели (ВРД) в зависимости от процесса подвода теплоты могут быть разделены на *прямоточные* с горением при $p = \text{const}$; и *пульсирующие* с горением при $v = \text{const}$; они бывают *бескомпрессорные* и *турбокомпрессорные*.

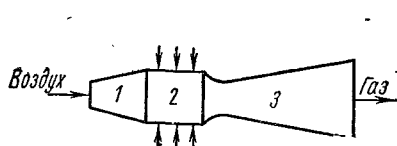


Рис. 18-15

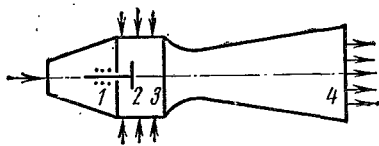


Рис. 18-16

Идеальные циклы ВРД те же, что и для ГТУ, с подводом теплоты при $v = \text{const}$ и $p = \text{const}$.

На рис. 18-15 представлена схема прямого ВРД с подводом теплоты при $p = \text{const}$. Двигатель состоит из диффузора 1, где сжимается воздух, камеры сгорания 2, в которую через ряд форсунок вводится топливо. Воспламенение горючей смеси происходит от электрической искры. Выход газов производится через реактивное сопло 3, в котором давление газов падает до атмосферного. Степень сжатия, создаваемая диффузором, не очень большая, поэтому к. п. д. двигателя достаточно высок только при очень больших скоростях полета.

В турбокомпрессорных реактивных двигателях, или, как их называют, турбореактивных двигателях (ТРД), воздух после сжатия в диффузоре дополнительно сжимается в турбокомпрессоре, который приводится во вращение газовой турбиной, расположенной после камеры сгорания. Эффективность работы таких двигателей вследствие повышения степени сжатия значительно больше, чем у бескомпрессорных даже при сравнительно невысоких скоростях полета. Поэтому ТРД широко применяют в современной авиации. С термодинамической точки зрения оба эти двигателя принципиально не отличаются друг от друга.

Идеальный цикл, осуществляемый в прямооточных ВРД и ТРД, такой же, как и в ГТУ, с подводом теплоты в процессе при $p = \text{const}$ (см. § 18-2). Следовательно, термический к. п. д. для ВРД равен

$$\eta_t = 1 - 1/\beta^{(k-1)/k}.$$

На рис. 18-16 изображена схема пульсирующего ВРД со сгоранием топлива при $v = \text{const}$. Сжатый воздух в диффузоре 1 направляется

в камеру сгорания 3; одновременно с ним в камеру подается и топливо. После ее заполнения клапаны 2, разделяющие диффузор от камеры, закрываются и производится воспламенение горючей смеси от электрической искры. Процесс горения протекает быстро и в цикле изображается изохорой. По окончании сгорания смеси открывается сопловый клапан (на рисунке не показан), происходит процесс расширения продуктов горения в сопле 4, из которого газы выбрасываются в атмосферу. Затем рабочий процесс повторяется.

Характерным в работе такого двигателя является то, что вследствие периодического отключения камеры сгорания от сопла наблюдаются хлопки или пульсации, поэтому часто реактивный двигатель этого типа называется пульсирующим.

Идеальный цикл пульсирующего ВРД с подводом теплоты при $v = \text{const}$ не отличается от цикла ГТУ с изохорным подводом теплоты и поэтому термический к. п. д. определяется уравнением (18-5)

$$\eta_t = 1 - k (\lambda^{1/k} - 1) / [\beta^{(k-1)/k} (\lambda - 1)].$$

В пульсирующих ВРД давление в конце горения топлива значительно выше, чем в прямоточных, поэтому и к. п. д. у них имеет большее значение. Однако в силу сложности установки и периодического характера действия такие двигатели существенного распространения не получили.

Контрольные вопросы и примеры к XVIII главе

1. Чем вызвано создание газовых турбин и реактивных двигателей?
2. Какие недостатки имеются у поршневых двигателей внутреннего сгорания?
3. Положительные стороны газовых турбин и реактивных двигателей?
4. Дать описание ГТУ с горением топлива при $p = \text{const}$.
5. Дать описание идеального цикла ГТУ с подводом теплоты при $p = \text{const}$.
6. Вывести выражение для термического к. п. д. цикла с подводом теплоты при $p = \text{const}$.
7. Цикл газотурбинной установки с подводом теплоты при $p = \text{const}$ на p - и T -диаграммах.
8. Описать ГТУ с горением топлива при $v = \text{const}$.
9. Описать идеальный цикл ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$.
10. Вывести выражение для термического к. п. д. цикла с подводом теплоты при $v = \text{const}$.
11. Цикл ГТУ с подводом теплоты при $v = \text{const}$ на p - и T -диаграммах.
12. Сравнить циклы ГТУ.
13. Какие методы существуют для повышения к. п. д. ГТУ?
14. Какой двигатель называется реактивным?
15. Описать идеальные циклы реактивных двигателей.
16. На какие группы делят реактивные двигатели и чем они отличаются друг от друга?

Пример 18-1. Для идеального цикла ГТУ с подводом теплоты при $p = \text{const}$ определить параметры характерных точек, работу расширения, сжатия и полезную, количество подведенной и отведенной теплоты, термический к. п. д. цикла. Начальные параметры рабочего тела: $p_1 = 1 \text{ бар}$; $T_1 = 300^\circ \text{ К}$; степень увеличения давления в компрессоре при адиабатном процессе сжатия $\beta = p_2/p_1 = 10$; показатель адиабаты $k = 1,4$. Температура в точке 3 не должна превышать 1000° К ; рабочее тело — воздух; теплоемкость воздуха постоянная; расчет проводится на 1 кг рабочего тела.

Удельный объем рабочего тела в точке 1

$$v_1 = RT_1/p_1 = (287 \cdot 300)/10^5 = 0,86 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Параметры точки 2:

$$p_2 = p_1 \cdot 10 = 10 \text{ бар};$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}; \quad T_2 = 300 \cdot 10^{0,286} = 580^\circ \text{ К};$$

$$v_2 = RT_2/p_2 = (287 \cdot 580)/(10 \cdot 10^5) = 0,1665 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Параметры точки 3:

$$p_3 = 10 \text{ бар}; \quad T_3 = 1000^\circ \text{ К};$$

$$v_3 = RT_3/p_3 = (287 \cdot 1000)/(10 \cdot 10^5) = 0,287 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Параметры точки 4:

$$p_4 = 1 \text{ бар};$$

$$v_4/v_3 = (p_3/p_4)^{1/k}; \quad v_4 = 0,287 \cdot 10^{0,714} = 1,488 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$T_4 = p_4 v_4 / R = (10^5 \cdot 1,488) / 287 = 518^\circ \text{ К}.$$

Работа сжатия

$$\begin{aligned} l_1 &= p_1(v_4 - v_1) + 1/(k-1)(p_2 v_2 - p_1 v_1) = 10^5(1,488 - 0,86) + \\ &+ (10^5/0,4)(10 \cdot 0,1665 - 0,86) = 263500 \text{ Дж/кг} = \\ &= 263,5 \text{ кДж/кг}. \end{aligned}$$

Работа расширения

$$\begin{aligned} l_2 &= p_2(v_3 - v_2) + 1/(k-1)(p_3 v_3 - p_4 v_4) = 10 \cdot 10^5(0,287 - \\ &- 0,1665) + (10^5/0,4)(10 \cdot 0,287 - 1,488) = 466500 \text{ Дж/кг} = \\ &= 466,5 \text{ кДж/кг}. \end{aligned}$$

Полезная работа

$$l = l_2 - l_1 = 466,5 - 263,5 = 203 \text{ кДж/кг}.$$

Количество подведенной теплоты

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2) = 1,008(1000 - 580) = 424 \text{ кДж/кг}.$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1) = 1,008(518 - 300) = 220 \text{ кДж/кг}.$$

Полезно использованная теплота

$$q = 424 - 220 = 204 \text{ кдж/кг.}$$

Термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = l/q_1 = 203/424 = 0,482,$$

или

$$\eta_t = 1 - 1/\beta^{(k-1)/k} = 1 - 1/10^{0,286} = 0,482.$$

Пример 18-2. В цикле газовой турбины с подводом теплоты при $v = \text{const}$ начальные параметры рабочего тела $p_1 = 1 \text{ бар}$ и $T_1 = 300^\circ \text{K}$. Степень увеличения давления в адиабатном процессе сжатия $\beta = p_2/p_1 = 10$; $k = 1,4$. Температура в точке 3 не должна превышать 1000°K . Рабочее тело — воздух; теплоемкости постоянные; расчет проводится на 1 кг рабочего тела.

Определить параметры всех основных точек, работу расширения, сжатия и полезную, количество подведенной и отведенной теплоты, термический к. п. д. цикла.

Начальный удельный объем рабочего тела

$$v_1 = RT_1/p_1 = (287 \cdot 300)/10^5 = 0,86 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Параметры точки 2:

$$p_2 = p_1 \cdot 10 = 10 \text{ бар};$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}; T_2 = 300 \cdot 10^{0,286} = 580^\circ \text{K};$$

$$v_2 = RT_2/p_2 = (287 \cdot 580)/(10 \cdot 10^5) = 0,17 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Параметры точки 3:

$$T_3 = 1000^\circ \text{K}; v_3 = 0,17 \text{ м}^3/\text{кг.};$$

$$p_3/p_2 = T_3/T_2; p_3 = 10 \cdot (1000/580) = 17,25 \text{ бар.}$$

Параметры точки 4:

$$p_4 = 1 \text{ бар};$$

$$v_4/v_3 = (p_3/p_4)^{1/k}; v_4 = 0,17 \cdot 17,25^{0,714} = 1,27 \text{ м}^3/\text{кг.};$$

$$T_4 = v_4 p_4 / R = (10^5 \cdot 1,27) / 287 = 443^\circ \text{K.}$$

Работа сжатия

$$l_1 = p_1 (v_4 - v_1) + [1/(k-1)] (p_2 v_2 - p_1 v_1) = 10^5 (1,27 - 0,86) + (10^5/0,4) (10 \cdot 0,17 - 0,86) = 242 \text{ кдж/кг.}$$

Работа расширения

$$l_2 = [1/(k-1)] (p_3 v_3 - p_4 v_4) = (10^5/0,4) (17,25 \cdot 0,17 - 1,27) = 400 \text{ кдж/кг.}$$

Полезная работа

$$l = l_2 - l_1 = 400 - 242 = 158 \text{ кдж/кг.}$$

Количество подведенной теплоты

$$q_1 = c_v (T_3 - T_2) = 0,72 (1000 - 580) = 302 \text{ кДж/кг.}$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_p (T_4 - T_1) = 1,008 (443 - 300) = 144 \text{ кДж/кг.}$$

Полезно использованная теплота

$$q = q_1 - q_2 = 302 - 144 = 158 \text{ кДж/кг.}$$

Термический к. п. д. цикла

$$\eta_t = q/q_1 = 158/302 = 0,524,$$

или

$$\eta_t = 1 - \frac{k(\lambda^{1/k} - 1)}{\beta^{(k-1)/k}(\lambda - 1)} = 1 - \frac{1,4(1,73^{0,714} - 1)}{10^{0,286}(1,73 - 1)} = 0,52.$$

Пример 18-3. Определить температуры всех точек теоретического цикла ГТУ с подводом теплоты при $p = \text{const}$ и цикла ГТУ с предельной регенерацией (см. рис. 18.4), а также к. п. д. этих циклов, если известно, что $t_1 = 25^\circ \text{C}$, степень повышения давления в компрессоре $\beta = p_2/p_1 = 5$, температура газов перед соплами турбины $t_3 = 800^\circ \text{C}$. Рабочее тело обладает свойствами воздуха; теплоемкость постоянная. Цикл 12341 идеальный, а цикл 1273481 — с предельной регенерацией.

Определим температуры во всех точках циклов:

$$T_2 = T_1 \beta^{(k-1)/k} = 298 \cdot 5^{0,286} = 473^\circ \text{K};$$

$$T_4 = (T_3 - T_1)/T_2 = (1073 \cdot 298)/473 = 677^\circ \text{K}.$$

Термический к. п. д. идеального цикла ГТУ:

$$\eta_{\text{ид}}^{\text{ГТУ}} = 1 - q_2/q_1 = 1 - (T_4 - T_1)/(T_3 - T_2) = 1 - (677 - 298)/(1073 - 473) = 0,368,$$

или

$$\eta_{\text{ид}}^{\text{ГТУ}} = 1 - \frac{1}{\beta^{(k-1)/k}} = 1 - 1/5^{0,286} = 0,368.$$

Термический к. п. д. ГТУ с предельной регенерацией

$$\eta_{\text{пр}}^{\text{ГТУ}} = l_0/q_{1\text{рег}} = [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)]/(T_3 - T_4) = [(1073 - 677) - (473 - 298)]/(1073 - 677) = 0,558,$$

или $\eta_{\text{пр}}^{\text{ГТУ}} = 1 - (T_1/T_4) = 1 - (298/677) = 0,558.$

Пример 18-4. Определить термический к. п. д. идеального цикла ГТУ, работающей с подводом теплоты при $p = \text{const}$, а также термический к. п. д. действительного цикла, т. е. с учетом необратимости процессов расширения и сжатия в турбине и компрессоре, если внутренние относительные к. п. д. турбины и компрессора равны $\eta_{\text{турб}} = 0,88$ и $\eta_{\text{ком}} = 0,85$. Для этой установки известно, что $t_1 = 20^\circ \text{C}$, степень повышения давления в компрессоре $\beta = 6$; температура газов перед соплами турбины $t_3 = 900^\circ \text{C}$. Рабочее тело обладает свойствами воз-

духа, теплоемкость его постоянна, показатель адиабаты принять равным $k = 1,4$.

Определяем температуры во всех точках циклов:

$$T_2 = T_1 \beta^{(k-1)/k} = 293 \cdot 6^{0,288} = 488^\circ \text{ K};$$

$$T_4 = T_3 T_1 / T_2 = (1173 \cdot 293) / 488 = 704^\circ \text{ K}.$$

Температуру в точке 5 определяем с помощью внутреннего относительного к. п. д. компрессора:

$$T_5 = (T_2 - T_1) / \eta_{\text{ком}} + T_1 = (488 - 293) / 0,85 + 293 = 523^\circ \text{ K}.$$

Температуру в точке 6 определяем с помощью внутреннего относительного к. п. д. турбины:

$$T_6 = T_3 - \eta_{\text{турб}} (T_3 - T_4) = 1173 - 0,88 (1173 - 704) = 760^\circ \text{ K}.$$

Термический к. п. д. идеального цикла ГТУ

$$\eta_{\text{ид}}^{\text{ГТУ}} = 1 - (T_4 - T_1) / (T_3 - T_2) = 1 - (704 - 293) / (1173 - 488) = 0,40,$$

а термический к. п. д. действительного цикла ГТУ равен

$$\eta_{\text{д}}^{\text{ГТУ}} = 1 - (T_6 - T_1) / (T_3 - T_5) = 1 - (760 - 293) / (1173 - 523) = 0,28.$$

ЦИКЛЫ ПАРОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК

§ 19-1. Цикл Карно для водяного пара

Паротурбинные установки отличаются от двигателей внутреннего сгорания тем, что продукты сгорания топлива являются только промежуточным теплоносителем, а рабочим телом служит пар какой-либо жидкости, чаще всего водяной пар.

В паротурбинных установках процесс получения работы происходит следующим образом (рис. 19-1). Химическая энергия топлива при его сжигании превращается во внутреннюю энергию продуктов сгора-

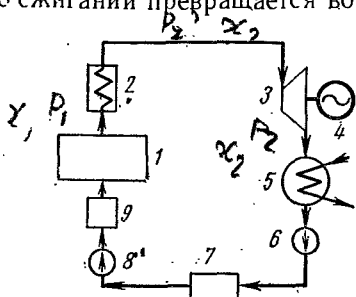


Рис. 19-1

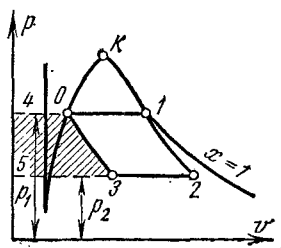


Рис. 19-2

ния, которая затем в виде теплоты передается воде и пару в котле 1 и перегревателе 2. Полученный пар направляется в паровую турбину 3, где и происходит преобразование теплоты в механическую работу, а затем обычно в электрическую энергию в электрогенераторе 4. Отработавший пар поступает в конденсатор 5, где отдает теплоту охлаждающей воде. Полученный конденсат конденсационным насосом 6 направляется в питательный бак 7, откуда питательная вода забирается питательным насосом 8, сжимается до давления, равного давлению в котле, и подается через подогреватель 9 в паровой котел 1.

Как известно, наиболее совершенным идеальным циклом является цикл Карно. Для насыщенного пара цикл Карно представлен на рис. 19-2. Точка 0 характеризует начальное состояние кипящей воды при давлении p_1 . Воде при постоянной температуре $T_{н1}$ и постоянном давлении p_1 сообщается теплота q_1 , равная теплоте парообразования r (процесс 0-1). Полученный сухой насыщенный пар от точки 1 расширяется по адиабате в цилиндре паровой турбины до давления p_2 (процесс 1-2). В этом процессе температура пара понижается до $T_{н2}$ конденсатора и степень сухости уменьшается от $x = 1$ до x_2 . Образовавшийся влажный пар со степенью сухости x_2 частично конденсируется при постоянной температуре $T_{н2}$ и давлении p_2 до точки 3 (процесс 2-3). При этом сухость его уменьшается до x_3 . От пара отводится теплота $q_2 = r_2 (x_2 - x_3)$. От точки 3 пар по адиабате сжимается в компрессоре до начального состояния, и пар полностью превращается в кипящую воду.

Паротурбинная установка, работающая по циклу Карно, должна состоять из парового котла (процесс 0-1), парового двигателя (процесс 1-2), конденсатора (процесс 2-3) и компрессора (процесс 3-0). Термический к. п. д. цикла Карно, где в качестве рабочего тела используют насыщенный пар, определяется по уравнению

$$\eta_t = \frac{T_{н1} - T_{н2}}{T_{н1}} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(i_1 - i_0) - (i_2 - i_3)}{i_1 - i_0}.$$

Применение перегретого пара в цикле Карно не увеличивает его к. п. д., если пределы температур остаются без изменения. На рис. 19-3 цикл Карно для насыщенного пара изображается пл. 01230, а для перегретого пара — пл. 04530. Из рисунка видно, что к. п. д. обоих циклов одинаковы.

Паросиловые установки, работающие по циклу Карно, имеют существенные недостатки, которые делают нецелесообразным их применение. Эти недостатки заключаются в следующем: в процессе 2-3 конденсация пара осуществляется не полностью, вследствие чего объем цилиндра компрессора при адиабатном сжатии влажного пара от точки 3 до 0 при давлении p_2 должен быть весьма значительным, а это требует большого расхода металла. Размеры цилиндра компрессора увеличиваются с возрастанием начального давления пара и уменьшением давления в конденсаторе, т. е. при переходе к более выгодным температурным режимам. Кроме того, необходимость осуществления цикла Карно только в области двухфазных состояний не позволяет иметь высокую начальную температуру пара, ограниченную в пределе критической температурой, т. е. не дает возможности получить достаточно больше значения термического к. п. д. цикла.

Главное же заключается в том, что затрачиваемая действительная работа на привод компрессора значительно больше теоретической вследствие наличия в нем больших потерь, связанных с необратимостью протекающих процессов. Эти потери могут увеличить действительную работу по сравнению с теоретической на 50% и выше.

§ 19-2. Цикл Ренкина

За основной цикл в паротурбинной установке принят идеальный цикл Ренкина. В этом цикле осуществляется полная конденсация рабочего тела в конденсаторе, вследствие чего вместо громоздкого малоэффективного компрессора для подачи воды в котел применяют питательный водяной насос, который имеет малый габарит и высокий к. п. д. При сравнительно небольшой мощности, потребляемой насосом, потери в нем оказываются малыми по сравнению с общей мощностью паротурбинной установки. Кроме того, в цикле Ренкина возможно применение перегретого пара, что позволяет повысить среднетемпературную температуру подвода теплоты и тем самым увеличить термический к. п. д. цикла.

На рис. 19-4 изображен идеальный цикл Ренкина в p - v -диаграмме. Точка 4 характеризует состояние кипящей воды в котле при давлении p_1 . Линия 4-5 изображает процесс парообразования в котле; затем пар подсушивается в перегревателе — процесс 5-6, 6-1 — процесс перегрева пара в перегревателе при давлении p_1 . Полученный пар по адиабате 1-2 расширяется в цилиндре парового двигателя до давления p_2 в конденсаторе. В процессе 2-2' пар полностью конденсируется до состояния кипящей жидкости при давлении p_2 , отдавая теплоту парообразования охлаждающей воде. Процесс сжатия воды 2'-3 осуществляется в насосе; получающееся при этом повышение температуры воды ничтожно мало, и им в исследованиях при давлениях до 30—40 бар

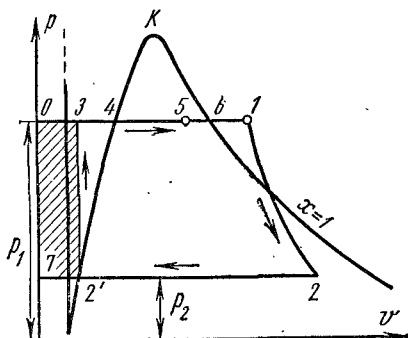


Рис. 19-4

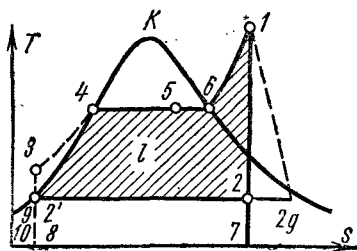


Рис. 19-5

пренебрегают. Линия 3-4 изображает изменение объема воды при нагревании от температуры в конденсаторе до температуры кипения. Работа насоса изображается заштрихованной пл. 032'7. Энтальпия пара при выходе из перегревателя в точке 1 равна i_1 и на T - s -диаграмме (рис. 19-5)* изображается пл. 92'34617109. Энтальпия пара при входе в конденсатор в точке 2 равна i_2 и на T - s -диаграмме изображается пл. 92'27109. Энтальпия воды при выходе из конденсатора в точке 2' равна i_2 и на T - s -диаграмме изображается пл. 92'8109. Полезная работа пара в цикле Ренкина изображается на p - v -диаграмме пл. 2'346122' (рис. 19-5).

Если в цикле Ренкина учитывать работу насоса, то процесс адиабатного сжатия воды в нем представится на T - s -диаграмме (рис. 19-5) адиабатой 2'-3, а изобара 3-4 соответствует нагреванию воды в котле при давлении p_1 до соответствующей температуры кипения.

Термический к. п. д. цикла Ренкина определяется по уравнению

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1.$$

Теплота q_1 в цикле подводится при $p = \text{const}$ в процессах 3-4 (подогрев воды до температуры кипения), 4-6 (парообразование) и 6-1 (перегрев пара) (см. рис. 19-5).

* Аномальность воды при построении процессов в T - s -диаграмме не учитывалась.

Для 1 кг пара q_1 равно разности энтальпий начальной и конечной точек процесса

$$q_1 = i_1 - i_3.$$

Это количество теплоты изображается на Ts -диаграмме пл. 82'346178. Отвод теплоты q_2 осуществляется в конденсаторе по изобаре 2-2', следовательно,

$$q_2 = i_2 - i_2'.$$

Отводимая теплота изображается на Ts -диаграмме пл. 2'2782'. Термический к. п. д. цикла Ренкина определяем по уравнению

$$\eta_t = [(i_1 - i_2) - (i_3 - i_2')] / (i_1 - i_3). \quad (19.1)$$

Термический к. п. д. цикла может быть также получен по уравнению

$$\eta_t = l / q_1,$$

где l — полезная работа цикла.

Полезная работа цикла равна работе паровой турбины без работы, затраченной на привод насоса. Работа паровой турбины равна уменьшению энтальпии в процессе 1-2

$$l_T = i_1 - i_2.$$

При адиабатном сжатии воды в насосе и подаче ее в котел затрачивается работа

$$l_H = i_3 - i_2'.$$

Тогда

$$l = l_T - l_H = (i_1 - i_2) - (i_3 - i_2'),$$

отсюда к. п. д. цикла Ренкина равен

$$\eta_t = [(i_1 - i_2) - (i_3 - i_2')] / (i_1 - i_3).$$

Учитывая, что вода практически несжимаема, уравнение (19.1) можно представить в ином виде.

При адиабатном сжатии воды в насосе и $v = \text{const}$

$$l_H = i_3 - i_2' = \int_{p_2}^{p_1} v dp = v (p_1 - p_2),$$

где v — удельный объем воды при давлении p_2 .

Работа на привод насоса изображается на pv -диаграмме пл. 032'70 (см. рис. 19-4).

Заменив в уравнении (19.1) разность $(i_3 - i_2')$ на $v (p_1 - p_2)$, получим

$$\eta_t = [(i_1 - i_2) - v (p_1 - p_2)] / (i_1 - i_3),$$

но

$$i_3 = i_2' + v (p_1 - p_2);$$

поэтому

$$\eta_t = [(i_1 - i_2) - v (p_1 - p_2)] / [i_1 - i_2' - v (p_1 - p_2)]. \quad (19.2)$$

В таком виде уравнение для термического к. п. д. цикла Ренкина применяется в технических расчетах.

Напомним, что при невысоких давлениях в расчетах цикла Ренкина делают следующие допущения: не учитывают повышения температуры воды при адиабатном сжатии в насосе (практически точки 3 и 2' в Ts -диаграмме сливаются); полагают, что изобары жидкости сливаются с пограничной кривой жидкости вследствие того, что удельный объем воды весьма мал по сравнению с объемом пара; пренебрегают работой насоса. Поэтому цикл Ренкина с учетом этих допущений принимает вид, изображенный на рис. 19-6, а термический к. п. д. паротурбинного цикла определяется по приближенной формуле

$$\eta_t = (i_1 - i_2)/(i_1 - i_{2'}), \quad (19-3)$$

Термический к. п. д. цикла Ренкина равен отношению адиабатного теплопадения к энтальпии перегретого пара минус энтальпия кипящей воды при давлении в конденсаторе и вычисляется по таблицам или по is -диаграмме водяного пара.

При расчетах паротурбинных установок и отдельных элементов в ней требуется знание массового удельного расхода пара, обычно обозначаемого буквой d .

Теоретический массовый удельный расход пара в килограммах на 1 Мдж составляет

$$d_{\text{теор}} = 1000/(i_1 - i_2),$$

где i_1 и i_2 — энтальпия, кдж/кг.

Потери от необратимого расширения пара в двигателе учитываются внутренним относительным к. п. д. турбины

$$\eta_{\text{от}} = (i_1 - i_{2\text{д}})/(i_1 - i_2),$$

где $i_{2\text{д}}$ — энтальпия в конце действительного расширения пара в турбине.

Потери от необратимости, уменьшая полезную работу, увеличивают удельный расход пара:

$$d_{\text{д}} = 1000/(i_1 - i_{2\text{д}}).$$

§ 19-3. Влияние основных параметров на величину к. п. д. цикла Ренкина

Исследование термического к. п. д. цикла Ренкина при различных начальных и конечных состояниях пара позволяет сделать вывод, что с увеличением начального давления и начальной температуры пара и понижением конечного давления в конденсаторе к. п. д. паротурбинной установки растет. Выясним влияние этих параметров на величину к. п. д. цикла Ренкина.

Влияние начального давления пара. При увеличении начального давления пара и одном и том же конечном давлении

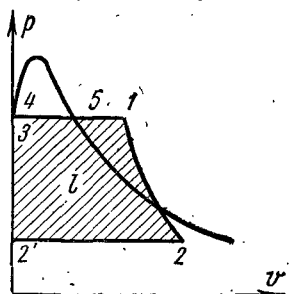


Рис. 19-6

нии в конденсаторе термический к. п. д. паротурбинной установки значительно увеличивается, а удельный расход пара уменьшается.

Увеличение начального давления с p_1 до p'_1 связано с повышением температуры насыщенного пара, т. е. с повышением средней температуры подвода теплоты, что ясно видно из Ts -диаграммы (рис. 19-7, а). Возрастание средней температуры подвода теплоты и отвода теплоты

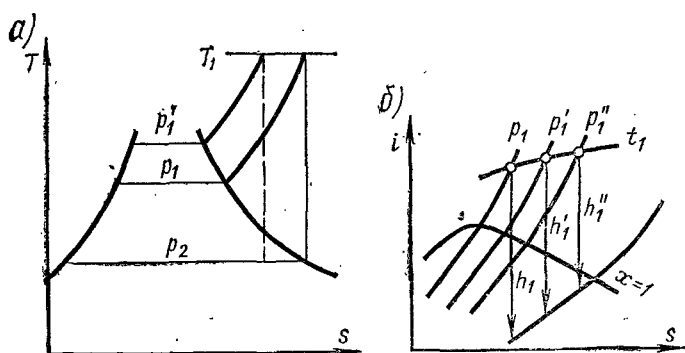


Рис. 19-7

в конденсаторе при $p = \text{const}$ приводит к увеличению к. п. д. цикла. Следовательно, не начальное давление является причиной увеличения к. п. д. паросиловой установки, а увеличение средней температуры подвода теплоты. Из is -диаграммы (рис. 19-7, б) также можно устано-

вить, что с увеличением начального давления пара увеличивается адиабатное теплопадение h_1 , но повышается конечная влажность пара и капли воды разрушают лопатки последних ступеней турбины. Конечная влажность пара выше 13—14% не допускается.

Значительное увеличение к. п. д. с ростом начального давления пара имеет существенное значение в повышении экономичности работы паротурбинных установок. В настоящее время осваиваются давления до 300 бар.

Влияние начальной температуры пара. При повышении начальной температуры пара происходит увеличение к. п. д.

паротурбинного цикла, так как увеличивается среднеинтегральная температура подвода теплоты и при этом растет адиабатное теплопадение h (рис. 19-8). Увеличение к. п. д. цикла будет более значительным, если с увеличением температуры будет возрастать и начальное давление пара. Например, при начальном давлении в 20 бар и повышении температуры с 400 до 550°С к. п. д. цикла увеличивается с 0,332 до 0,355. Если же одновременно будет увеличиваться и давление, например до 200 бар при тех же условиях, то к. п. д. цикла будет увеличиваться с 0,405 до 0,434.

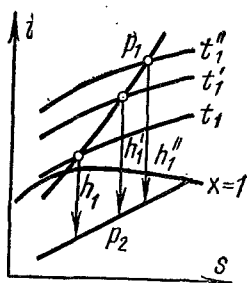


Рис. 19-8

Одновременно с увеличением начальной температуры уменьшается удельный расход пара. В настоящее время используют пар с температурой до 565°C и осваивается пар с температурой до 600°C и выше. Повышение температуры перегрева пара ограничивается способностью металла, из которого сделаны трубы, выдерживать большие давления при высоких температурах, т. е. конечные параметры пара определяются наличием относительно дешевых жаропрочных металлов.

Влияние конечного давления в конденсаторе. Понижение давления в конденсаторе является особенно эффективным средством для повышения термического к. п. д. паротурбинной установки. Из is -диаграммы (рис. 19-9), видно, что понижение давления в конденсаторе значительно уменьшает среднеинтегральную температуру отвода теплоты и увеличивает адиабатное теплопадение h , а следовательно, и к. п. д. цикла. Например, при начальном давлении в 100 бар , $t_1 = 600^{\circ}\text{C}$ и конечном давлении 1 бар к. п. д. цикла равен $0,308$. При понижении давления в конденсаторе до $0,3\text{ бар}$ к. п. д. цикла увеличивается до $0,356$. При уменьшении давления до $0,05\text{ бар}$, что соответствует температуре насыщения 33°C , к. п. д. цикла возрастает до $0,417$. Однако выбор конечного давления в конденсаторе определяется температурой охлаждающей воды, так как для интенсивного теплообмена разность температур между паром и охлаждающей водой должна быть $10\text{--}15^{\circ}\text{C}$.

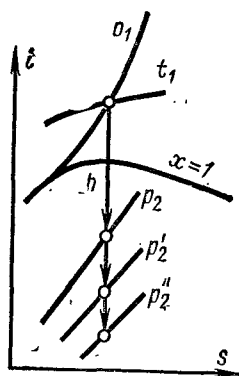


Рис. 19-9

§ 19-4. Цикл со вторичным перегревом пара

Исследование работы паротурбинной установки показывает, что повышение начального давления и уменьшение конечного давления ведет к увеличению к. п. д. цикла. Однако одно повышение начального давления увеличивает конечную влажность пара.

Для уменьшения влажности пара в конце расширения повышают начальную температуру его. Но при давлении в 100 бар и температуре 560°C степень сухости при конечном давлении в конденсаторе $0,05\text{ бар}$ в идеальном цикле уже получается равной $0,79$, а при давлении в 200 бар — $0,74$.

Одним из способов повышения степени сухости пара на выходе из турбины является вторичный его перегрев. Этот способ состоит в том, что перегретый пар из котла с начальными давлением и температурой поступает в первый цилиндр турбины, состоящий из нескольких ступеней, где расширяется по адиабате до некоторого давления p_1' . Образовавшийся пар отводят в специальный перегреватель, где он подвергается вторичному перегреву при постоянном давлении. Затем его снова возвращают в турбину, где пар продолжает расширяться до давления в конденсаторе. Такой цикл с вторичным перегревом пара представлен

на рис. 19-10. Точка 1 соответствует начальному состоянию пара; точка 2 — конечному состоянию пара за турбиной после вторичного перегрева; точка 2' соответствует конечному состоянию пара при отсутствии вторичного перегрева. Конечная степень сухости в результате введения промежуточного перегрева повышается от x_2 до x_1 . Кроме того, вторичный перегрев пара дает некоторый экономический эффект (2-3%), если средняя температура подвода теплоты в дополнительном цикле 7-2-2'-6-7 будет выше средней температуры подвода теплоты в цикле с однократным перегревом, и эффект будет тем больше,

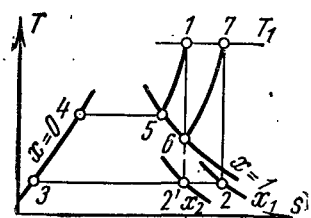


Рис. 19-10

чем выше температура в начальной и конечной точках промежуточного перегрева. При давлениях, близких к критическому и сверхкритическому, иногда применяют два и более промежуточных перегрева. Тогда термический к. п. д. цикла равен

$$\eta_t = [(i_1 - i_0) + (i_7 - i_2)] / [(i_1 - i_3) + (i_7 - i_6)], \quad (19-4)$$

где $(i_1 - i_0)$ и $(i_7 - i_2)$ — адиабатное теплопадение в первом и втором цилиндрах турбины; $(i_1 - i_3)$ — количество теплоты, подведенное в котле и первом перегревателе; $(i_7 - i_6)$ — количество теплоты, подведенное во втором перегревателе.

Массовый удельный расход пара в килограммах на 1 Мдж равен

$$d = 1000 / [(i_1 - i_0) + (i_7 - i_2)]. \quad (19-5)$$

§ 19-5. Регенеративный цикл паротурбинной установки

Как известно, термический к. п. д. цикла можно значительно повысить введением регенерации теплоты.

Условный предельно-регенеративный цикл паротурбинной установки изображен на рис. 19-11. В этом цикле подогрев питательной воды (процесс 4-5) производится за счет отведенной теплоты в процессе 2-3. При этом количество теплоты, отведенное в процессе 2-3 и измеряемое пл. 27832, равно количеству теплоты, подводимому в процессе 4-5 к измеряемому пл. 04590. Равенство площадей возможно только тогда, когда кривые 4-5 и 2-3 эквидистантны. Так как средняя температура подвода теплоты от внешнего источника к рабочему телу получается выше, чем у обычного цикла Ренкина, то регенеративный цикл имеет более высокий к. п. д., но он будет все же меньше, чем у цикла Карно, если взять последний в том же интервале температур.

Из рассмотрения цикла на рис. 19-11 следует, что использованная теплота на участке 2-3 для подогрева воды в процессе 4-5 уменьшает удельную полезную работу пара в регенеративном цикле по сравнению

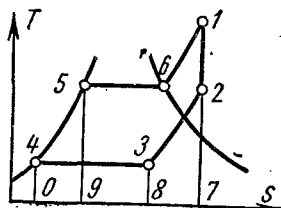


Рис. 19-11

с обычным циклом, т. е. регенеративный цикл характеризуется большим удельным расходом пара.

Ввиду равенства площадей под кривыми процессов 2-3 и 4-5 цикл, изображенный на рис. 19-11, можно заменить эквивалентным по термическому к. п. д. циклом (рис. 19-12).

Термический к. п. д. такого цикла равен

$$\eta_t = 1 - q_2/q_1 = 1 - [T_2 (s_1 - s'_1)/(i_1 - i'_1)],$$

где T_2 — абсолютная температура пара в конденсаторе; s_1 — энтропия перегретого пара; s'_1 — энтропия кипящей жидкости при начальном давлении; i_1 — энтальпия перегретого пара; i'_1 — энтальпия кипящей жидкости при начальном давлении p_1 .

По указанной формуле может быть рассчитан термический к. п. д. предельно-регенеративного цикла паротурбинной установки.

На практике регенеративный подогрев питательной воды осуществляется в нескольких последовательно включенных подогревателях, в каждый из которых поступает небольшое количество пара, отбираемого из соответствующей ступени турбины. При таком способе отбора пара через отдельные ступени турбины протекает постепенно уменьшающееся количество пара, причем большая его часть, которая не принимала участия в подогреве воды, будет, как и в цикле Ренкина, расширяться до давления в конденсаторе.

Прямое изображение цикла паротурбинной установки с регенерацией в термодинамических диаграммах невозможно, так как при каждом отборе количество пара меняется от ступени к ступени. В зависимости от способа включения греющего пара и конденсата в общую сеть питательной воды возможны различные схемы регенерации, отличающиеся друг от друга как по эксплуатационным, так и по экономическим характеристикам.

На рис. 19-13 изображена каскадная схема паротурбинной установки с тремя отборами пара для подогрева питательной воды. На рисунке означают: 1 — паровой котел; 2 — пароперегреватель; 3 — паровая турбина; 4 — конденсатор; 5 — насос питательной воды; 6 — поверхностный подогреватель; 7 — дренажный насос; 8 — конденсат греющего пара; 9 — питательная вода; 10 — греющий пар из отбора турбины. Поступающий из котла 1 пар в турбину 3 имеет давление p_1 , температуру t_1 и энтальпию i_1 ; в конденсаторе 4 давление p_2 , температура t_2 и энтальпия i_2 . Через турбину проходит не весь пар. Из каждого килограмма пара, поступившего в паровую турбину, отбирается: g_1 кг в первый подогреватель 6 с энтальпией i' , давлением p' и температурой t' ; g_2 кг во второй подогреватель с энтальпией i'' ,

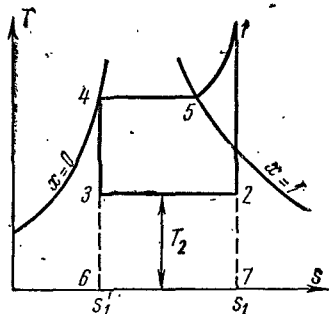


Рис. 19-12

давлением p'' и температурой t'' ; g_3 кг в третий подогреватель с энтальпией i''' , давлением p''' и температурой t''' . Отводится в конденсатор g кг пара.

Тогда

$$g_1 + g_2 + g_3 + g = 1.$$

Образующийся конденсат после турбины при давлении p_2 и температуре t_2 подается конденсатным насосом 5 последовательно через три подогревателя 6 и, нагреваясь до температуры более высокой, чем температура воды в конденсаторе, нагнетается питательным насосом 5

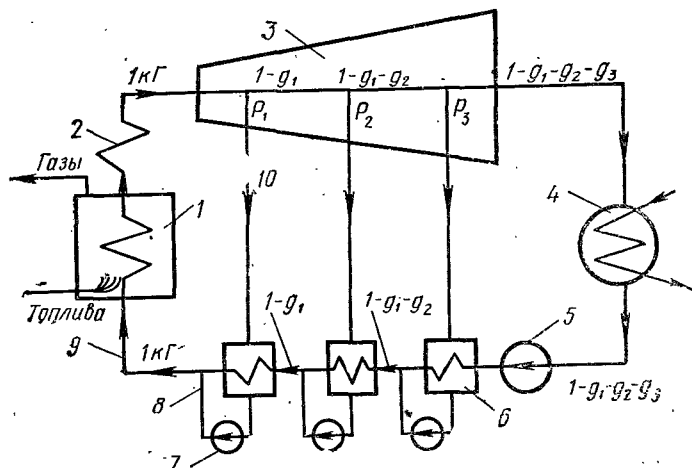


Рис. 19-13

в котел. Температура питательной воды t' с энтальпией $i_{п.в.}$. Полезная работа 1 кг пара в идеальной турбине с регенерацией меньше, чем $i_1 - i_2$, работа пара l в цикле определяется как сумма работ от потоков пара, проходящих через турбину:

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4.$$

Термический к. п. д. регенеративного цикла равен

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = l/q_1,$$

где q_1 — теплота, определяемая как разность $i_1 - i_{п.в.}$; $i_{п.в.}$ — энтальпия питательной воды при температуре t' , равной температуре насыщения при давлении пара в первом отборе p' .

До первого отбора через турбину проходит 1 кг пара, поэтому

$$l_1 = i_1 - i'.$$

Между первым и вторым отборами расширяется $(1 - g_1)$ кг пара, работа которого равна

$$l_2 = (1 - g_1) (i' - i'').$$

Между вторым и третьим отборами расширяется $(1 - g_1 - g_2)$ пара. В этом случае работа равна

$$l_3 = (1 - g_1 - g_2) (i'' - i''').$$

Между третьим отбором и конденсатором работа пара будет равна

$$l_4 = (1 - g_1 - g_2 - g_3) (i''' - i_2).$$

Работа турбины определяется как сумма работ всех ступеней:

$$l = (i_1 - i') + (1 - g_1) (i' - i'') + (1 - g_1 - g_2) (i'' - i''') + (1 - g_1 - g_2 - g_3) (i''' - i_2),$$

или

$$l = i_1 - i' g_1 - i'' g_2 - i''' g_3 - i_2 g.$$

Термический к. п. д. регенеративного цикла равен

$$\eta_t = l/q = (i_1 - i' g_1 - i'' g_2 - i''' g_3 - i_2 g) / (i_1 - i_{п.в.}) \quad (19-6)$$

Расход пара в килограммах на 1 Мдж

$$d = 1000/l = 1000 / (i_1 - i' g_1 - i'' g_2 - i''' g_3 - i_2 g) \quad (19-7)$$

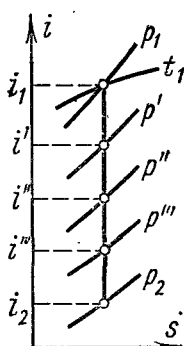


Рис. 19-14

Энтальпия пара в местах отбора удобнее всего определять по i -диаграмме (рис. 19-14). По данным начального состояния пара перед турбиной и конечного в конденсаторе проводим адиабату расширения. Проектируя на ось координат состояние промежуточных точек в местах отборов пара, определяем соответствующие значения энтальпий. Расходы пара в местах отбора определяем из уравнения тепловых балансов подогревателей, для которых принимается что температура питательной воды и конденсата в каждом подогревателе равна температуре насыщения проходящего через него пара. Например, в первый подогреватель входит вода из второго подогревателя в количестве $(1 - g_1)$ кг с энтальпией i'_0 , а также пар из отбора турбины в количестве g_1 кг с энтальпией i' , выходит же из подогревателя 1 кг питательной воды с энтальпией $i_{п.в.}$. Тогда уравнение теплового баланса первого подогревателя можно записать так:

$$i_{п.в.} = g_1 i' + (1 - g_1) i'_0,$$

откуда

$$g_1 = (i_{п.в.} - i'_0) / (i' - i'_0) \quad (19-8)$$

Аналогично рассуждая, можно определить расход пара в местах любого отбора.

Введение регенерации для подогрева питательной воды увеличивает термический к. п. д. цикла паротурбинной установки на 10—14%, при этом чем больше начальные параметры пара, тем выше экономия. Применение регенерации уменьшает проходные сечения между лопат-

ками в последней ступени турбины, а следовательно, уменьшает ее габарит.

Регенеративный подогрев питательной воды уменьшает необратимость процесса передачи теплоты в котле от горячих газов к рабочему телу, так как средняя температура рабочего тела повышается вследствие увеличения начальной температуры, а это в свою очередь уменьшает разность температур между горячими газами и рабочим телом.

§ 19-6. Бинарные циклы

Вода как рабочее тело в паросиловом цикле обладает существенным недостатком, заключающимся в том, что при сравнительно невысокой критической температуре ($t_{кр} = 374,15^\circ \text{C}$) она имеет высокое критическое давление (221, 15 бар).

В результате для увеличения термического к. п. д. цикла приходится повышать начальную температуру пара в сочетании с высоким начальным давлением, что ограничивается имеющимися жаропрочными металлами.

Кроме того, необходимость увеличения перегрева пара приводит к относительному уменьшению термического к. п. д. цикла Ренкина по сравнению с циклом Карно, осуществленному в том же интервале температур, так как в области перегрева пара процесс подвода теплоты осуществляется в менее эффективном по сравнению с изотермным, изобарным процессе.

К. п. д. цикла Ренкина можно было бы увеличить, если бы удалось найти рабочее тело со значительно более высокой критической температурой, чем у воды, при умеренном критическом давлении. Тогда процесс подвода теплоты в цикле можно было бы осуществлять при высоких температурах в области насыщенного пара без последующего перегрева, т. е. в изотермном процессе при небольших начальных давлениях. При этом в области низких температур давление насыщения рабочего тела не должно быть слишком малым.

Однако такого рабочего тела до сих пор найти не удалось. Поэтому возникла идея создания сложного цикла с двумя рабочими телами, или так называемого *бинарного цикла*. В таком сложном цикле одно рабочее тело должно иметь высокую критическую температуру при сравнительно низком давлении. Это рабочее тело используется в цикле, осуществляемом в области высоких температур. Другое рабочее тело должно иметь сравнительно высокое давление насыщения при температуре окружающей среды. Второе рабочее тело используется в цикле, осуществляемом в области низких температур. Соединение этих двух циклов дает возможность значительно расширить общий перепад температур и тем самым увеличить общий термический к. п. д. по сравнению с пароводяным циклом.

В качестве первого рабочего тела используют ртуть, у которой высокие температуры насыщения соответствуют сравнительно низким давлениям. Например, при температуре насыщенного пара ртути $t_n = 582,4^\circ \text{C}$ давление равно 20,23 бар. Критическая температура ртути

равна 1420°C . В области низких температур, на нижней изобаре цикла, более подходящим рабочим телом является вода.

Принципиальная схема бинарной ртутно-водяной установки представлена на рис. 19-15. Сплошными линиями показан ртутный контур. Ртутный пар, образующийся в ртутном котле 1, поступает в ртутную турбину 3. Из турбины ртутный пар после расширения направляется в конденсатор-испаритель 2, где конденсируется и отдает свою теплоту воде для образования водяного пара. Поэтому конденсатор-испаритель одновременно является и пароводяным котлом. Жидкая ртуть обычно самотеком вновь возвращается в ртутный котел, а образовавшийся водяной пар направляется в перегреватель 4, после чего поступает в

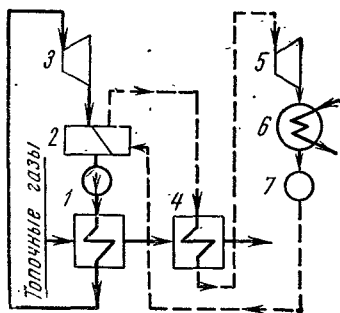


Рис. 19-15

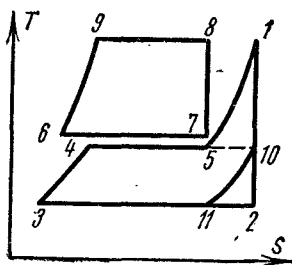


Рис. 19-16

паровую турбину 5, где производит полезную работу. Отработавший водяной пар поступает в конденсатор 6, а затем насосом 7 перекачивается в конденсатор-испаритель. Пунктирными линиями показан водяной контур.

На рис. 19-16 представлена Ts -диаграмма бинарного ртутно-водяного цикла. Так как энтальпия отработавшего ртутного пара в несколько раз меньше энтальпии водяного пара, то за одно и то же время через конденсатор-испаритель должно пройти ртутного пара в 10—12 раз больше, чем водяного. В связи с этим на Ts -диаграмме цикл 1-2-3-4-5-1 вычерчен для 1 кг водяного пара, а цикл 8-7-6-9-8 для m кг ртутного пара. Циклы располагают так, чтобы процесс адиабатного расширения ртути проходил над точкой 5 сухого насыщенного водяного пара.

В бинарных установках применяют сухой насыщенный ртутный пар при давлениях, 10—15 бар с температурами $517—557^{\circ}\text{C}$. В ртутной турбине адиабатное расширение допускается до давлений 0,1 — 0,04 бар, что соответствует температуре $247—227^{\circ}\text{C}$. Начальную температуру водяного пара берут на $10—15^{\circ}$ ниже температуры ртутного пара в конденсаторе (порядка $237—217^{\circ}\text{C}$), что соответствует давлению в 33 — 25 бар.

Для повышения к. п. д. бинарной установки рекомендуют применять регенеративный подогрев питательной воды (процесс 10-11). Так как теплоемкость жидкой ртути очень мала, то регенеративный подогрев ртути эффекта не дает и поэтому не применяется. Перегрев

водяного пара применяют для уменьшения конечной влажности пара при его расширении в турбине.

Действительная эффективность бинарного цикла значительно выше эффективности пароводяной установки; термический к. п. д. его достигает 0,8 — 0,85 от величины к. п. д. цикла Карно, работающего в тех же пределах температур. При начальной температуре ртутного пара 500° К и конечной температуре в водяном конденсаторе 30° С термический к. п. д. бинарного цикла с регенеративным подогревом питательной воды равен $\eta_t = 0,57$. При применении ртутного пара с температурой 500—600° С к. п. д. бинарного цикла будет еще выше.

Термический к. п. д. бинарного цикла без регенерации определяется из общего уравнения

$$\eta_t = \frac{L}{Q_1} = \frac{L_p + l_b}{Q_1} = \frac{m(i_8^p - i_7^p) + (i_1^b + i_2^b)}{m(i_8^p - i_6^p) + (i_1^b - i_5^b)}, \quad (19-9)$$

где L_p — работа m кг ртутного пара; l_b — работа 1 кг водяного пара; m — кратность циркуляции ртути (масса ртути, приходящаяся на 1 кг воды, кг); i_8^p — энтальпия ртутного пара за ртутным котлом; i_7^p — энтальпия ртутного пара за ртутной турбиной; i_1^b — энтальпия перегретого водяного пара за пароперегревателем; i_2^b — энтальпия водяного пара за турбиной; i_6^p — энтальпия ртути за конденсатором; i_5^b — энтальпия насыщенного водяного пара при выходе из котла.

Величину m находим из теплового баланса конденсатор-испарителя:

$$m = (i_5^b - i_3^b) / (i_7^p - i_6^p), \quad (19-10)$$

где i_3^b — энтальпия воды за конденсатором.

Первая бинарная ртутно-водяная паротурбинная установка мощностью 1800 квт была построена в 1923 г. В последующие годы мощность ртутных турбин все увеличивалась, и в настоящее время уже имеются установки мощностью в одной турбине 20000 квт. При эксплуатации ртутно-водяных установок была установлена полная их надежность и безопасность в работе благодаря применению высококачественной сварки, а также их высокая экономичность.

В настоящее время ведутся работы по замене ртути другими более дешевыми веществами с высокой температурой кипения и созданию более совершенных циклов для освоенного интервала температур.

§ 19-7. Основы теплофикации

Выше установлено, что термический к. п. д. цикла Ренкина при самых благоприятных условиях не превышает 50%, а если учесть потери теплоты в котельной при сжигании топлива, в паропроводах; на трение в турбогенераторах и другие потери, то действительный к. п. д. конденсационной паротурбинной установки не будет превышать 30—35%. Наибольшая потеря теплоты происходит в конденсаторе. Применяющаяся для конденсации пара вода имеет невысокую конечную температуру, при которой ее практически использовать нельзя. Эта теплота q_2 изображается на рис. 19-17 пл. 15761. Если же повысить

конечное давление p_2 до 1—2 бар, то отработавший пар в турбине можно использовать для коммунально-бытовых нужд населения (бани, отопление зданий, горячее водоснабжение и др.). Если конечное давление повысить до 1,5—5 бар, то отработавший пар может быть использован непосредственно для производственных нужд фабрик и заводов. В обоих случаях теплота сжигаемого топлива используется сначала для выработки электроэнергии, а затем в нагревательных приборах самого различного назначения. Такое комбинированное получение электроэнергии и теплоты для бытовых и производственных нужд осуществляется в теплофикационных установках, а сами электростанции называются *теплоэлектроцентралями*, или ТЭЦ.

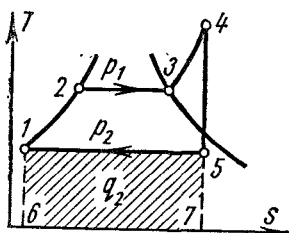


Рис. 19-17

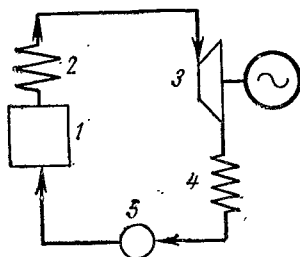


Рис 19-18

Принципиальная тепловая схема ТЭЦ дана на рис. 19-18. ТЭЦ состоит из парового котла 1 с перегревателем 2, паровой турбины 3 с противодавлением p_2 , вырабатывающей электроэнергию, тепловых потребителей 4 и насоса 5. Конденсатор в этой установке отсутствует. Давление p_2 определяется производственными условиями. Чем выше p_2 , тем меньше выработка механической работы и тем меньше термический к. п. д. цикла:

$$\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = l/q_1,$$

но степень использования теплоты в установке при этом возрастает:

$$K = (l + q_2)/q_1, \quad (19-11)$$

где l — теплота, превращенная в работу; q_2 — теплота, использованная тепловыми потребителями.

Обычно на ТЭЦ применяют конденсационные турбины с отбором пара при давлениях, удовлетворяющих производственным и тепловым потребителям как в теплоте, так и в электроэнергии в широком диапазоне.

Развитие теплофикации имеет в СССР большое народнохозяйственное значение. Комбинированная выработка теплоты и электроэнергии значительно уменьшает расход топлива по сравнению с отдельной их выработкой. Общий коэффициент использования теплоты топлива на ТЭЦ достигает 80% и больше. По уровню развития теплофикации Советский Союз занимает первое место в мире.

§ 19-8. Внутренний относительный к. п. д. паровой турбины

При рассмотрении цикла Ренкина принималось, что он состоит только из обратимых процессов. В действительном цикле паротурбинной установки каждый из процессов, составляющих цикл, является в той или иной степени необратимым, поэтому к. п. д. действительной установки получается ниже термического к. п. д. обратимого цикла.

Процесс 2'-3 (рис. 19-19) необратим из-за потери теплоты на трение, а процессы 3-4, 4-5, 5-1 и 2-2' необратимы из-за теплообмена при конечной разности температур, но степень необратимости во всех этих процессах относительно мала, и в первом приближении ее можно не учитывать.

Основная необратимость в паротурбинной установке связана с потерей кинетической энергии на трение пара при его расширении в соплах и на лопатках турбины, поскольку течение пара происходит с большой скоростью.

Необратимый процесс расширения 1-6 может быть условно изображен на термодинамической диаграмме, если известны начальные и конечные его параметры. Полезная работа, совершаемая потоком в необратимом адиабатном процессе, не зависит от пути процесса и равна разности действительных

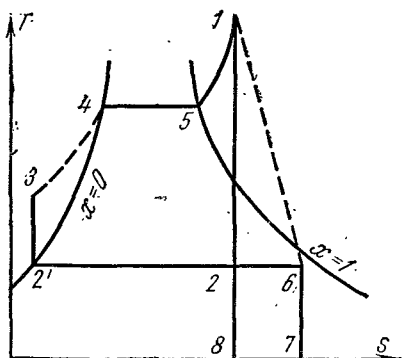


Рис. 19-19

энтальпий в начале и конце процесса:

$$l_n = i_1 - i_6.$$

Так как в необратимом процессе 1-6 энтропия всегда возрастает, то энтропия в точке 6 должна быть больше энтропии в точке 2. Не превратившаяся в работу теплота трения идет на увеличение энтальпии пара, поэтому пл. 2678 будет измерять теплоту, воспринятую отработавшим паром вследствие необратимости процесса. Разность между теоретической и действительной работой (пл. 2678) выразится уравнением

$$l_T - l_n = (i_1 - i_2) - (i_1 - i_6) = i_6 - i_2.$$

Отношение действительной работы, совершаемой потоком пара в турбине, к теоретической называется *внутренним относительным к. п. д. паровой турбины* и обозначается η_{oi} :

$$\eta_{oi} = \frac{l_n}{l_T} = \frac{i_1 - i_6}{i_1 - i_2} = 1 - \frac{i_6 - i_2}{i_1 - i_2} = \frac{\text{пл. } 122'3451 - \text{пл. } 26782}{\text{пл. } 122'3451}. \quad (19-12)$$

§ 19-9. Эффективный к. п. д. паротурбинной установки

При анализе работы паротурбинной установки обычно все процессы рассматривают при непрерывном протекании рабочего тела через отдельные элементы установки.

Необратимость процессов паротурбинной установки приводит к потере работы и соответственно к уменьшению полезной работы.

Удельная полезная работа паротурбинной установки может быть определена по формуле (9-43):

$$l_{\text{пол}} = l_{\text{макс}} - T_0 \Delta s,$$

где $l_{\text{макс}}$ — максимальная полезная работа (начальная работоспособность), которая может совершить 1 кг рабочего тела при изменении его состояния от данного до состояния среды с температурой T_0 ; Δs — приращение энтропии всей системы вследствие необратимости процесса.

Цикл паротурбинной установки состоит из последовательных процессов, изображенных на рис. 19-20. В точке 2' можно принять, что рабочее тело обладает нулевой работоспособностью, так как его состояние близко к состоянию окружающей среды. Тогда потеря работоспособности в действительных процессах будет равна сумме потерь работоспособности отдельных процессов.

В общем виде имеем

$$l_{\text{пол}} = l_{\text{макс}} - \Sigma \Delta s T_0, \quad (19-13)$$

где $\Sigma \Delta s$ — суммарное приращение энтропии системы за 1 цикл.

Полезная работа, получаемая за 1 цикл (без учета механических потерь на валу турбины и в передающем механизме), равна максимальной работоспособности системы, рассчитанной за 1 цикл, за вычетом суммарной потери работоспособности.

Если в действительной паротурбинной установке считать, что только процесс расширения пара в турбине и процесс сжатия в насосе протекает необратимо, то полезная (внутренняя) работа установки может быть определена следующим уравнением:

$$l_{\text{пол}} = (i_6 - i_8) \eta_{oi} - (i_3 - i_2') / \eta_{он}, \quad (19-14)$$

где η_{oi} и $\eta_{он}$ — внутренние относительные к. п. д. паровой турбины и насоса.

При определении количества теплоты, подводимой в паротурбинной установке, необходимо учитывать, что при отсутствии потерь в окружающую среду работа, затрачиваемая в насосе на сжатие и подачу в котел воды, полностью передается воде в форме теплоты ввиду необратимости процесса сжатия в насосе. Поэтому подведенная от внешних источников теплота q' определяется по формуле

$$q' = (i_1 - i_2') - (i_3 - i_2') / \eta_{он}.$$

Следовательно, внутренний относительный к. п. д. паротурбинной установки (без учета механических потерь на валу турбины и в передающем механизме) равен

$$\eta_{ou} = \frac{l_{\text{пол}}}{q'} = \frac{(i_6 - i_8) \eta_{oi} - (i_3 - i_2') / \eta_{он}}{(i_1 - i_2') - (i_3 - i_2') / \eta_{он}} = \frac{(i_6 - i_7) - (i_3' - i_2')}{i_1 - i_3'}. \quad (19-15)$$

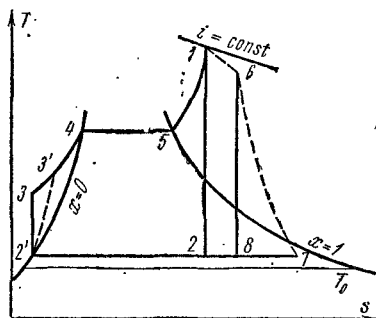


Рис. 19-20

Эффективный к. п. д. паротурбинной установки,¹ без регенерации тепла и теплофикационных отборов, определяется следующим образом:

$$\eta_e = \frac{l_{\text{пол}}}{q'} = \eta_k \frac{\eta_{oi}(i_6 - i_8) - (i_3 - i_{2'})/\eta_{оп}}{i_1 - i_{2'} - (i_3 - i_{2'})/\eta_{оп}}, \quad (19-16)$$

где

$$\eta_{оп} = (i_3 - i_{2'})/(i_{3'} - i_{2'}). \quad (19-17)$$

Контрольные вопросы и примеры к XIX главе

1. Чем отличается паротурбинная установка от двигателей внутреннего сгорания?

2. Цикл Карно для насыщенного пара.

3. Чем отличается цикл Ренкина от цикла Карно?

4. Изобразить цикл Ренкина в p - v - и T - s -диаграммах.

5. Как определить термический к. п. д. и удельный расход пара в цикле Ренкина?

6. Каково влияние начального давления пара на термический к. п. д. цикла Ренкина?

7. Каково влияние начальной температуры пара на термический к. п. д. цикла Ренкина?

8. Каково влияние конечного давления на термический к. п. д. цикла Ренкина?

9. Цикл паротурбинной установки со вторичным перегревом пара.

10. Описать регенеративный цикл паротурбинной установки.

11. Описать бинарный цикл.

12. T - s -диаграмма бинарного цикла.

13. Чем выгодна совместная выработка электроэнергии и теплоты?

14. Тепловая схема ТЭЦ.

15. Коэффициент использования теплоты топлива на ТЭЦ.

16. Значение теплофикации для народного хозяйства СССР.

17. Что такое внутренний относительный к. п. д. паровой турбины и как он определяется?

18. Как определяется удельная полезная работа паровой турбины?

19. Из каких необратимых процессов состоит действительный цикл паротурбинной установки?

20. Как определяется внутренний относительный к. п. д. насоса и паротурбинной установки?

21. Как определяется эффективный к. п. д. паротурбинной установки?

Пример 19-1. Определить к. п. д. идеального цикла Ренкина при начальной температуре пара $t = 500^\circ \text{C}$ и конечном давлении $p_2 = 0,1 \text{ бар}$. Задачу решить, когда: 1) начальное давление $p_1 = 20 \text{ бар}$; 2) $p_1 = 50 \text{ бар}$; 3) $p_1 = 100 \text{ бар}$.

Термический к. п. д. идеального цикла Ренкина

$$\eta_t = (i_1 - i_2)/(i_1 - i_{2'}).$$

Все энтальпии пара берутся по таблицам водяного пара.

1. $i_1 = 3470 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2360 \text{ кДж/кг}$; $i_2' = 192 \text{ кДж/кг}$;

$$\eta_t = (3470 - 2360)/(3470 - 192) = 0,34$$

2. $i_1 = 3440 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2210 \text{ кДж/кг}$;

$$\eta_t = (3440 - 2210)/(3440 - 192) = 0,38.$$

3. $i_1 = 3380 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2100 \text{ кДж/кг}$;

$$\eta_t = (3380 - 2100)/(3380 - 192) = 0,402.$$

С увеличением начального давления термический к. п. д. цикла Ренкина возрастает.

Пример 19-2. Определить термический к. п. д. цикла Ренкина при начальном давлении пара $p_1 = 40 \text{ бар}$ и начальной температуре $t = 500^\circ \text{C}$. Задачу решить, когда конечное давление $p_2 = 2 \text{ бар}$; $p_2 = 0,5 \text{ бар}$; $p_2 = 0,05 \text{ бар}$.

Термический к. п. д. цикла Ренкина равен

$$\eta_t = (i_1 - i_2)/(i_1 - i_2').$$

1. $i_1 = 3450 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2700 \text{ кДж/кг}$; $i_2' = 505 \text{ кДж/кг}$;

$$\eta_t = (3450 - 2700)/(3450 - 505) = 0,255.$$

2. $i_1 = 3450 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2470 \text{ кДж/кг}$; $i_2' = 340 \text{ кДж/кг}$;

$$\eta_t = (3450 - 2470)/(3450 - 340) = 0,315.$$

3. $i_1 = 3450 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2170 \text{ кДж/кг}$; $i_2' = 138 \text{ кДж/кг}$;

$$\eta_t = (3450 - 2170)/(3450 - 138) = 0,387.$$

С уменьшением конечного давления при одинаковых начальных параметрах термический к. п. д. цикла Ренкина возрастает.

Пример 19-3. Паротурбинная установка работает по циклу Ренкина с перегретым паром при начальных параметрах $p_1 = 20 \text{ бар}$, $t_1 = 400^\circ \text{C}$ и конечном давлении $p_2 = 0,05 \text{ бар}$. Определить термический к. п. д. цикла и удельный расход пара.

По i -диаграмме находим: $i_1 = 3250 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 2180 \text{ кДж/кг}$; $x_2 = 0,84$; $i_2' = 138 \text{ кДж/кг}$.

Термический к. п. д. цикла Ренкина равен

$$\eta_t = (3250 - 2180)/(3250 - 138) = 0,344.$$

Расход пара на 1 МДж.

$$d = 1000/(i_1 - i_2) = 0,93 \text{ кг/МДж}.$$

Если двигатель будет работать на сухом насыщенном паре, то $i_1 = 2800 \text{ кДж/кг}$; $i_2 = 1940 \text{ кДж/кг}$; $i_2' = 138 \text{ кДж/кг}$.

К. п. д. цикла равен

$$\eta_t = (2800 - 1940)/(2800 - 138) = 0,323.$$

Расход пара на 1 МДж составляет

$$d = 1000/(i_1 - i_2) = 1,16 \text{ кг/МДж}.$$

Пример 19-4. Определить внутренний относительный и эффективный к. п. д. паротурбинной установки и состояние пара за турбиной,

если начальные параметры $p_1 = 160$ бар и $t_1 = 550^\circ \text{C}$, давление в конденсаторе $p_2 = 0,05$ бар; внутренние относительные к. п. д. турбины и питательного насоса соответственно равны $\eta_{\text{от}} = 0,88$; $\eta_{\text{он}} = 0,9$; к. п. д. котельной $\eta_{\text{к}} = 0,85$. Паротурбинная установка работает по циклу, изображенному на рис. 19-20.

Начальную энтальпию пара в конце адиабатного расширения находим из формул:

$$s_6 = s_8; s_6 = s'_8 + (r_8/T_8)x_8; 6,5 = 0,4764 + (2423,1/306)x_8,$$

откуда $x_8 = 0,76$.

$$i_8 = i'_8 + r_8 x_8 = 137,79 + 2423,1 \cdot 0,76 = 1979 \text{ кДж/кг.}$$

Теоретический адиабатный перепад равен

$$-i_6 - i_8 = 3450 - 1979 = 1471 \text{ кДж/кг.}$$

Действительный теплоперепад с учетом внутреннего относительного к. п. д. турбины

$$\eta_{\text{от}} = (i_6 - i_7)/(i_6 - i_8); i_6 - i_7 = \eta_{\text{от}} (i_6 - i_8),$$

откуда

$$i_7 = i_6 - \eta_{\text{от}} (i_6 - i_8) = 3450 - 0,88 \cdot 1471 = 2156 \text{ кДж/кг.}$$

Зная энтальпию пара в точке 7, находим остальные параметры:

$$x_7 = (i_7 - i'_7)/r_7 = (2156 - 137,79)/2423 = 0,83;$$

$$v_7 = v'' x_7 = 28,24 \cdot 0,83 = 23,4 \text{ м}^3/\text{кг},$$

где v'' — объем сухого насыщенного пара при $p_2 = 0,05$ бар.

$$s_7 = (s'_7 + (r_7/T_7)x_7) = 0,4764 + (2423,1/306) \cdot 0,83 = 7,05 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град).}$$

Внутренний относительный к. п. д. цикла определяем по формуле

$$\eta_{\text{оу}} = \frac{(i_6 - i_8) \eta_{\text{от}} - (i_3 - i_2)/\eta_{\text{он}}}{(i_6 - i_2) - (i_3 - i_2)/\eta_{\text{он}}} = \frac{(3450 - 1979) 0,88 - (i_3 - 137,79)/0,9}{(3450 - 137,79) - (i_3 - 137,79)/0,9}.$$

Энтальпию и энтропию воды в точке 2 находим на линии кипящей жидкости ($x = 0$):

$$i_2 = i'_7 = 137,79 \text{ кДж/кг};$$

$$s_2 = s'_7 = 0,4764 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град).}$$

Энтальпию воды после сжатия в насосе находим из условия, что процесс 2-3 является адиабатным. При давлении $p_3 = p_1 = 160$ бар и энтропии $s_3 = s_2 = 0,4764 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)}$ по таблицам водяного пара определяем $i_3 = 152,8 \text{ кДж/кг}$. Разность $i_3 - i_2 = 152,8 - 137,79 = 15,0 \text{ кДж/кг}$ представляет собой теоретическую работу насоса, откуда $\eta_{\text{оу}} = 0,389$.

Термический к. п. д. цикла Ренкина без учета потерь

$$\eta_t = [(i_6 - i_8) - (i_3 - i_2)]/(i_1 - i_3) = [(3450 - 1979) - 15]/(3450 - 152,8) = 0,451.$$

Термический к. п. д. цикла Ренкина без учета работы насоса

$$\eta_t = (i_6 - i_8)/(i_6 - i_2) = 1471/3212 = 0,458.$$

ЦИКЛЫ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ, ПАРОГАЗОВЫХ И МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

§ 20-1. Термодинамические циклы атомных установок

За последние годы после Великой Отечественной войны в Советском Союзе, США, Англии и других странах были созданы атомные электростанции, в которых используется энергия, выделяющаяся при расщеплении ядер тяжелых элементов изотона урана U^{235} и плутония Pu^{239} .

Первая в мире атомная электростанция мощностью 5000 *квт* была построена в СССР в 1954 г. Исследования этой атомной установки послужили основанием для создания мощных более совершенных атомных электростанций. В 1959 г. был построен самый мощный в мире атомный ледокол «Ленин». Атомные установки получили большое применение в подводных лодках.

Большую сложность в атомных установках представляет отвод огромного количества теплоты, которое выделяется в реакторе. В настоящее время имеется много схем отвода теплоты, но все они строятся по одному принципу — теплоту отводят с помощью какой-либо циркулирующей жидкости или газа.

Схема двухконтурной атомной установки приведена на рис. 20-1. В реакторе 1 осуществляется деление ядер тяжелых элементов, при котором выделяется большое количество теплоты, отводимой специальным теплоносителем. В качестве теплоносителя применяют воду, жидкие металлы (натрий, калий), органические соединения и газы (углекислый газ, гелий и др.). Теплоноситель, омывающий тепловыделяющие элементы с высокой радиоактивностью, сам становится радиоактивным. Радиоактивный теплоноситель направляется не в турбину, а в промежуточный теплообменник — парогенератор 2, где отдает свою теплоту рабочему телу второго контура паросиловой установки. После этого насосом 3 теплоноситель возвращается вновь в реактор. Вся установка первого контура вследствие своей большой радиоактивности отделяется от остальной части электростанции специальной биологической защитой 7. Во втором контуре циркулируют вода и водяной пар, который образуется в парогенераторе, получая теплоту от теплоносителя. Затем пар поступает в турбогенератор 4, вырабатывающий электроэнергию. Обработавший в турбине пар направляется в конденсатор 5, где конденсируется и водяным насосом 6 опять подается в парогенератор 2. Вода как теплоноситель обладает большим недостатком. Она не дает возможности получать высокие значения параметров водяного пара во втором контуре. Так, например, если вода-теплоноситель имеет давление 100 бар и температуру 320° С, то рабочим телом второго контура будет сухой-насыщенный пар при давлении 30 бар, что соответству-

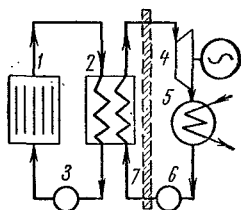


Рис. 20-1

ет температуре 232°C . При такой низкой температуре рабочего тела термический к. п. д. цикла Ренкина равен 35%, а с учетом потерь действительный к. п. д. составляет 17—20%. Водяной пар более высокого давления можно получить, только применяя другой теплоноситель, имеющий высокую температуру кипения при малых давлениях.

На рис. 20-2 приведена Ts -диаграмма, на которой изображен цикл паросиловой установки, работающей на сухом насыщенном паре. Подогреву воды и парообразованию в парогенераторе соответствует процесс 4-1-2. Адиабатный процесс 2-3 протекает в паровой турбине, а процесс 3-4 — в конденсаторе.

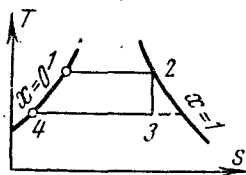


Рис. 20-2

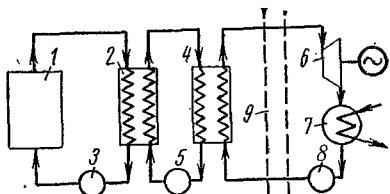


Рис. 20-3

Термический к. п. д. цикла и удельный расход пара определяются по уравнениям (19-2) и (19-3):

$$\eta_t = (i_1 - i_2)/(i_1 - i_2') \text{ и } d_{\text{теор}} = 1000/(i_1 - i_2).$$

Если в качестве теплоносителя применяют жидкие металлы (натрий, калий), которые бурно реагируют с водой, то осуществляют два промежуточных контура. Последние уменьшают опасность распространения радиоактивного металла в случае аварии установки. На рис. 20-3 изображена схема трехконтурной атомной электростанции, где 1 — реактор; 2 — первый промежуточный теплообменник; 3 — насос для перекачки теплоносителя; 4 — парогенератор, или второй теплообменник; 5 — насос для данного контура; 6 — турбогенератор; 7 — конденсатор; 8 — питательный насос; 9 — биологическая защита.

Одноконтурные схемы атомных станций с паротурбинными установками — это чаще всего схемы с реакторами кипящего типа. В кипящих реакторах пар образуется в активной зоне, из которой непосредственно направляется в турбину. В качестве теплоносителя и замедлителя в кипящих реакторах используют обычную воду.

Для кипящих реакторов и реакторов с газовыми теплоносителями применяют как двухконтурные, так и одноконтурные установки. В последнем случае рабочее тело будет обладать радиоактивностью, что является нежелательным и опасным для обслуживающего установочного персонала.

Тепловую мощность реактора определяют по количеству теплоты, передаваемой теплоносителем в парогенератор. Тепловую мощность реактора $Q_{\text{тр}}$ при прохождении через парогенератор m кг/сек теплоносителя определяют из уравнения

$$Q_{\text{тр}} = m (i_{2\text{т}} - i_{1\text{т}}),$$

где $i_{2т}$ — энтальпия теплоносителя по выходе из парогенератора;
 $i_{1т}$ — энтальпия теплоносителя при входе в парогенератор.

К. п. д. работающих и строящихся атомных электростанций достигает 17—36%. Наибольшее влияние на общий к. п. д. электростанции оказывает термический к. п. д. парового цикла, который в настоящее время не имеет высоких значений.

Чтобы уменьшить большую разность температур между температурой питательной воды второго контура и теплоносителем, рекомендуется применять регенеративный подогрев питательной воды паром от паровой турбины с отборами. Условный регенеративный цикл паротурбинной установки изображен на рис. 20-4. Температура регенеративного подогрева воды выбирается в зависимости от температуры теплоносителя и бывает весьма различной.

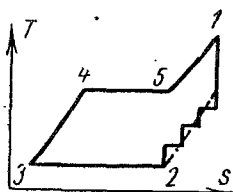


Рис. 20-4

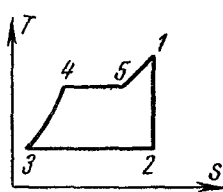


Рис. 20-5

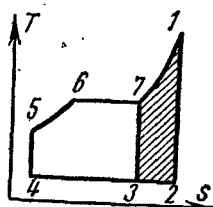


Рис. 20-6

На первой советской атомной электростанции предельная температура для центра тепловыделяющих элементов с металлическим ураном принималась равной 370°C , что позволило получать перегретый пар с давлением 13 бар и температурой 270°C .

Для судовой установки ледокола «Ленин» был принят цикл с давлением $p_1 = 29$ бар и температурой перегретого пара 310°C , что позволило снизить конечную влажность пара (рис. 20-5). Однако перегрев пара в парогенераторе с водяным теплоносителем применяется только в специальных установках. Как показывают расчеты, более высокий к. п. д. АЭС получается при применении огневого пароперегрева. Например, для бельгийской АЭС с кипящим реактором давление вторичного пара 47 бар, а после огневого перегрева температура пара достигает 565°C . Общий к. п. д. установки $\eta = 37,1\%$.

На рис. 20-6 изображен цикл бельгийской АЭС с огневым пароперегревом, за счет которого получена дополнительная пл. 12371. Но применение огневого пароперегрева не решает центральной задачи — использования самого ядерного горючего. Кроме того, применение двух видов источников теплоты на АЭС вызывает известные неудобства в эксплуатации. Более перспективным является перегрев пара в самом реакторе. Тепловая схема такой установки с водяным теплоносителем осуществлена на Белоярской АЭС. Водяной пар при давлении 90 бар перегревается в самом реакторе до 500°C , что дает возможность получить высокий к. п. д. (до $\eta = 35\%$). Перегрев пара в реакторе предусматривается и на других АЭС во многих странах.

Работа атомных электростанций существенно отличается от условий работы тепловых электростанций, так как мощность реактора может

меняться в весьма широких пределах, и ограничивается она только условиями отвода теплоты от тепловыделяющих элементов. Тесная связь работы реактора и паросилового контура определяет выбор всех основных параметров атомной электростанции. Техничко-экономический и термодинамический анализ циклов позволяет выбрать наиболее целесообразную схему атомной электростанции.

В планах развития народного хозяйства СССР атомная энергетика занимает видное место. Ни одна отрасль техники не развивается так быстро, как атомная энергетика. С 1954 г., пуска первой в мире атомной электростанции в СССР, до 1 января 1970 г., т. е. за 16 лет, в разных странах мира было построено 80 АЭС общей мощностью более 15 млн. квт. Ученые предсказывают, что к 2000 году мощность АЭС превысит сотни миллионов киловатт.

В настоящее время уран и плутоний используются недостаточно эффективно, так как реакторы АЭС работают на тепловых, медленных нейтронах. Лучшие результаты получаются в реакторах, работающих на быстрых нейтронах. Такие реакторы обладают особенной способностью расширенного воспроизводства ядерного горючего. Кроме того, реакторы на быстрых нейтронах позволяют включить в топливный цикл уран-238 и торий-232, т. е. гораздо полнее осваивать природные запасы ядерного горючего. Строительство АЭС с реакторами на быстрых нейтронах — генеральная линия дальнейшего развития атомной энергетики в нашей стране. Этой новой отрасли народного хозяйства принадлежит будущее.

§ 20-2. Циклы парогазовых установок

Парогазовые установки являются типичными бинарными установками с коэффициентом заполнения цикла, приближающимся к единице*.

В парогазовых установках в качестве рабочих тел используют продукты сгорания топлива в газовых турбинах, после которых они поступают в парогенераторы для получения водяного пара.

Исследования показали термодинамическую эффективность парогазовых турбинных установок по сравнению с чисто газотурбинными установками, в которых не используется теплота отходящих газов с высокой температурой, и чисто паротурбинными установками, имеющими относительно низкую начальную температуру пара. Поэтому основным условием эффективности парогазовой установки является применение продуктов сгорания топлива как рабочего тела в области высоких температур и водяного пара в области низких температур. Только такое распределение функций между газом и паром дает положительные результаты.

Как известно, максимальный термический к. п. д. теплового двигателя или наибольшую выработку механической работы можно получить в установке, работающей по обратимому циклу Карно.

* Под коэффициентом заполнения цикла подразумевается отношение площади данного цикла в Ts -диаграмме к площади цикла Карно, осуществленного в том же интервале температур.

Идеальный парогазовый цикл, соответствующий обратимому циклу Карно, в котором температуры рабочего тела при подводе и отводе теплоты постоянны, изображается пл. 1234 на рис. 20-7. Пл. 12541 изображает газовую часть цикла, а пл. 345 — паровую часть цикла. В процессе 4-5 осуществляется передача теплоты от газовой части к паровой. Если принять температуру $t_2 = 10^\circ \text{C}$, а $t_1 = 800^\circ \text{C}$, то термический к. п. д. цикла Карно будет равен $\eta_t = 0,74$. Однако осуществить цикл Карно в действительности трудно и в реальных условиях можно создать установки, которые только в той или иной степени приближаются к этому циклу.

Схема парогазовой установки, работающей с раздельными потоками продуктов сгорания и водяного пара, представлена на рис. 20-8. В этой установке воздух, сжатый в компрессоре 1, подается в камеру сгорания высоконапорного парогенератора 2, работающего на газовом или жидком топливе при постоянном давлении.

Часть теплоты продуктов сгорания топлива расходуется в парогенераторе на парообразование и перегрев пара, так что температура газов на входе в газовую турбину 3 снижается до заданной величины. Каждое

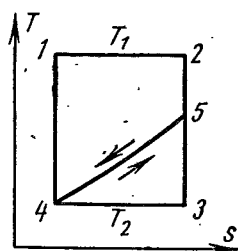


Рис. 20-7

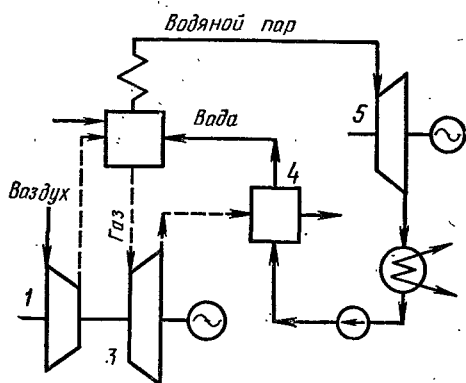


Рис. 20-8

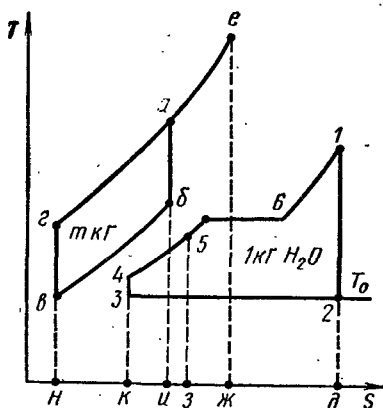


Рис. 20-9

рабочее тело — водяной пар и продукты сгорания топлива движутся по самостоятельным контурам и взаимодействие между ними осуществляется лишь в форме теплообмена в аппаратах поверхностного типа.

Теплота выхлопных газов после газовой турбины используется для подогрева питательной воды паровой части установки в газовазодном подогревателе 4. Электрическая энергия вырабатывается в двух генераторах, приводимых в движение паровой 5 и газовой 3 турбинами, причем часть мощности газовой турбины расходуется на привод компрессора.

Термодинамический цикл парогазовой установки состоит из двух циклов — газового $a-b-g-a$ и пароводяного $1-2-3-4-5-6-1$ (рис. 20-9).

Подводимая в цикле теплота топлива, сожженного в камере сгорания парогенератора, в Ts -диаграмме изображается пл. $e-ж-н-г-e$, которая разделяется на теплоту топлива, подведенную к газовой части цикла — пл. $a-u-n-g-a$, и теплоту топлива, подведенную к паровой части — пл. $e-ж-u-a-e$. Кривая 4-5 в пароводяном цикле изображает регенеративный подогрев питательной воды в газовой турбине, которая выделяется в процессе $б-в$.

Полезная работа пароводяного цикла равна

$$l'_в = (i_1 - i_2)\eta_{пт} - (i_4 - i_3)/\eta_{н}.$$

Полезная работа газового цикла равна

$$l'_г = m [(i_a - i_б)\eta_{гт} - (i_z - i_c)/\eta_{н}],$$

где $\eta_{пт}$, $\eta_{гт}$, $\eta_{н}$, $\eta_{к}$ — соответственно относительные внутренние к. п. д. паровой турбины, газовой турбины, насоса и компрессора.

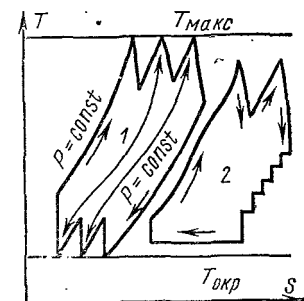


Рис. 20-10

Теоретическое количество теплоты, полученное рабочими телами, равно

$$q_1 = m (i_a - i_z) + (i_1 - i_5).$$

Зная все эти величины, можно написать формулу термического к. п. д. парогазового цикла:

$$\eta_t = \frac{(i_1 - i_2) + m (i_a - i_б) - (i_4 - i_3) - (i_г - i_б)}{(i_1 - i_5) + m (i_a - i_z)}.$$

Для нагревания 1 кг воды необходимо затратить теплоту m кг газа. Отношение m кг газа к 1 кг H_2O называется *кратностью газа* и определяется из уравнения теплового баланса газовой части подогревателя:

$$m = (i_5 - i_4) : (i_б - i_г).$$

На рис. 20-10 изображен цикл парогазовой установки, в которой возможно применение высоконапорных парогенераторов*. Такая установка обеспечивает получение к. п. д. электростанции до 48—50%. Пл. 1 изображает работу газовой части, а пл. 2 — паровой части.

Из рис. 20-10 видно, что реальный цикл парогазовой установки отличается от идеального многоступенчатым подводом теплоты в газовой части, температурой уходящих газов, которая выше температуры питательной воды, возрастанием энтропии при сжатии и расширении рабочего тела, перегревом пара, который производится за счет дополнительного сжигания топлива, регенеративным подогревом питательной воды.

* Высоконапорный парогенератор — котлоагрегат, в топочной камере и газоходах которого создается давление 5 бар и выше. Это интенсифицирует процессы горения и теплообмена, а также резко снижает габариты котлоагрегата.

Использование парогазовых установок улучшает тепловую схему электростанции, повышает ее к. п. д. и значительно снижает капитальные затраты при строительстве. Наиболее эффективными парогазовыми установками являются установки с высоконапорными парогенераторами и со сбросом отходящих газов газовой турбины в топку котельных агрегатов. В паровой части таких установок можно применять пар с давлением до 240 бар и температурой до 580° С, с промежуточным перегревом до 565° С. Применение паровой и газовой регенерации значительно повышает экономичность установок, при этом к. п. д. электростанции может быть доведен до 0,4—0,45 и выше.

Установка с высоконапорными парогенераторами имеет ряд преимуществ по сравнению с котельными обычного типа: уменьшен габарит установки, снижен расход металла и др. Эти установки обеспечивают большую экономию топлива по сравнению с чисто паровыми и газотурбинными установками. Уже в настоящее время парогазовые установки позволяют получить к. п. д. до 0,33 — 0,36, что дает им возможность конкурировать с паротурбинными установками на давление 130 бар и температуру пара 565° С. Увеличив же начальную температуру газа в газотурбинных установках до 800—900° С, применив многоступенчатое сжатие воздуха, промежуточный подвод теплоты, регенерацию в газовой и паровой частях и усовершенствование проточных каналов компрессоров и газовых турбин, можно повысить к. п. д. парогазовой турбинной установки примерно до 0,48.

В ближайшее время парогазовые установки из-за своих преимуществ получат в энергетике СССР значительное распространение.

§ 20-3. Циклы установок с магнитогидродинамическими генераторами [31]

Генерирование электрической энергии путем пропускания проводящей жидкости — плазмы через магнитное поле не является новой идеей. Оно основывается на хорошо известном принципе, который заключается в том, что в проводнике, пересекающем силовые линии магнитного поля, возникает электродвижущая сила.

Плазма возникает в результате ионизации атомов вследствие отрыва одного или нескольких электронов. Получить плазму можно различными способами: нагревая газ до высоких температур электрической дугой, электрическим высоковольтным разрядом, электромагнитной высокочастотной индукцией, бомбардировкой частицами при низком давлении.

Следовательно, плазма — это диссоциированный газ, атомы которого разделены на ионы и электроны. Отрицательно заряженные электроны и положительно заряженные ионы взаимосвязаны и ведут себя как свободные заряды, в результате чего плазма в целом нейтральна, но в то же время является проводником. Однако газ в плазменном двигателе чаще всего ионизирован неполностью и содержит нейтральные атомы. Такой газ называется *низкотемпературной плазмой*. Таким образом, низкотемпературная плазма — это электрически нейтральная смесь из электронов, ионов и нейтральных атомов. Плазма может вза-

...модествовать с электрическим и магнитным полями, что и используется в двигателях, где под действием электрического поля ионы движутся к катоду, а электроны к аноду.

Магнитогидродинамический (МГД) генератор основан на принципе движения ионизированного потока газа (при высокой температуре) между полюсами сильного электромагнита. Два электрода, расположенные с каждой стороны потока, воспринимают заряженные частицы, один (анод) — положительные, другой (катод) — отрицательные. При соединении обоих электродов проводником в цепи возникает электрический ток.

Газовый МГД-генератор имеет существенные преимущества по сравнению с обычной паротурбинной установкой. В паротурбинной установке химическая энергия топлива сначала переходит во внутреннюю энергию продуктов сгорания, которая в котельной установке частично передается воде и водяному пару, а энергия пара в турбогенераторе создает электрическую энергию. В МГД-генераторе рабочим телом служит ионизированный проводящий газ, движущийся в магнитном поле и являющийся одновременно проводником, что обуславливает более простую конструкцию установки. Кроме того, применение более высоких температур, получающихся в процессе горения, и отсутствие движущихся частей в МГД-генераторе увеличивают эффективный к. п. д.

Ионизированные газы не являются хорошими проводниками. Так, например, при температуре 2700°C и давлении 3 бар электропроводимость воздуха с добавкой калия ~ 1 моль%* в 10^6 раз меньше электропроводности меди. Поэтому газообразные продукты сгорания должны иметь добавки с низким потенциалом ионизации (цезий, калий) для получения достаточно высоких значений электропроводности. Электропроводимость газа зависит от степени ионизации и сечения упругого рассеяния электронов.

Метод отбора электрического тока различен для ионизированного газообразного и металлического проводника. В обычном генераторе переменного тока это осуществляется с помощью щеток. В случае газового проводника электроды должны иметь очень высокую температуру 2700°C . Проблема сохранения целостности магнитогидродинамического канала при этих температурах является одной из основных трудностей при любом практическом применении принципов магнитогидродинамики. В связи с этим перед промышленностью стоит задача по отысканию высокотемпературных тугоплавких материалов. Таким образом, для получения электроэнергии в МГД-генераторах стоят две центральные проблемы, связанные с электропроводимостью и поведением материалов при температурах порядка 2700°C . Не менее важной проблемой является также необходимость создания мощного

* Мольная доля N_i компонента i равна отношению числа молей n_i этого компонента к сумме чисел молей ($n_1 + n_2 + \dots + n_k$) всех k компонентов смеси и определяется по формуле $N_i = \frac{n_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$. Мольный процент, или мольная процентная концентрация, есть $100 N_i$.

магнитного поля ввиду относительно малой электропроводимости плазмы и сравнительно небольшой скорости движения ее по каналу МГД-генератора.

На рис. 20-11 представлена схема магнитогидродинамической установки, работающей на пылеугольном топливе по разомкнутой схеме. На рисунке условно показан одновальный турбоагрегат. Для эффективного использования теплоты топлива в установку включена паросиловая часть, утилизирующая теплоту отработавших в МГД-генераторе газов. Паровая часть включает турбину, состоящую из трех цилиндров.

Пылеугольное топливо поступает в камеру сгорания 1 МГД-генератора. Воздух в камеру сгорания подается компрессором 13 под давле-

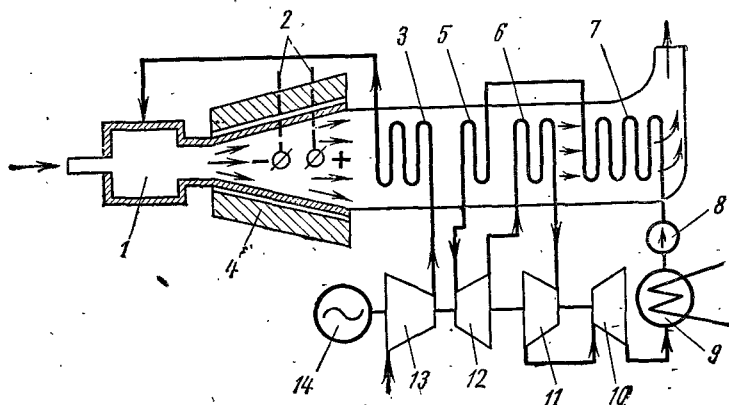


Рис. 20-11

нием до 10 бар. Воздух перед поступлением в камеру сгорания предварительно проходит через трубчатый регенератор теплоты 3, где подогревается до 2030°C . В камере сгорания температура газов достигает $2930 - 3030^{\circ}\text{C}$. С этой температурой газы поступают в канал МГД-генератора 4 постоянного тока, где расширяются до атмосферного давления со снижением температуры до 2400°C . Затем газы проходят последовательно через регенератор 3, пароперегреватели 5, 6 и парового котла 7, в котором охлаждаются до 150°C . Пар, получаемый в котле, последовательно проходит через цилиндр высокого давления 12, из которого направляется во вторичный перегреватель 6, цилиндр среднего давления 11 и цилиндр низкого давления 10. После этого пар поступает в конденсатор 9, из которого вода насосом 8 перекачивается снова в котел. Для отвода получаемого электрического тока в МГД-генераторе устанавливают две специальные шины 2. Электрогенератор 14 приводится в действие от паровой турбины. Замена парового цикла в МГД-генераторе парогазовым существенно сократит удельный расход теплоты на выработку электроэнергии генератором.

На рис. 20-12 изображен цикл МГД-установки в Ts -диаграмме. Компрессор сжимает воздух в процессе 1-2. Затем воздух подогревается в регенераторе до точки d (процесс 2- d). В камере сгорания

происходит дальнейший нагрев рабочего тела до $2930 - 3030^\circ \text{C}$ (точка 3). Пл. $d3ekd$ соответствует теплоте, выделившейся при сгорании топлива. Образовавшиеся газы из-камеры вытекают в канал генератора электрического тока, проходя через сильное магнитное поле. За каналом генератора температура рабочего тела падает до значения в точке 4. В идеальном МГД-генераторе в электрическую энергию превращается теплота, эквивалентная пл. 12341. К. п. д. такого генератора определяется отношением площадей:

$$\eta_{\text{МГД}} = \text{пл. } 12341 / \text{пл. } d3ekd.$$

Теплота уходящих газов в МГД-генераторе используется в паросиловой установке, идеальному циклу которой соответствует пл. 5111098765. Использованная теплота в паросиловой установке повышает к. п. д. МГД-установки до 55—60% и выше. Если применить газы, покидающие МГД генератор, в парогазовой установке, то к. п. д. всей системы может увеличиться еще на несколько процентов.

Таким образом, магнитогидродинамические системы преобразования энергии, в которых используется ионизированная плазма, могут работать только при высоких температурах, что связано с применением тугоплавких материалов. В настоящее время задача создания высокотемпературных тугоплавких материалов ждет своего разрешения.

Контрольные вопросы к XX главе

1. Какие вещества применяются в реакторах для получения нейтронной энергии?
2. Когда и где была построена первая атомная электростанция; дать описание ее цикла.
3. Дать описание двухконтурной атомной установки.
4. Какие вещества применяются в реакторах в качестве теплоносителей?
5. Почему пока нельзя получить высокий к. п. д. в атомной электростанции?
6. Где производится перегрев пара в атомной установке?
7. По какому циклу можно получить максимальный к. п. д. теплового двигателя?
8. Почему к. п. д. установки повышается при применении парогазового цикла?
9. Дать описание парогазового цикла.
10. Дать описание парогазовой установки с высоконапорным парогенератором.
11. Что такое высокотемпературная и низкотемпературная плазма?
12. Дать описание газовой магнитогидродинамической установки.
13. Какие методы применяются для повышения ионизации газа?

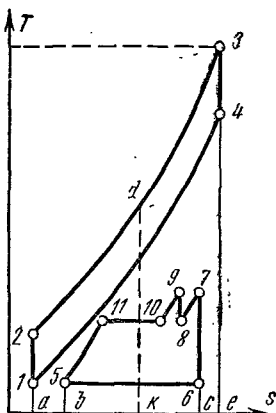


Рис. 20-12

ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

§ 21-1. Основные понятия о работе холодильных установок

В соответствии со вторым законом термодинамики (см. гл. VIII) отмечалось, что при обратном цикле Карно можно, затрачивая механическую работу, отнять теплоту от источника с низкой температурой и перенести ее к источнику с более высокой температурой. Машины, непрерывно поддерживающие температуры тел ниже температуры окружающей среды, называют *холодильными*.

Искусственное охлаждение помещений и различных тел находит широкое применение в народном хозяйстве (при строительстве подземных железных дорог, в угольных бассейнах, в горных рудниках, в химической и газовой промышленности, на машиностроительных заводах, где производится термическая обработка деталей машин при низких температурах). Холод имеет огромное значение для сохранения пищевых продуктов. Кондиционирование воздуха создает благоприятные условия в производственных и общественных зданиях и т. д. Для получения холода используются различные установки, в которых применяют в качестве рабочего тела газообразные тела.

Холодильные установки можно разделить на две группы. К первой группе относятся газовые или воздушные установки, в которых впервые было осуществлено промышленное получение холода. Ввиду малого холодильного эффекта и больших габаритов отдельных аппаратов такие установки не получили широкого распространения.

Ко второй группе относятся компрессорные паровые установки. Рабочим телом (холодильным агентом) в них являются пары различных веществ: аммиака (NH_3), углекислоты (CO_2), сернистого ангидрида (SO_2), фреонов (фторохлорпроизводные углеводородов), характерным представителем которых является фреон-12 (CF_2Cl_2) и др. Паровые холодильные установки, обладающие большой надежностью действия, получили в промышленности самое широкое распространение.

Кроме газовых и паровых существуют холодильные установки, основанные на других принципах: парожеткорные и абсорбционные. В них для производства холода затрачивается не механическая работа, а теплота какого-либо рабочего тела с высокой температурой.

В парожеткорной холодильной машине для сжатия холодильного агента используется кинетическая энергия струи рабочего пара произвольного вещества. Парожеткорная холодильная установка отличается невысоким термодинамическим совершенством и в промышленности применяется редко. Более широкое распространение получили абсорбционные холодильные установки. В них для получения холодильного эффекта используется (как и в парожеткорных) энергия в виде теплоты.

Холодильная установка в отличие от теплового двигателя работает по обратному, или холодильному, циклу, наиболее совершенным типом которого является обратимый обратный цикл Карно (рис. 21-1).

В процессе 1-4 к холодильному агенту подводится теплота q_2 , отнимаемая от охлаждаемых тел; она изображается пл. 51465. В процессе 2-3 от холодильного агента отводится теплота q_1 , изображаемая пл. 23652. Эта теплота передается верхнему источнику теплоты при температуре, равной постоянной температуре в процессе 3-2. Пл. 12341 эквивалентна затрачиваемой механической работе.

Показателем совершенства обратного цикла является *холодильный коэффициент*

$$\varepsilon = q_2/l.$$

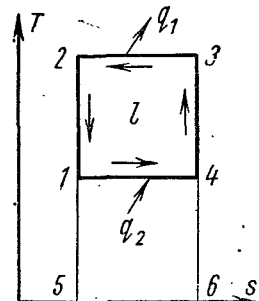


Рис. 21-1

Чем больше отнимается теплоты q_2 и чем меньше при этом затрачивается механической работы или чем больше ε , тем совершенней будет холодильный цикл. Холодильный коэффициент произвольного обратного цикла меньше по сравнению с холодильным коэффициентом обратного цикла Карно.

§ 21-2. Циклы воздушных, парожетторных и абсорбционных холодильных установок

На рис. 21-2 изображена схема воздушной холодильной установки, где в качестве рабочего тела применяют воздух, являющийся наиболее удобным, безвредным и доступным рабочим телом. Воздушная холодильная установка работает следующим образом. Воздух, охлаждающий помещение 1, сжимается в компрессоре 2, в результате чего температура его увеличивается. Сжатый воздух при постоянном давлении нагнетается в теплообменник 3, в котором охлаждается водой до температуры окружающей среды. После этого сжатый воздух поступает в расширительный цилиндр, или детандер 4, где расширяется до начального давления. При расширении температура воздуха падает до -60 или -70°C и холодный воздух направляется для охлаждения помещения, где, нагреваясь, опять поступает в компрессор.

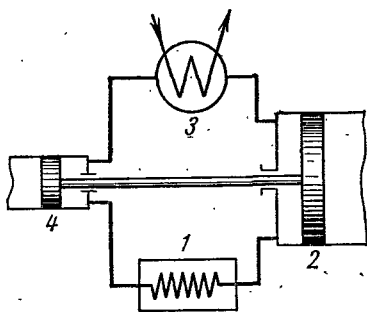


Рис. 21-2

Идеальный цикл воздушной холодильной установки представлен в p - и T -диаграммах (рис. 21-3 и 21-4).

Воздух в процессе 1-2 адиабатно сжимается от давления p_1 до p_2 . В изобарном процессе 2-3 от воздуха отводится теплота внешнему источнику, и температура его понижается от T_2 до T_3 . При адиабатном расширении в процессе 3-4 воздух дополнительно охлаждается от тем-

температуры T_3 до T_4 . Далее в изобарном процессе 4-1 происходит отвод теплоты от охлаждаемого помещения (теплоотдатчика), в результате чего воздух нагревается от T_4 до T_1 .

Работа, затрачиваемая на осуществление цикла, равна разности теплоты q_1 и q_2 . Считая теплоемкость постоянной, имеем

$$q_1 = c_p (T_2 - T_3), \quad q_2 = c_p (T_1 - T_4),$$

$$l = q_1 - q_2 = c_p (T_2 - T_3) - c_p (T_1 - T_4).$$

Тогда холодильный коэффициент цикла равен

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l} = \frac{T_1 - T_4}{(T_2 - T_3) - (T_1 - T_4)} = \frac{1}{[(T_2 - T_3)/(T_1 - T_4)] - 1}.$$

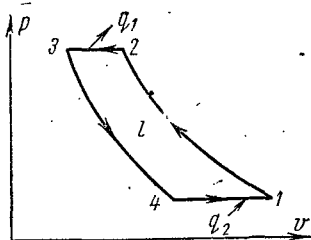


Рис. 21-3

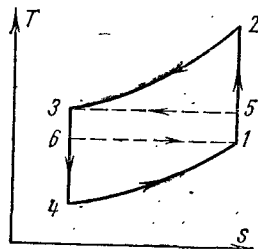


Рис. 21-4

Из адиабатных процессов 1-2 и 3-4

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k} \text{ и } T_3/T_4 = (p_3/p_4)^{(k-1)/k},$$

но $p_2 = p_3$, а $p_1 = p_4$, тогда

$$T_2/T_1 = T_3/T_4.$$

или по свойствам пропорции

$$(T_2 - T_3)/(T_1 - T_4) = T_2/T_1 = T_3/T_4.$$

Окончательно имеем

$$\varepsilon = \frac{1}{(T_2/T_1) - 1} = T_1/(T_2 - T_1), \quad (21-1)$$

где T_1 — температура охлаждаемого помещения или температура воздуха, засасываемого в компрессор; T_2 — температура сжатого воздуха.

Цикл воздушной холодильной установки внешне необратим, так как отвод теплоты осуществляется в окружающую среду с постоянной температурой, в пределе равной T_3 . Подвод теплоты происходит от охлаждаемого помещения, в котором должна поддерживаться постоянная температура, не превышающая T_1 . Таким образом, из-за несовершенства цикла воздух после компрессора должен перегреваться на разность температур $T_2 - T_3$ и охлаждаться ниже температуры охлаждаемого помещения на величину $T_1 - T_4$. Наиболее совершен-

ным процессом отвода теплоты был бы изотермный процесс 5-3 (рис. 21-4), а процессом подвода теплоты — изотермный процесс 6-1. При этом указанные процессы можно было бы в пределе провести обратимо. Но цикл 1-5-3-6-1 будет обратимым циклом Карно. Следовательно, лишний раз подтверждается, что обратимый обратный цикл Карно является наиболее совершенным циклом холодильной установки.

По сравнению с циклом Карно в идеальном цикле воздушной холодильной установки дополнительно затрачивается работа, равная сумме пл. 2352 и 1641. При этом количество теплоты, отбираемой от охлаждаемого помещения за один цикл, будет меньше на величину пл. 1641 по сравнению с теплотой в цикле Карно.

Холодильный коэффициент эквивалентного обратного цикла Карно, как это следует из рис. 21-4, равен

$$\epsilon_K = q_2/l = q_2/(q_1 - q_2) = T_1 (T_3 - T_1),$$

поскольку $T_3 < T_2$, то $\epsilon_K > \epsilon$.

Цикл воздушной холодильной установки является термодинамически несовершенным, а установка малоэкономична и громоздка.

На рис. 21-5 изображена схема парозежекторной холодильной установки. Пар рабочего тела из испарителя 1 поступает в камеру смешения эжектора 2. В эту же камеру через сопло подается пар из котла 6. Полученная в камере смесь пара сжимается в диффузоре эжектора и поступает в конденсатор 3, где, отдавая теплоту парообразования, полностью конденсируется. При выходе из конденсатора жидкость разветвляется на два потока. Один поток жидкости дросселируется в регулирующем вентиле 4. Там происходит падение давления и температуры, а небольшая часть жидкости превращается в пар. Полученный влажный пар с малой степенью сухости (до 10%) поступает в испаритель 1 и является холодильным агентом. Другой поток конденсата направляется питательным насосом 5 в котел 6, где вследствие подведенной извне теплоты превращается в пар и снова поступает к соплу эжектора.

В испарителе 1 холодильный агент — влажный пар, получая теплоту охлаждаемых тел, при постоянном давлении испаряется и в виде сухого пара подается в камеру смешения эжектора, и цикл повторяется. В парозежекторной холодильной установке энергия затрачивается не в форме механической работы, а в форме теплоты. Холодильный коэффициент парозежекторной холодильной установки определяется уравнением

$$\epsilon = q_2/q_1, \quad (21-2)$$

где q_2 — количество теплоты, подводимое к холодильному агенту в испарителе на 1 кг холодильного агента; q_1 — количество теплоты, подводимое к пару в паровом котле на 1 кг холодильного агента.

Существенным преимуществом парозежекторных холодильных установок является отсутствие дорогого компрессора. Кроме того,

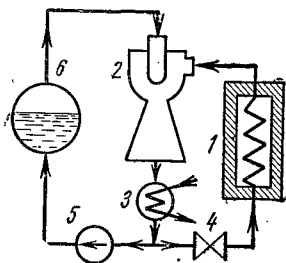


Рис. 21-5

они отличаются простотой, надежностью в работе и малыми размерами всех агрегатов, но термодинамическое совершенство и тепловая экономичность их невысокие. Используя соответствующее рабочее тело, парожекторная холодильная установка позволяет получать весьма низкие температуры.

Следующим представителем холодильных установок является абсорбционная холодильная установка. Абсорбцией называется процесс поглощения всей массой одного тела другим. Абсорбционные холодильные установки существенно отличаются от всех других холодильных установок простотой конструкции. Холодильный эффект в абсорбционных установках получается не за счет затраты энергии в форме механической работы, а осуществляется за счет энергии в форме теплоты. Для абсорбционной установки подбираются растворы двух тел, полностью растворенных друг в друге и отличающихся разными температурами кипения. Легкокипящая жидкость используется как холодильный агент, а другая жидкость с высокой температурой кипения — как абсорбент.

Температура кипения бинарного раствора при данном давлении зависит от концентрации раствора. Изображение свойств бинарных систем производят на так называемых диаграммах состояния, где по оси абсцисс откладывается концентрация холодильного агента C , а по оси ординат — давление p или температура t (рис. 21-6). Начало координат соответствует температуре кипения чистого вещества абсорбента — точка A ($C_1 = 1$; $C_2 = 0$), а точка B — температуре чистого вещества холодильного агента ($C_2 = 1$; $C_1 = 0$; $C_1 + C_2 = 1$). Кривая AaB представляет собой состояние жидкой фазы или линию кипящего раствора при данном давлении, а кривая AbB — линию конденсации (сухого насыщенного пара) или линию газообразной фазы при равновесном сосуществовании обеих фаз.

Рассмотрим процесс парообразования бинарной смеси в tC -диаграмме. Допустим, что начальное состояние исследуемой смеси характеризуется точкой 1 с концентрацией C_1 и температурой t_1 . Если к данному раствору подводить теплоту, то ее температура будет возрастать по линии $1-2$. В точке 2 , расположенной на кривой кипящей жидкости, раствор закипит и температура сухого насыщенного пара в точке $2''$ будет равна температуре жидкости. Состав пара в точке $2''$ значительно отличается от состава кипящей жидкости в точке 2 . Следовательно, в точке 2 находятся кипящая жидкость состава C_2' и находящийся в равновесии сухой насыщенный пар состава C_2'' , причем $C_2'' > C_2'$.

При дальнейшем подводе теплоты в кипящей жидкости уменьшается содержание второго компонента, а процесс парообразования соответствует линии $2-3$. В точке 3 раствор представляет систему, состоя-

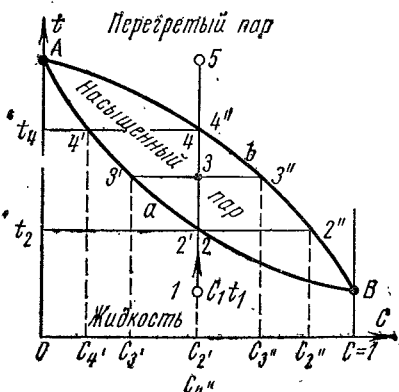


Рис. 21-6

щую из кипящей жидкости (точка 3') состава $C_{3'}$ и сухого насыщенного пара (точка 3'') состава $C_{3''}$, причем $C_{3''} > C_{3'}$. $C_{3'}$ и $C_{3''}$ представляют собой равновесные составы соответственно жидкости и пара для давления p и температуры кипения $t_{3'} = t_{3''}$. Если подводить теплоту и далее, что можно достичь точки 4, в которой раствор будет полностью переведен в сухой насыщенный пар, причем состав этого пара тот же, что и начальный состав жидкой смеси ($C_4 = C$). Кипящая жидкость, равновесная с сухим насыщенным паром состава C_4 , имеет состав C_4' . При дальнейшем подводе теплоты будет происходить перегрев пара (точка 5).

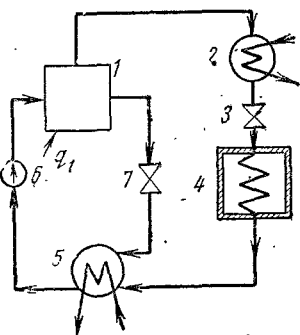


Рис. 21-7

Таким образом, если в испарителе, помещенном в охлаждаемое помещение, образуется насыщенный пар с высокой концентрацией C_2'' , состояние которого изображается точкой 2'', то этот пар может находиться в равновесии с кипящей жидкостью, имеющей концентрацию C_2' . По отношению к жидкости с меньшей концентрацией $C_4' < C_2'$, кипящей при температуре t_4 , этот пар является переохлажденным; поэтому при соприкосновении их начнется конденсация пара, следствием

которой будет полное поглощение или абсорбция пара жидкостью. При этом теплота конденсации будет отводиться при температуре жидкости t_4 , более высокой, чем температура пара t_2 . В результате будет происходить переход теплоты от тела менее нагретого (пара высокой концентрации) к телу более нагретому (жидкости низкой концентрации).

В соответствии с изложенным принципиальная схема абсорбционной установки имеет вид, показанный на рис. 21-7. Работа абсорбционной холодильной установки протекает следующим образом. В парогенераторе 1, при подводе теплоты q_1 , холодильный агент выпаривается из бинарной смеси и в виде почти сухого насыщенного пара направляется в конденсатор 2, где полностью конденсируется, отдавая теплоту парообразования охлаждающей воде. Холодильный агент в виде жидкости дросселируется в регулирующем вентиле 3, при этом давление его уменьшается и температура жидкости падает до температуры, более низкой, чем температура охлаждаемого помещения 4. Получая теплоту q_2 от охлаждаемых тел, агент испаряется, превращаясь во влажный пар и поступает в абсорбер 5, где, отдавая теплоту абсорбции охлаждающей воде, полностью поглощается абсорбентом. При абсорбции агента абсорбентом раствор большой концентрации подается насосом 6 в парогенератор, где вследствие подводимой извне теплоты q_1 агент выпаривается из раствора и направляется в конденсатор 2. Абсорбент со слабой концентрацией агента через дросселирующий вентиль 7, где давление и температура смеси падают, направляется в абсорбер 5. В абсорбере концентрация агента повышается и он снова направляется насосом 6 в парогенератор.

Холодильный коэффициент, или степень использования теплоты абсорбционной холодильной установкой, определяется из уравнения

$$\epsilon = q_2/q_1, \quad (21-3)$$

где q_2 — количество теплоты, полученное хладагентом от охлаждаемых тел; q_1 — количество теплоты, затраченное в парогенераторе.

Холодильный коэффициент есть отношение теплоты, полученной от охлаждаемых тел, к затраченной теплоте в парогенераторе.

Абсорбционные холодильные установки термодинамически менее совершенны, чем паровые, но они просты, надежны, дешевы в изготовлении и поэтому получили широкое распространение, например при изготовлении домашних холодильников.

§ 21-3. Цикл паровой компрессорной холодильной установки

Наибольшее распространение для охлаждения тел до температуры -20°C получили холодильные установки, в которых холодильным агентом являются легкокипящие жидкости — аммиак, фреоны, сернистый ангидрид и другие при невысоких давлениях (желательно близких к атмосферному).

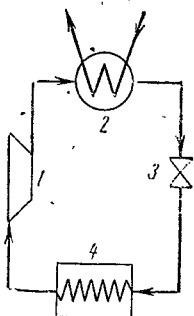


Рис. 21-8

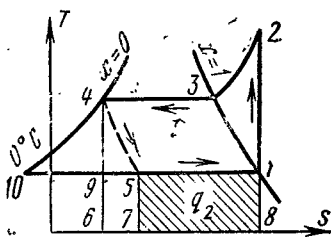


Рис. 21-9

Схема холодильной компрессорной установки, работающей на парах аммиака (NH_3), представлена на рис. 21-8. На этой схеме 1 — компрессор; 2 — конденсатор; 3 — дроссельный вентиль; 4 — охлаждаемое помещение (испаритель).

В компрессоре сжимается аммиачный сухой насыщенный пар или влажный пар с большой степенью сухости по адиабате 1-2 до состояния перегретого пара в точке 2 (рис. 21-9). Из компрессора пар нагнетается в конденсатор, где полностью превращается в жидкость (процесс 2-3-4). Из конденсатора жидкий аммиак проходит через дроссельный вентиль, в котором дросселируется, что сопровождается понижением температуры и давления. Затем жидкий аммиак с низкой температурой поступает в охладитель, где, получая теплоту (в процессе 5-1) испаряется и охлаждает рассол, который циркулирует в охлаждаемых камерах. Процесс дросселирования как необратимый процесс изображается на диаграмме условной кривой 4-5.

В паровой компрессорной установке не применяется расширительный цилиндр (детандер), а рабочее тело дросселируется в регулирующем вентиле. Замена расширительного цилиндра дросселем сопровождается возрастанием энтропии, что вызывает некоторую потерю холодопроизводительности, но эта замена значительно упрощает установку и дает возможность легко регулировать давление пара и получать необратимую температуру в охладителе, так как в области двухфазных состояний эффект охлаждения при дросселировании будет таким же, как и при адиабатном процессе расширения. При наличии расширительного цилиндра процесс пошел бы по адиабате 4-9. Потеря холодопроизводительности от замены расширительного цилиндра дроссельным вентилем измеряется пл. 95769, поэтому количество теплоты q_2 , получаемое 1 кг аммиака от охлаждаемых тел, уменьшается и изображается пл. 75187 $(i_1 - i_5) = (i_1 - i_4)$. Количество теплоты q_1 , отведенное охлаждающей водой в конденсаторе, изображается пл. 64286. Работа, затраченная на совершение цикла, $l' = q_1 - q_2 =$ пл. 6412576 = пл. 1041210 = $i_1' - i_2$. Равенство пл. 6412576 и 1041210 следует из условия, что в результате дросселирования аммиака энтальпия в точке 5 будет равна энтальпии в точке 4.

Холодильный коэффициент компрессорной аммиачной установки

$$\varepsilon = q_2/l' = (\text{пл. 75187})/(\text{пл. 1041210}),$$

где $q_2 = i_1 - i_5 = i_1 - i_4$ — количество теплоты, воспринимаемое аммиачным паром в охладителе; $l' = i_2 - i_1$ — работа, затраченная при адиабатном сжатии пара в компрессоре.

Отсюда холодильный коэффициент установки равен

$$\varepsilon = (i_1 - i_4)/(i_2 - i_1). \quad (21-4)$$

Значения энтальпий в уравнении (21-4) определяют по i -с-диаграмме или по таблицам для аммиака. Паровые холодильные установки имеют большое преимущество перед воздушными. Они компактны, дешевы и имеют более высокий холодильный коэффициент.

§ 21-4. Глубокое охлаждение

Сжижение газов имеет для народного хозяйства весьма важное значение. Чтобы превратить в жидкость какой-либо газ, необходимо его температуру сделать ниже параметров критической точки. Только в этом случае возможно одновременное равновесное сосуществование жидкой и газообразной фаз. Сжижение газов можно осуществить с помощью машины, совершающей обратный или холодильный цикл. Теоретически наименьшая механическая работа будет затрачена в обратном цикле.

Допустим, что газ охлаждается от температуры T_1 (точка 3, рис. 21-10) до температуры T_2 (точка 1). Газ от состояния в точке 3 изотермически сжимается (точка 4), причем теплота $q_1 = T_1 (s_3 - s_4)$ переходит к окружающей среде. В результате следующего адиабатного расширения (точка 1, процесс 4-1) получается сжиженный газ. По такой схеме затрачивается только минимальная работа $l_{\text{мин}}$. Минималь-

ная работа сжижения равна сумме работ, затрачиваемых для охлаждения газа и отнятия от него полной теплоты парообразования:

$$l_{\text{мин}} = l_{3-2} + l_{2-1}.$$

Минимальная работа идеального цикла на рис. 21-10 изображается пл. 32143 и равна разности двух площадей: пл. 37543, равной произведению $T_1 (s_7 - s_5)$, и пл. 321573, равной $q_2 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT + r = i_3 - i_1$, откуда

$$l_{\text{мин}} = T_1 (s_7 - s_5) - (i_3 - i_1).$$

Работа, необходимая для сжижения газа, в реальном цикле будет затрачена бо́льшая, чем в идеальном, на величину, определяемую потерей работоспособности вследствие необратимости процесса:

$$l_{\text{необр}} = l_{\text{обр}} + T_0 \Delta s,$$

где T_0 — температура окружающей среды.

Идеальный цикл практически неосуществим, так как для получения состояния в точке 4 необходимо создавать давление в десятки и сотни бар, чтобы при адиабатном процессе 4-1 попасть на пограничную кривую жидкости. Поэтому реализовать этот цикл не представляет возможным*.

В настоящее время холодильная техника для сжижения газов располагает большим количеством самых разнообразных аппаратов, в которых используется два метода: эффект дросселирования (эффект Джоуля — Томсона) и адиабатное расширение газа с отдачей внешней работы.

Впервые цикл высокого давления с однократным дросселированием был осуществлен К. Линде и в технике известен как цикл Линде. В установке Линде используется регенеративный принцип, который заключается в непрерывном понижении температуры при дросселировании для последующего охлаждения новой порции газа. Процесс непрерывного понижения температуры продолжается до тех пор, пока не наступит температура сжижения газа.

На рис. 21-11 показана простейшая схема установки высокого давления с однократным дросселированием для сжижения воздуха по методу Линде. В компрессоре 1 воздух сжимается адиабатно от давления p_1 до p_2 , причем температура возрастает с t_1 до t_2 . Сжатый воздух охлаждается водой в холодильнике 2 до температуры t_1 . Охлажденный сжатый воздух при давлении p_2 поступает в противоточный теплообменник 3, где охлаждается до температуры t_3 холодным воздухом.

После теплообменника охлажденный сжатый воздух дросселируется в дроссельном вентиле 4 до давления p_1 , при этом температура воз-

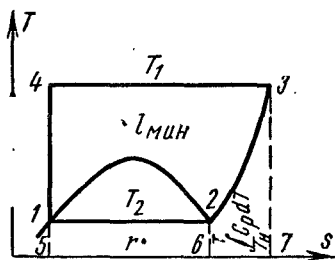


Рис. 21-10

* С. Я. Герш. Глубокое охлаждение. Госэнергоиздат, 1957, стр. 85.

духа падает до t_4 . Газ при t_4 , проходя через теплообменник, нагревается до t_1 , отнимая теплоту от воздуха высокого давления, температура которого понижается до t_3 . Воздух после теплообменника с температурой t_1 снова идет в компрессор, и цикл непрерывно повторяется. Сжатый газ через теплообменник направляется к дроссельному вентилю, в котором происходит непрерывное дросселирование воздуха. Наконец, охлаждение воздуха высокого давления будет столь значительным, что после очередного дросселирования он превращается во влажный пар, из которого можно отделить небольшую часть жидкого

воздуха. На этом заканчивается предварительный пусковой период и начинается процесс сжижения воздуха в установившемся состоянии.

На рис. 21-12 изображен процесс постепенного охлаждения воздуха на Ts -диаграмме.

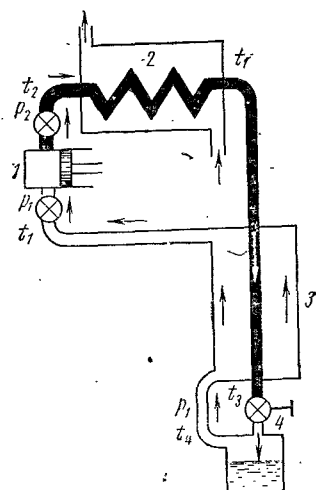


Рис. 21-11

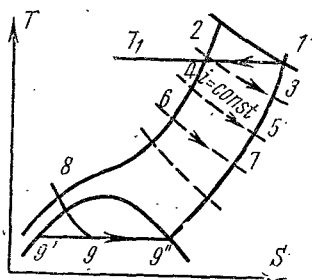


Рис. 21-12

Изотермно сжатый от состояния в точке 1 до состояния в точке 2 газ дросселируется в вентиле, в результате чего температура газа понижается до состояния в точке 3. Температура состояния в точке 3 на несколько градусов ниже температуры среды T . Весь дросселированный газ (состояние в точке 3) направляется в противоточный регенератор, где он охлаждает новую порцию газа сжатого от давления p_1 до p_2 (состояние в точке 4). Если затем охлажденный газ этого состояния также подвергнуть дросселированию, то будет получен газ (точка 5) с более низкой температурой. Газ состояния в точке 5 в свою очередь используется для охлаждения сжатого газа уже до состояния в точке 6, а в результате дросселирования достигается состояние в точке 7 и т. д. Через некоторое время газ будет иметь состояние в точке 8, а после дросселирования — состояние в точке 9. Так как точка 9 лежит в области влажного пара, то газ состоит из смеси кипящей жидкости и сухого пара. Если открыть выпускной вентиль, то можно получить некоторое количество сжиженного газа.

При установившемся режиме сжижение газа с однократным дросселированием можно найти коэффициент выработки сжижаемого газа по уравнению

$$g = (i_1 - i_2)/(i_1 - i_0), \quad (21-5)$$

где i_1 — энтальпия газа при давлении в 1 бар; i_2 — энтальпия газа при p_2 бар; i_0 — энтальпия сжижаемого газа при давлении в 1 бар.

Второй метод, применяемый при сжижении газов, заключается в адиабатном расширении газа с отдачей внешней работы. Наиболее совершенную установку для сжижения воздуха создал академик И. Капица в СССР по циклу низкого давления с использованием турбодетандера*.

§ 21-5. Тепловой насос

По обратному циклу могут работать не только холодильные машины, задачей которых является поддержание температуры охлаждаемого помещения на заданном уровне, но и так называемые тепловые насосы, с помощью которых теплота низкого потенциала, забираемая от окружающей среды с помощью затраченной извне работы, при более высокой температуре отдается внешнему потребителю.

Характеристикой совершенства работы теплового насоса будет отношение отданного внешнему потребителю теплоты к затраченной на это работе.

$$\xi = q_1/l = (q_2 + l)/l. \quad (21-6)$$

Коэффициент ξ называется обычно или *отопительным коэффициентом*, или *коэффициентом теплоиспользования*, или *коэффициентом преобразования теплового насоса*. Работа теплового насоса в принципе не отличается от работы холодильной установки. Тепловой насос для нужд отопления применяют в тех случаях, когда имеется источник теплоты с низкой температурой (например, вода в различных водоемах; вода, получаемая после охлаждения гидрогенераторов и др.), а также источник дешевой работы. Использование теплоты источников с низкой температурой может иметь для народного хозяйства СССР определенное значение в районах, где будет производиться огромное количество дешевой электрической энергии на гидроэлектростанциях. Применение теплового насоса для целей отопления и коммунального теплоснабжения с использованием электроэнергии от обычных конденсационных электростанций экономически нецелесообразно.

Работа теплового насоса состоит в следующем. За счет теплоты источника с низкой температурой в испарителе 1 происходит процесс парообразования рабочего тела с низкой температурой кипения (аммиак, фреоны) (рис. 21-13). Полученный пар направляется в компрессор 2, в котором температура рабочего тела повышается от t_2 до t_1 . Пар с температурой t_1 поступает в конденсатор 3, где при конденсации отдает свою теплоту жидкости, циркулирующей в отопительной системе. Образовавшийся конденсат рабочего тела направляется в дроссельный вентиль 4. Там он дросселируется с понижением давления от p_1

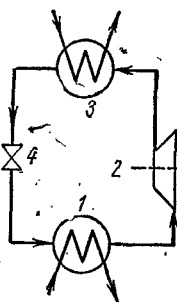


Рис. 21-13

* Журнал технической физики АН СССР, 1939, т. 9, вып. 2.

до p_2 . После дроссельного вентиля жидкое рабочее тело снова поступает в испаритель 1.

Идеальный цикл теплового насоса аналогичен циклу паровой компрессорной холодильной установки (рис. 21-9).

Из рис. 21-9 видно, что затраченная работа, изображаемая пл. 1041210, вместе с теплотой источника низкой температуры передается телу с высокой температурой. Если обозначить теплоту, получаемую фреоном в испарителе, через q_2 , а теплоту, отданную в отопительную систему, через q_1 и затраченную работу в компрессоре через l , то

$$q_1 = q_2 + l.$$

Из рассмотрения цикла следует, что

$$q_1 = i_2 - i_4 = i_2 - i_5, \text{ а } q_2 = i_1 - i_5.$$

Энтальпия рабочего тела в результате дросселирования не изменяется, поэтому $i_4 = i_5$, а

$$l = q_1 - q_2 = (i_2 - i_5) - (i_1 - i_5) = i_2 - i_1,$$

откуда

$$\xi = q_1/l = (i_2 - i_5)/(i_2 - i_1). \quad (21-7)$$

Если бы тепловой насос работал по обратному циклу Карно, то коэффициент преобразования был бы равен

$$\xi = q/l = T_1/(T_1 - T_2).$$

Например, при отоплении здания зимой температура речной воды равна $T_2 \approx 280^\circ \text{ К}$, а температура рабочего тела в отопительной системе $T_1 = 350^\circ \text{ К}$, при этих условиях

$$\xi = 350/(350 - 280) = 5,0.$$

Эта величина показывает, что тепловой насос передает теплоты в отопительную систему в пять раз больше, чем затрачивается работы. Если на механическую работу расходуется 1 *Мдж* электроэнергии, то в отопительную систему передается 5 *Мдж* теплоты, т. е. в пять раз больше, чем при чисто электрическом отоплении. Следовательно, энергохозяйственные перспективы использования тепловых насосов безусловно велики, и там, где это необходимо, они должны получить широкое распространение.

В ряде случаев благоприятные условия применения теплового насоса получаются, если осуществить привод компрессора непосредственно от поршневого двигателя внутреннего сгорания. В таких установках в качестве источника теплоты с низкой температурой используют воду, охлаждающую цилиндры двигателя, а теплоту отходящих газов используют в котлах-утилизаторах отопительной системы,

1. На какие группы делятся холодильные установки?
2. Чем отличаются парожекторные и абсорбционные холодильные установки от паровых компрессорных установок?
3. Что такое холодильный коэффициент?
4. Дать описание воздушной холодильной установки. Ее недостатки.
5. Дать описание парожекторной холодильной установки.
6. Дать описание абсорбционной холодильной установки. Каковы ее преимущества?
7. Дать описание паровой компрессорной холодильной установки.
8. Изобразить идеальный цикл паровой компрессорной холодильной установки в Ts -диаграмме.
9. Описать идеальный цикл глубокого охлаждения.
10. Каковы особенности каскадного метода сжижения газа?
11. Привести отличительные особенности установки акад. П. Капицы.
12. В каких случаях целесообразно применять тепловой насос для отопления зданий?
13. Дать описание идеального цикла теплового насоса.
14. Что такое отопительный коэффициент? Его определение.
15. Какие преимущества имеет тепловой насос по сравнению с непосредственным использованием электроэнергии для отопления?
16. Особенности и преимущества теплового насоса при применении двигателей внутреннего сгорания в качестве привода для компрессора.

Пример 21-1. Определить теоретическую мощность двигателя аммиачной холодильной установки, часовой расход аммиака, рассола, охлаждающей воды, холодильный коэффициент установки и холодильный коэффициент цикла Карно по данным задачи, если производительность установки $Q = 300\,000$ кДж/ч . Для решения примера данные берутся из курса холодильных установок. Компрессор установки всасывает аммиачный пар при температуре $t_0 = -10^\circ\text{C}$, степени сухости $x_1 = 0,95$ и сжимает его по адиабате до состояния перегретого пара при давлении $p_2 = 8,57$ бар . Из компрессора аммиачный пар поступает в конденсатор, в котором охлаждающая вода имеет на входе температуру $t_{\text{в}} = 10^\circ\text{C}$, а на выходе 20°C . В редукционном вентиле жидкий аммиак дросселируется до $p_1 = 2,9$ бар , после чего он направляется в испаритель, из которого выходит со степенью сухости $x_1 = 0,95$ и снова поступает в компрессор. Испарение аммиака происходит в рефрижераторе за счет теплоты рассола, циркулирующего в холодильных камерах. Температура рассола при входе в испаритель $t_p = -8^\circ\text{C}$, а при выходе -2°C . Теплоемкость рассола $c_p = 5,0$ $\text{кДж/(кг}\cdot\text{град)}$ (рис. 21-9).

Параметры пара аммиака на вход в компрессор (или при выходе из рефрижератора) следующие: $p_1 = 2,9$ бар ; $t_1 = -10^\circ\text{C}$; $i_1 = 373$ кДж/кг ; $r_1 = 1297$ кДж/кг ; при выходе из компрессора перегре-

того аммиачного пара $p_2 = 8,57 \text{ бар}$; $i_2 = 1805 \text{ кДж/кг}$. Энтальпия аммиачного пара, всасываемого компрессором из рефрижератора,

$$i_1 = i'_1 + r_1 x_1 = 373 + 1297 \cdot 0,95 = 1605 \text{ кДж/кг}.$$

Работа на сжатие 1 кг аммиака в компрессоре составляет

$$l = i_2 - i_1 = 1805 - 1605 = 200 \text{ кДж/кг}.$$

Теплота, отведенная от аммиачного пара в конденсаторе:

теплота перегрева $i_2 - i_3 = 1805 - 1700 = 105 \text{ кДж/кг}$;

теплота парообразования $r_{3-4} = 1187 \text{ кДж/кг}$.

Всего отведено теплоты в конденсаторе $105 + 1187 = 1292 \text{ кДж/кг}$.

Энтальпия жидкого аммиака при $p_2 = 8,57 \text{ бар}$ равна $i_4 = 512,6 \text{ кДж/кг}$ (по таблице NH_3).

При дросселировании в редукционном вентиле с 8,57 до 2,9 бар энтальпия не изменяется, следовательно,

$$i_5 = 512,6 \text{ кДж/кг}.$$

При $p_5 = 2,9 \text{ бар}$: $i'_5 = 373 \text{ кДж/кг}$

$$i_5 = i'_5 + x_2 r_{1-5}; \quad x_2 = \frac{i_5 - i'_5}{r_{1-5}},$$

откуда

$$x_2 = \frac{512,6 - 373}{1297} = 0,1075.$$

Холодопроизводительность 1 кг аммиака или теплота, затраченная на испарение 1 кг аммиака,

$$q_2 = i_1 - i_5 = 1605 - 512,6 = 1093 \text{ кДж/кг}.$$

Холодильный коэффициент установки равен

$$\varepsilon = q_2 / l = 1093 / 200 = 5,47.$$

Холодильный коэффициент цикла Карно по условиям примера составляет

$$\varepsilon_K = T_0 / (T_1 - T_2) = 263 / (293 - 263) = 8,79.$$

Количество аммиака, циркулирующего в установке,

$$m_{\text{сек}} = Q / q_2 = 300000 / (1093 \cdot 3600) = 0,0762 \text{ кг/сек}.$$

Теоретическая мощность приводного двигателя равна

$$N_{\text{теор}} = m_{\text{сек}} l = 0,0762 \cdot 135 = 10,28 \text{ кВт}.$$

Количество рассола, циркулирующего в холодильных камерах,

$$m_p = 300000 / 3600 \cdot 5[-2 - (-8)] = 2,8 \text{ кг/сек}.$$

Секундный расход охлаждающей воды

$$m_w = (0,0762 \cdot 1292) / 4,19 (20 - 10) = 2,35 \text{ кг/сек},$$

где 4,19 — теплоемкость воды.

Часть вторая

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

ВВЕДЕНИЕ

В учении о теплообмене рассматриваются процессы распространения теплоты в твердых, жидких и газообразных телах. Эти процессы по своей физико-механической природе весьма многообразны, отличаются большой сложностью и обычно развиваются в виде целого комплекса разнородных явлений.

Перенос теплоты может осуществляться тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением, или радиацией. Эти формы теплообмена глубоко различны по своей природе и характеризуются различными законами.

Процесс переноса теплоты теплопроводностью происходит между непосредственно соприкасающимися телами или частицами тел с различной температурой. Учение о теплопроводности однородных и изотропных тел опирается на весьма прочный теоретический фундамент. Оно основано на простых количественных законах и располагает хорошо разработанным математическим аппаратом. *Теплопроводность* представляет собой, согласно взглядам современной физики, молекулярный процесс передачи теплоты. В металлах при такой передаче теплоты большую роль играют свободные электроны.

Известно, что при нагревании тела кинетическая энергия его молекул возрастает. Частицы более нагретой части тела, сталкиваясь при своем беспорядочном движении с соседними частицами тела, сообщают им часть своей кинетической энергии. Этот процесс постепенно распространяется по всему телу. Например, если нагревать один конец металлического стержня, то через некоторое время температура другого его конца также повысится. Перенос теплоты теплопроводностью зависит от физических свойств тела, от его геометрических размеров, а также от разности температур между различными частями тела. При определении переноса теплоты теплопроводностью в реальных телах встречаются известные трудности, которые на практике до сих пор удовлетворительно не решены. Эти трудности состоят в том, что тепловые процессы развиваются в неоднородной среде, свойства которой зависят от температуры и изменяются по объему; кроме того, трудности возрастают с увеличением сложности конфигурации системы.

Второй вид переноса теплоты называют конвекцией. *Конвекция* происходит только в газах и жидкостях. Этот вид переноса теплоты осуществляется при перемещении и перемешивании всей массы неравномерно нагретых жидкости или газа. Конвекционный перенос тепло-

ты происходит тем интенсивнее, чем больше скорости движения жидкости или газа, так как в этом случае за единицу времени перемещается большее количество частиц тела. В жидкостях и газах перенос теплоты конвекцией всегда сопровождается теплопроводностью, так как при этом осуществляется и непосредственный контакт частиц с различной температурой.

Одновременный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называют *конвективным теплообменом*; он может быть вынужденным и свободным. Если движение рабочего тела вызвано искусственно (вентилятором, компрессором, мешалкой и др.), то такой конвективный теплообмен называют *вынужденным*. Если же движение рабочего тела возникает под влиянием разности плотностей отдельных частей жидкости от нагревания, то такой теплообмен называют *свободным* или *естественным*, конвективным теплообменом.

Третий вид теплообмена называют излучением. Процесс передачи теплоты *излучением* между двумя телами, разделенными полностью или частично пропускающей излучение средой, происходит в три стадии: превращение части внутренней энергии одного из тел в энергию электромагнитных волн, распространение электромагнитных волн в пространстве, поглощение энергии излучения другим телом. При сравнительно невысоких температурах перенос энергии осуществляется в основном инфракрасными лучами.

Совокупность всех трех видов переноса теплоты называют *сложным теплообменом*. Однако изучение закономерностей сложного теплообмена представляет собой довольно трудную задачу. Поэтому изучают порознь каждый из трех видов теплообмена, после чего становится возможным вести расчеты, относящиеся к сложному теплообмену.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

§ 22-1. Температурное поле

Теплопроводность представляет собой процесс распространения энергии между частицами тела, находящимися друг с другом в соприкосновении и имеющими различные температуры.

Рассмотрим нагрев какого-либо однородного и изотропного тела (в дальнейшем будем рассматривать только такие тела). *Изотропным* называют тело, обладающее одинаковыми физическими свойствами по всем направлениям. При нагреве такого тела температура его в различных точках изменяется во времени и теплота распространяется от мест с более высокой температурой к местам с более низкой температурой. Из этого следует, что в общем случае процесс передачи теплоты теплопроводностью в твердом теле сопровождается изменением температуры t как в пространстве, так и во времени:

$$t = f(x, y, z, \tau), \quad (22-1)$$

где x, y, z — координаты точки; τ — время.

Эта функция определяет температурное поле в рассматриваемом теле. В математической физике *температурным полем* называют совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек изучаемого пространства, в котором протекает процесс.

Если температура тела есть функция координат и времени, то температурное поле будет *нестационарным*, т. е. зависящим от времени:

$$t = f(x, y, z, \tau); \partial t / \partial \tau \neq 0. \quad (22-2)$$

Такое поле отвечает неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности.

Если температура тела есть функция только координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле тела будет *стационарным*:

$$t = f(x, y, z); \partial t / \partial \tau = 0. \quad (22-3)$$

Уравнение двухмерного температурного поля для режима: стационарного

$$t = f(x, y); \partial t / \partial z = \partial t / \partial \tau = 0;$$

нестационарного

$$t = f(x, y, \tau); \partial t / \partial z = 0; \partial t / \partial \tau \neq 0.$$

На практике встречаются задачи, когда температура тела является функцией одной координаты, тогда уравнение одномерного температурного поля для режима:

стационарного

$$t = f(x); \partial t / \partial \tau = 0 \text{ и } \partial t / \partial y = \partial t / \partial z = 0;$$

нестационарного

$$t = f(x); \partial t / \partial \tau \neq 0 \text{ и } \partial t / \partial y = \partial t / \partial z = 0. \quad (22-4)$$

Одномерной, например, является задача о переносе теплоты в стенке, у которой длину и ширину можно считать бесконечно большими по сравнению с толщиной.

§ 22-2. Градиент температуры

Если соединить точки тела с одинаковой температурой, то получим поверхность равных температур, называемую *изотермной*. Изотермные поверхности между собой никогда не пересекаются. Они либо замыкаются на себя, либо кончаются на границах тела.

Рассмотрим две близкие изотермные поверхности с температурами t и $t + \Delta t$ (рис. 22-1). Перемещаясь из какой-либо точки A , можно обнаружить, что интенсивность изменения

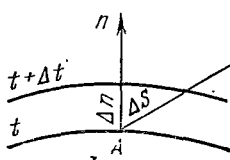


Рис. 22-1

температуры по различным направлениям неодинакова. Если перемещаться по изотермной поверхности, то изменения температуры не обнаружим. Если же перемещаться вдоль какого-либо направления S , то будет наблюдаться изменение температуры. Наибольшую разность температур на единицу длины будем

наблюдать в направлении нормали к изотермной поверхности. Предел отношения изменения температуры Δt к расстоянию между изотермами по нормали Δn , когда Δn стремится к нулю, называют *градиентом температуры*, имеющим размерность [град/м]

$$\text{grad } t = \lim |\Delta t / \Delta n|_{\Delta n \rightarrow 0} = \partial t / \partial n. \quad (22-5)$$

Градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермной поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный частной производной от температуры по этому направлению. За положительное направление градиента принимается направление возрастания температуры.

§ 22-3. Основной закон теплопроводности

Для распространения теплоты в любом теле или пространстве необходимо наличие разности температур в различных точках тела. Это условие относится и к передаче теплоты теплопроводностью, при которой градиент температуры в различных точках тела не должен быть равен нулю.

Связь между количеством теплоты dQ в $d\tau$, проходящим через элементарную площадку dF , расположенную на изотермной поверхности, за промежуток времени $d\tau$ и градиентом температуры устанавливается гипотезой Фурье, согласно которой

$$dQ = -\lambda dF \text{ grad } t \, d\tau = -\lambda dF d\tau (\partial t / \partial n). \quad (22-6)$$

Минус в правой части показывает, что в направлении теплового потока температура убывает и величина $\text{grad } t$ является величиной отрицательной. Множитель пропорциональности λ называют *коэффициентом теплопроводности*. Уравнение (22-6) носит название основного уравнения теплопроводности, или закона Фурье. Справедливость гипотезы Фурье подтверждается опытами.

Количество теплоты, проходящей через единицу изотермной поверхности в единицу времени, называют *плотностью теплового потока*, или *вектором плотности теплового потока*, имеющим размерность $[вт/м^2]$

$$q = -dQ/(dFdt), \text{ или } q = -\lambda (\partial t/\partial n). \quad (22-7)$$

Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермной поверхности в сторону убывания температуры. Векторы q и $\text{grad } t$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны.

Количество теплоты, прошедшей в единицу времени через произвольную поверхность F , называют *тепловым потоком*, имеющим размерность $[вт]$

$$Q = \int_F q dF = - \int_F \lambda dF (\partial t/\partial n). \quad (22-8)$$

Количество теплоты в $d\tau$, прошедшее за время τ через произвольную поверхность F конечных размеров, определяют из уравнения

$$Q = - \int_F \int_0^\tau \lambda dF d\tau (\partial t/\partial n). \quad (22-9)$$

Таким образом, для определения количества теплоты, проходящей через какую-либо произвольную поверхность твердого тела, необходимо знать температурное поле внутри рассматриваемого тела. Нахождение температурного поля и составляет основную задачу аналитической теории теплопроводности.

§ 22-4. Коэффициент теплопроводности

Коэффициент теплопроводности λ есть физический параметр вещества, характеризующий его способность проводить теплоту. Размерность коэффициента теплопроводности определяется из уравнения (22-8):

$$\lambda = \frac{Q}{F (\partial t/\partial n)}.$$

Размерность $\lambda = \frac{вт}{\frac{м^2 \cdot \text{град}}{м}} = вт/(м \cdot \text{град})$.

Числовое значение коэффициента теплопроводности определяет количество теплоты, проходящей через единицу изотермной поверхности в единицу времени, при условии, что градиент температуры равен единице ($\text{grad } t = 1$). Коэффициент теплопроводности зависит от давления и температуры. Для большинства веществ коэффициенты тепло-

проводности определяются опытным путем и для технических расчетов берутся из справочных таблиц.

Как показывают опыты, для многих материалов зависимость коэффициента теплопроводности от температуры может быть принята линейной:

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b (t - t_0)],$$

где λ_0 — коэффициент теплопроводности при температуре t_0 , °C; t — температура, °C; b — температурный коэффициент, определяемый опытным путем.

Лучшими проводниками теплоты являются металлы, у которых λ изменяется от 3 до 458 *вт/(м·град)*. Коэффициенты теплопроводности чистых металлов, за исключением алюминия, с возрастанием температуры убывают. Теплоту в металлах переносят главным образом свободные электроны. Самым теплопроводным металлом является чистое серебро [$\lambda = 458$ *вт/(м·град)*].

Коэффициенты теплопроводности теплоизоляционных и строительных материалов, имеющих пористую структуру, при повышении температуры возрастают по линейному закону и изменяются в пределах от 0,02 до 3,0 *вт/(м·град)*. Значительное влияние на коэффициенты теплопроводности пористых материалов оказывают газы, заполняющие поры и обладающие весьма малыми коэффициентами теплопроводности по сравнению с λ твердых компонентов. Увеличение λ пористых материалов при повышении температуры объясняется значительным возрастанием лучистого теплообмена между поверхностями твердого «скелета» пор через разделяющие их воздушные ячейки. Роль конвекции в росте λ возрастает с увеличением размеров воздушных включений в материал. Поэтому эффективный коэффициент теплопроводности пористых тел имеет сложную природу и является условной величиной. Эта условная величина имеет смысл коэффициента теплопроводности некоторого однородного тела, через которое при одинаковой форме, размерах и температуре на границах проходит то же количество теплоты, что и через данное пористое тело.

Большое влияние на λ оказывает влажность вещества. Опыты показывают, что с увеличением влажности материала коэффициент теплопроводности значительно возрастает. Кроме того, чем выше объемная плотность материала, тем меньше он имеет пор и тем выше его коэффициент теплопроводности.

Коэффициенты теплопроводности большинства капельных жидкостей с повышением температуры убывают; их значения находятся в пределах от 0,08 до 0,65 *вт/(м·град)*. Вода является исключением: с увеличением температуры от 0° С до 127° С коэффициент теплопроводности повышается, а при дальнейшем возрастании температуры уменьшается. От давления λ капельных жидкостей практически не зависит.

Коэффициенты теплопроводности газов при повышении температуры возрастают. Опытные исследования показывают, что λ газов изменяется от 0,005 до 0,6 *вт/(м·град)*. От давления коэффициенты теплопроводности газов практически не зависят.

Числовые значения коэффициентов теплопроводности и температуропроводности при различных плотностях, температурах и теплоемкостях для расчетов берутся из справочных таблиц (табл. 22-1).

Таблица 22-1

Наименование материала	ρ , кг/м ³	t , °C	λ , Вт/(м× °град)	c , кДж/ (кг·град)	$a \cdot 10^6$, м ² /сек
Асбест листовой	770	30	0,1163	0,816	0,186
Асфальт	2110	20	0,6978	2,09	0,156
Бетон	2300	20	0,279	1,13	0,622
Глина огнеупорная	1850	450	1,035	1,089	0,051
Дуб (поперек волокон)	800	20	0,207	1,758	0,147
Земля влажная	1700	17	0,657	2,01	0,192
Каменный уголь	1400	20	0,186	1,31	0,103
Кирпич красный	1800	0	0,768	0,879	—
Кирпич огнеупорный	1900	0	0,814	0,837	0,514
Лед	920	0	2,25	2,26	1,08
Минеральная вата	200	50	0,0465	0,921	0,253
Накипь котельная	1000÷ ÷2500	100	1,314÷ ÷3,14	—	—
Песок сухой	1500	20	0,326	0,795	2,74
Пробковая пластина	200	27	0,0419	1,884	0,117
Резина твердая	1200	0	0,169	1,382	0,098
Сахарный песок	1600	0	0,582	1,256	0,278
Слюда	290	20	0,582	0,879	2,28
Снег	560	—	0,465	2,09	0,4
Стекло	2500	20	0,744	0,67	0,444
Стеклянная вата	200	0	0,037	0,67	0,278
Шлак котельный	1000	0	0,29	0,754	—
Шлаковая вата	250	100	0,0698	—	—
Штукатурка известковая	1600	0	0,698	0,837	—
Алюминий	2670	0	204	0,921	86,7
Латунь	8600	0	85	0,377	33,8
Медь	8800	0	384	0,381	112,5
Никель	9000	20	58	0,461	17,8
Олово	7230	0	64	0,221	41,1
Ртуть	13 600	0	7,9	0,138	4,3
Свинец	11 400	0	35	0,13	23,6
Серебро	10 500	0	458	0,234	170
Сталь углеродистая (C=0,5%)	7900	20	45	0,461	14,7
Чугун	7220	20	63	0,502	17,0
Сажа ламповая	165	40	0,166	—	—
Вода	999,9	0	0,5513	4,212	0,131
Воздух (сухой)	1,293	0	0,0244	1,005	18,8
Кислород	1,429	0	0,0247	0,915	18,8
Азот	1,25	0	0,0243	1,03	18,9
Водород	0,0899	0	0,1721	14,192	135,0
Оксись углерода	1,25	0	0,0233	1,039	17,9

§ 22-5. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Изучение любого физического процесса связано с установлением зависимости между величинами, характеризующими данный процесс. Для сложных процессов, к которым относится передача теплоты теплопроводностью, при установлении зависимости между величинами

удобно воспользоваться методами математической физики, которая рассматривает протекание процесса не во всем изучаемом пространстве, а в элементарном объеме вещества в течение бесконечно малого отрезка времени. Связь между величинами, участвующими в передаче теплоты теплопроводностью, устанавливается *дифференциальным уравнением теплопроводности*. В пределах выбранного элементарного объема и бесконечно малого отрезка времени становится возможным пренебречь изменением некоторых величин, характеризующих процесс.

При выводе дифференциального уравнения теплопроводности принимаются следующие допущения: внутренние источники теплоты отсутствуют; тело однородно и изотропно; используется закон сохранения энергии, который для данного случая формулируется как «разность между количеством теплоты, вошедшей вследствие теплопроводности в элементарный параллелепипед за время dt и вышедшей из него за то же время, расходуется на изменение внутренней энергии рассматриваемого элементарного объема».

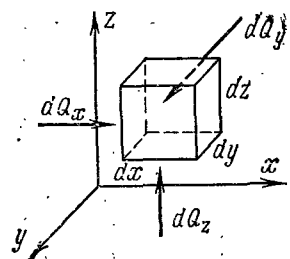


Рис. 22-2

Выделим в теле элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz (рис. 22-2). Температуры граней различны, поэтому через параллелепипед проходит теплота в направлении осей x , y и z .

Через площадку $dx \cdot dy$ за время dt , согласно уравнению Фурье, проходит следующее количество теплоты:

$$dQ_{z1} = -\lambda dx \cdot dy dt \left(\partial t / \partial z \right)$$

(град t взят в виде частной производной, так как предполагается зависимость температуры не только от x , но и от других координат и времени).

Через противоположную грань на расстоянии dz отводится количество теплоты, определяемое из выражения:

$$dQ_{z2} = -\lambda dx \cdot dy dt \left(t + \frac{\partial t}{\partial z} dz \right),$$

где $t + \frac{\partial t}{\partial z} dz$ — температура второй грани, а величина $\frac{\partial t}{\partial z} dz$ определяет изменение температуры в направлении z .

Последнее уравнение можно представить в другом виде:

$$dQ_{z2} = -\lambda dx \cdot dy dt \left(\partial t / \partial z \right) - \lambda dx \cdot dy dz dt \left(\partial^2 t / \partial z^2 \right).$$

Приращение внутренней энергии в параллелепипеде в направлении оси z равно

$$dQ_z = dQ_{z1} + dQ_{z2} = -\lambda dx \cdot dy dt \left(\partial t / \partial z \right) + \lambda dx \cdot dy dt \left(\partial t / \partial z \right) + \lambda dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \left(\partial^2 t / \partial z^2 \right),$$

или после сокращения

$$dQ_z = \lambda dx \cdot dy \cdot dz d\tau \left(\partial^2 t / \partial z^2 \right).$$

Приращение внутренней энергии в параллелепипеде в направлении оси y выразится аналогичным уравнением:

$$dQ_y = \lambda dx \cdot dy \cdot dz d\tau \left(\partial^2 t / \partial y^2 \right),$$

а по оси x :

$$dQ_x = \lambda dx \cdot dy \cdot dz d\tau \left(\partial^2 t / \partial x^2 \right).$$

Полное приращение внутренней энергии в параллелепипеде равно

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda dx \cdot dy \cdot dz d\tau \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (a)$$

С другой стороны, согласно закону сохранения энергии,

$$dQ = dx \cdot dy \cdot dz \rho c \left(\partial t / \partial \tau \right) d\tau, \quad (б)$$

где $dx \cdot dy \cdot dz$ — объем параллелепипеда; $dx \cdot dy \cdot dz \rho$ — масса параллелепипеда; c — массовая теплоемкость; $(\partial t / \partial \tau) d\tau$ — изменение температуры во времени.

Левые части уравнений (а) и (б) равны, поэтому

$$\lambda dx \cdot dy \cdot dz d\tau \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = dx \cdot dy \cdot dz \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau,$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right).$$

Величину $\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ называют оператором Лапласа и обычно обозначают сокращенно ∇^2 (знак ∇ читается «набла»); величину $\frac{\lambda}{\rho c}$ называют коэффициентом температуропроводности и обозначают буквой a . При указанных обозначениях дифференциальное уравнение теплопроводности принимает вид

$$\partial t / \partial \tau = a \nabla^2 t. \quad (22-10)$$

Уравнение (22-10) называется дифференциальным уравнением теплопроводности, или уравнением Фурье, для трехмерного нестационарного температурного поля при отсутствии внутренних источников теплоты. Оно является основным при изучении вопросов нагрева и охлаждения тел в процессе передачи теплоты теплопроводностью и устанавливает связь между временным и пространственным изменениями температуры в любой точке поля.

Коэффициент температуропроводности $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ является физическим параметром вещества и имеет единицу измерения $\text{м}^2/\text{сек}$. В нестационарных тепловых процессах a характеризует скорость изменения температуры.

Из уравнения (22-10) следует, что изменение температуры во времени $\partial t/\partial \tau$ для любой точки тела пропорционально величине a . Поэтому при одинаковых условиях быстрее увеличится температура у того тела, которое имеет больший коэффициент температуропроводности. Газы имеют малый, а металлы большой коэффициент температуропроводности. Значения a для некоторых материалов приводятся в табл. 22-1.

Дифференциальное уравнение теплопроводности с источниками теплоты внутри тела имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}, \quad (22-11)$$

где q_v — количество выделяемой теплоты в единице объема вещества в единицу времени, $\text{вт}/\text{м}^3$; c — массовая теплоемкость тела, $\text{дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$; ρ — плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах с внутренним источником теплоты

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}, \quad (22-12)$$

где r — радиус-вектор в цилиндрической системе координат; φ — угол.

§ 22-6. Краевые условия

Полученное дифференциальное уравнение Фурье описывает явления передачи теплоты теплопроводностью в самом общем виде. Для того чтобы применить его к конкретному случаю, необходимо знать распределение температур в теле в начальный момент времени или начальные условия. Кроме того, должны быть известны: геометрическая форма и размеры тела, физические параметры среды и тела и граничные условия, характеризующие распределение температур на поверхности тела, или взаимодействие излучаемого тела с окружающей средой. Все эти частные особенности совместно с дифференциальным уравнением дают полное описание конкретного процесса теплопроводности и называются *условиями однозначности*, или *краевыми условиями*.

Обычно начальные условия распределения температуры задаются для момента времени $\tau = 0$.

Граничные условия могут быть заданы тремя способами.

Граничное условие первого рода задается распределением температуры на поверхности тела для любого момента времени.

Граничное условие второго рода задается плотностью теплового потока в каждой точке поверхности тела для любого момента времени.

Граничное условие третьего рода задается температурой среды, окружающей тело, и законом теплоотдачи между поверхностью тела и окружающей средой.

Законы конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой отличаются большой сложностью и будут рассмотрены в специальном разделе курса. В основу изучения конвективного теплообмена положен закон Ньютона—Рихмана

$$q = \alpha (t_{\text{ж}} - t_{\text{ст}}), \quad (22-13)$$

где q — плотность теплового потока, вт/м^2 ; $t_{\text{ж}}$ — температура окружающей среды (жидкости), $^{\circ}\text{C}$; $t_{\text{ст}}$ — температура поверхности тела (стенки), $^{\circ}\text{C}$; α — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи, $\text{вт/м}^2 \cdot \text{град}$.

Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Он численно равен количеству теплоты, отдаваемой (или воспринимаемой) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой в 1° . Коэффициент теплоотдачи зависит от многих факторов, но при решении задач теплопроводности твердого тела его принимают в большинстве случаев величиной постоянной.

Согласно закону сохранения энергии, количество теплоты, отдаваемое единицей поверхности тела окружающей среде в единицу времени вследствие теплоотдачи, должно быть равно теплоте, которая путем теплопроводности подводится к единице поверхности в единицу времени со стороны внутренних частей тела, т. е.

$$\alpha (t_{\text{ст}} - t_{\text{ж}}) = -\alpha (\partial t / \partial n)_{\text{пов}}, \quad (22-14)$$

где $(\partial t / \partial n)_{\text{пов}}$ — проекция градиента температуры на направление нормали к площадке dF ; индекс «пов» показывает, что температурный градиент относится к поверхности тела (при $n = 0$).

Равенство (22-14) является математической формулировкой граничного условия третьего рода; оно является действительным для каждого момента времени.

Решение дифференциального уравнения теплопроводности при заданных условиях однозначности позволяет определить температурное поле во всем объеме тела для любого момента времени или найти функцию

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Контрольные вопросы к XXII главе

1. Назовите основные случаи теплообмена.
2. Опишите подробно все виды теплообмена.
3. Что называется конвективным теплообменом?
4. Какова природа лучистой энергии и передача теплоты излучением?

5. Какие газы излучают?
6. Что называется сложным теплообменом?
7. Что называется температурным полем? Написать его уравнение.
8. Уравнение температурного поля при стационарном режиме.
9. Уравнение одномерного температурного поля.
10. Что называется градиентом температуры?
11. Закон Фурье.
12. Что называется коэффициентом теплопроводности?
13. Описать особенности теплопроводности различных веществ.
14. Вывод дифференциального уравнения теплопроводности.
15. Уравнение Фурье для трехмерного температурного поля.
16. Что называется коэффициентом температуропроводности?
17. Какими величинами задаются граничные условия первого, второго и третьего рода?
18. Закон Ньютона—Рихмана.
19. Что называется коэффициентом теплоотдачи?

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ
РЕЖИМЕ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПЕРВОГО РОДА

§ 23-1. Теплопроводность через однослойную плоскую стенку

Дифференциальное уравнение теплопроводности позволяет определить температуру в зависимости от времени и координат в любой точке поля.

Для любого конкретного случая к нему надо присоединить необходимые краевые условия.

Рассмотрим наиболее распространенный случай — теплопроводность через однослойную плоскую стенку, длина и ширина которой бесконечно велики по сравнению с толщиной δ (рис. 23-1). Стенка имеет во всех своих частях одинаковую толщину, причем температуры поверхностей $t'_{ст}$ и $t''_{ст}$ поддерживаются постоянными, т. е. являются изотермными поверхностями. Температура меняется только в направлении, перпендикулярном к плоскости стенки, которое принимаем за ось x . Коэффициент теплопроводности λ постоянен для всей стенки. При стационарном тепловом режиме температура в любой точке тела неизменна и не зависит от времени, т. е. $\partial t / \partial \tau = 0$. Тогда дифференциальное уравнение теплопроводности после сокращения коэффициента температуропроводности принимает вид

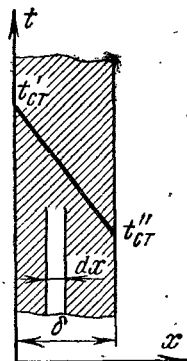


Рис. 23-1

$$(\partial^2 t / \partial x^2) + (\partial^2 t / \partial y^2) + (\partial^2 t / \partial z^2) = 0.$$

Но при принятых условиях первые и вторые производные от t по y и z также равны нулю:

$$\partial t / \partial y = \partial t / \partial z = 0 \text{ и } \partial^2 t / \partial y^2 = \partial^2 t / \partial z^2 = 0,$$

поэтому уравнение теплопроводности можно написать в следующем виде:

$$d^2 t / dx^2 = 0. \quad (23-1)$$

Интегрируя уравнение (23-1), находим

$$dt/dx = \text{const} = A.$$

После вторичного интегрирования получаем

$$t = Ax + B.$$

При постоянном коэффициенте теплопроводности это уравнение прямой линии. Следовательно, закон изменения температуры при прохождении теплоты через плоскую стенку будет линейным.

Найдем постоянные интегрирования A и B .

При $x = 0$ температура $t = t'_{\text{ст}} = B$; при $x = \delta$ температура $t = t''_{\text{ст}} = A\delta + t'_{\text{ст}}$, откуда

$$A = (t''_{\text{ст}} - t'_{\text{ст}})/\delta = dt/dx_{\text{ст}}$$

Плотность теплового потока найдем из уравнения (22-7):

$$q = -\lambda (dt/dn) = -\lambda (dt/dx) = -\lambda (t''_{\text{ст}} - t'_{\text{ст}})/\delta$$

или

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}). \quad (23-2)$$

Зная удельный тепловой поток, можно вычислить общее количество теплоты, которое передается через поверхность стенки F за время τ

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}) \tau. \quad (23-3)$$

Количество теплоты, передаваемое теплопроводностью через плоскую стенку, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности стенки λ ее площади F , промежутку времени τ , разности температур на наружных поверхностях стенки ($t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}$) и обратно пропорционально толщине стенки δ . Тепловой поток зависит не от абсолютного значения температур, а от их разности $t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}} = \Delta t$, называемой *температурным напором*.

Полученное уравнение (23-2) является справедливым для случая, когда коэффициент теплопроводности является постоянной величиной. В действительности коэффициент теплопроводности реальных тел зависит от температуры и закон изменения температур выражается кривой линией. Если коэффициент теплопроводности зависит от температуры в незначительной степени, то на практике закон изменения температур считают линейным.

Уравнение (23-2) можно получить непосредственно из закона Фурье (22-6), считая, что температура изменяется только в направлении оси x :

$$Q = -\lambda F (dt/dx),$$

Разделив переменные, получаем

$$dt = -(Q/\lambda F) dx.$$

Интегрируя последнее уравнение при условии $Q = \text{const}$, находим

$$t = -(Q/\lambda F)x + C.$$

Постоянную интегрирования C найдем из граничных условий: при $x = 0$ температура $t = t'_{\text{ст}} = C$; при $x = \delta$ температура $t = t''_{\text{ст}} = -(Q/\lambda F)\delta + t'_{\text{ст}}$, откуда

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}).$$

Введем в уравнение (23-2) поправки на зависимость λ от t , считая эту зависимость линейной:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bt). \quad (a)$$

В этом случае, подставив в уравнение Фурье вместо λ его значение из формулы (a), получаем

$$q = -\lambda(t) \frac{dt}{dx} = -\lambda_0 (1 + bt) \frac{dt}{dx}. \quad (б)$$

Разделив переменные и интегрируя, получим

$$qx = -\lambda_0 \left(t + \frac{bt^2}{2} \right) + C. \quad (в)$$

При граничных значениях переменных имеем:

$$\text{при } x=0 \quad t=t'_{\text{ст}} \quad \text{и} \quad 0 = -\lambda_0 \left(t'_{\text{ст}} + \frac{bt'^2_{\text{ст}}}{2} \right) + C; \quad (г)$$

$$\text{при } x=\delta \quad t=t''_{\text{ст}} \quad \text{и} \quad q\delta = -\lambda_0 \left(t''_{\text{ст}} + \frac{bt''^2_{\text{ст}}}{2} \right) + C. \quad (д)$$

Вычитая из второго равенства (д) первое (г), находим

$$q = \frac{\lambda_0}{\delta} \left[1 + b \frac{t'_{\text{ст}} + t''_{\text{ст}}}{2} \right] (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}). \quad (23-4)$$

Полученное уравнение (23-4) позволяет определить плотность теплового потока при переменном коэффициенте теплопроводности. В этом уравнении множитель

$$\lambda_0 \left(1 + b \frac{t'_{\text{ст}} + t''_{\text{ст}}}{2} \right)$$

является *среднеинтегральной величиной коэффициента теплопроводности*.

В уравнении (23-2) было принято $\lambda = \text{const}$ и равным среднему значению $\lambda_{\text{ср}}$. Поэтому, сравнивая уравнения (23-2) и (23-4), получаем

$$\lambda_{\text{ср}} = \lambda_0 \left(1 + b \frac{t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}}{2} \right). \quad (23-5)$$

Следовательно, если $\lambda_{\text{ср}}$ определяется при среднеинтегральной температуре $t_{\text{ср.ст}} = (t'_{\text{ст}} + t''_{\text{ст}})/2$, то формулы (23-2) и (23-4) равнозначны.

* При этом плотность теплового потока может определяться из уравнения

$$q = \frac{\lambda_{\text{ср}}}{\delta} (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}). \quad (23-6)$$

Уравнение температурной кривой в стенке получается путем решения квадратного уравнения (в) относительно t и подстановки значения C из уравнения (г):

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t'_{ct}\right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}. \quad (23-7)$$

Из этого уравнения следует, что температура внутри стенки изменяется по кривой. Если коэффициент b отрицателен, то кривая будет направлена выпуклостью вниз; если b положителен, то выпуклостью вверх.

§ 23-2. Теплопроводность через многослойную плоскую стенку

В тепловых аппаратах часто встречаются стенки, состоящие из нескольких плоских слоев различных материалов. Выведем уравнение для этого случая, полагая, что все слои плотно прилегают друг к другу.

Расчетную формулу теплопроводности сложной стенки при стационарном состоянии можно вывести из уравнения теплопроводности для отдельных слоев, считая, что тепловой поток, проходящий через любую изотермную поверхность неоднородной стенки, один и тот же.

Для решения этой задачи рассмотрим трехслойную стенку, в которой толщина отдельных слоев равна δ_1 , δ_2 , δ_3 , а их коэффициенты теплопроводности соответственно λ_1 , λ_2 , λ_3 (рис. 23-2). Температуры наружных поверхностей t'_{ct} и t''_{ct} ; температуры между слоями t'_{cl} и t''_{cl} .

Тепловой поток для каждого слоя:

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} F (t'_{ct} - t'_{cl}); \quad Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} F (t'_{cl} - t''_{cl});$$

$$Q = \frac{\lambda_3}{\delta_3} F (t''_{cl} - t''_{ct}).$$

Решая эти уравнения относительно разности температур и складывая, получаем:

$$\begin{aligned} t'_{ct} - t'_{cl} &= \frac{Q}{F} \frac{\delta_1}{\lambda_1}; & t'_{cl} - t''_{cl} &= \frac{Q}{F} \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t''_{cl} - t''_{ct} &= \frac{Q}{F} \frac{\delta_3}{\lambda_3}; & t'_{ct} - t''_{ct} &= \frac{Q}{F} \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right), \end{aligned}$$

откуда

$$Q = [F (t'_{ct} - t''_{ct})] / \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right) \quad (23-8)$$

для любого числа слоев

$$Q = [F(t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})] / \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}. \quad (23-9)$$

Отношение $\frac{\delta}{\lambda}$ называют *термическим сопротивлением слоя*, а величину $\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ — *полным термическим сопротивлением* многослойной плоской стенки.

Иногда многослойную плоскую стенку рассчитывают как однородную, вводя в уравнение (23-9) эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{\text{эк}}$:

$$Q = [\lambda_{\text{эк}} F(t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})] / \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i. \quad (23-10)$$

Сравнивая уравнения (23-9) и (23-10), получаем

$$\lambda_{\text{эк}} = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \delta_i \right) / \left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right). \quad (23-11)$$

Эквивалентный коэффициент теплопроводности многослойной стенки равен коэффициенту теплопроводности однородной стенки той же толщины, с теми же температурами поверхности и пропускающей тот же тепловой поток.

Величина $\lambda_{\text{эк}}$ зависит от термических сопротивлений и толщин отдельных слоев.

Температуры в °С между отдельными слоями сложной стенки равны:

$$\left. \begin{aligned} t'_{\text{сл}} &= t'_{\text{ст}} - \frac{Q}{F} \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t''_{\text{сл}} &= t'_{\text{сл}} - \frac{Q}{F} \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t'''_{\text{сл}} &= t''_{\text{сл}} - \frac{Q}{F} \frac{\delta_3}{\lambda_3} \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (23-12)$$

Температура в каждом слое стенки при постоянном коэффициенте теплопроводности изменяется по линейному закону, а для многослойной плоской стенки температурный график представляет собой ломаную линию.

§ 23-3. Теплопроводность через однослойную цилиндрическую стенку

Внешняя и внутренняя поверхности прямой цилиндрической трубы поддерживаются при постоянных температурах $t'_{\text{ст}}$ и $t''_{\text{ст}}$. Изотермные поверхности будут цилиндрическими поверхностями, имеющими общую ось с трубой. Температура будет меняться только в направлении

радиуса, благодаря этому и поток теплоты будет тоже радиальным. Труба имеет бесконечную длину. Температурное поле в этом случае будет одномерным:

$$t = f(r),$$

где r — текущая цилиндрическая координата.

В случае неравномерного распределения температур на поверхностях трубы температурное поле не будет одномерным и последнее уравнение не будет действительным.

На рис. 23-3 изображена труба, в которой тепловой поток направлен по радиальным направлениям. Возьмем участок трубы длиной l . Поверхность F на расстоянии r от оси равна $2\pi rl$. Температура внутренней поверхности равна $t'_{ст}$, наружной — $t''_{ст}$. Через поверхности проходит один и тот же постоянный тепловой поток.

Выделим внутри стенки кольцевой слой радиусом r и толщиной dr . Тогда можно принять поверхности, через которые проходит тепловой поток, одинаковыми и рассматривать этот элементарный слой как плоскую стенку. Разность температур между поверхностями будет также бесконечно малой и равной dt . По закону Фурье,

$$Q = -\lambda F l (dt/dr),$$

или для кольцевого слоя

$$Q = -\lambda 2\pi r l (dt/dr).$$

Разделяя переменные, получаем

$$dt = -(Q/2\pi\lambda l) \cdot (dr/r). \quad (a)$$

Интегрируя уравнение (a) в пределах от $t'_{ст}$ до $t''_{ст}$ и от r_1 до r_2 и при $\lambda = \text{const}$, получаем

$$\int_{t'_{ст}}^{t''_{ст}} dt = - \int_{r_1}^{r_2} (Q/2\pi\lambda l) (dr/r),$$

$$t'_{ст} - t''_{ст} = (Q/2\pi\lambda l) \ln r_2/r_1,$$

откуда

$$Q = l (t'_{ст} - t''_{ст}) / (1/2\pi\lambda \ln d_2/d_1). \quad (23-13)$$

Как видно из уравнения, распределение температур в стенке цилиндрической трубы представляет собой логарифмическую кривую. Тепловой поток, проходящий через цилиндрическую стенку, определяется заданными граничными условиями и зависит от отношения наружного диаметра к внутреннему.

Тепловой поток может быть отнесен к единице длины трубы q_l и к 1 м^2 внутренней или внешней поверхности q_1 и q_2 . Тогда расчетные формулы принимают вид:

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{2\pi\lambda (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{\ln d_2/d_1}; \quad (23-14)$$

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{2\lambda (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{d_1 \ln d_2/d_1}; \quad (23-15)$$

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{2\lambda (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{d_2 \ln d_1/d_2}. \quad (23-16)$$

§ 23-4. Теплопроводность через многослойную цилиндрическую стенку

Предположим, что цилиндрическая стенка состоит из трех плотно прилегающих друг к другу слоев. Температура внутренней поверхности стенки $t'_{\text{ст}}$, наружной $t''_{\text{ст}}$; коэффициенты теплопроводности слоев $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$; диаметры слоев d_1, d_2, d_3, d_4 . Температура каждого слоя стенки изменяется по логарифмической кривой. Общая температурная кривая представляет собой ломаную логарифмическую кривую. При стационарном режиме через все слои проходит один и тот же тепловой поток. Для каждого слоя тепловой поток равен:

$$Q = \frac{2\pi\lambda_1 l (t'_{\text{ст}} - t'_{\text{сл}})}{\ln d_2/d_1};$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda_2 l (t'_{\text{сл}} - t''_{\text{сл}})}{\ln d_3/d_2};$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda_3 l (t''_{\text{сл}} - t''_{\text{ст}})}{\ln d_4/d_3}.$$

Решая полученные уравнения относительно разности температур и почленно складывая, получаем:

$$+ \begin{cases} t'_{\text{ст}} - t'_{\text{сл}} = \frac{Q}{2\pi\lambda_1 l} \ln d_2/d_1 \\ t'_{\text{сл}} - t''_{\text{сл}} = \frac{Q}{2\pi\lambda_2 l} \ln d_3/d_2 \\ t''_{\text{сл}} - t''_{\text{ст}} = \frac{Q}{2\pi\lambda_3 l} \ln d_4/d_3 \end{cases}$$

$$t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}} = \frac{Q}{2\pi l} \left(\frac{1}{\lambda_1} \ln d_2/d_1 + \frac{1}{\lambda_2} \ln d_3/d_2 + \frac{1}{\lambda_3} \ln d_4/d_3 \right),$$

откуда

$$Q = \frac{2\pi l (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}}. \quad (23-17)$$

Для многослойной цилиндрической стенки, имеющей n слоев,

$$Q = \frac{2\pi l (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}. \quad (23-18)$$

Вводя в уравнение теплового потока (23-18) эквивалентный коэффициент теплопроводности, получим

$$Q = \frac{2\pi \lambda_{\text{эк}} (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{\sum \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}. \quad (23-19)$$

Величина эквивалентного коэффициента теплопроводности для цилиндрической стенки определяется так же, как и для плоской. Из сравнения двух уравнений (23-18) и (23-19) имеем

$$\lambda_{\text{эк}} = \frac{\sum \ln d_{i+1}/d_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln d_{i+1}/d_i}. \quad (23-20)$$

Температуры между слоями находим из следующих уравнений:

$$\left. \begin{aligned} t'_{\text{сл}} &= t'_{\text{ст}} - \frac{Q}{2\pi \lambda_1 l} \ln d_2/d_1; \\ t''_{\text{сл}} &= t'_{\text{сл}} - \frac{Q}{2\pi \lambda_2 l} \ln d_3/d_2 \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (23-21)$$

§ 23-5. Теплопроводность через шаровую стенку

Постоянный тепловой поток направлен через шаровую стенку; причем источник теплоты находится внутри шара. Температура изменяется только по направлению радиуса. Изотермные поверхности представляют собой концентрические шаровые поверхности. Температура внутренней поверхности $t'_{\text{ст}}$, наружной $t''_{\text{ст}}$; коэффициент теплопроводности стенки λ — величина постоянная. Внутренний радиус шара r_1 , наружный — r_2 .

Тепловой поток, проходящий через шаровой слой радиусом r и толщиной dr , находим из уравнения Фурье:

$$Q = -\lambda F (dt/dr) = -\lambda 4\pi r^2 (dt/dr),$$

или

$$dt = -(Q/4\pi\lambda) \cdot (dr/r^2).$$

Интегрируя последнее уравнение по t и r , а постоянную интегрирования определяя из граничных условий при $r = r_1$ $t = t'_{\text{ст}}$, при $r = r_2$ $t = t''_{\text{ст}}$, получаем

$$Q = \frac{4\pi\lambda (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{(1/r_1 - 1/r_2)} = \frac{2\pi\lambda (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{(1/d_1 - 1/d_2)}. \quad (23-22)$$

§ 23-6. Теплопроводность тел произвольной формы

Из рассмотрения предыдущих параграфов следует, что для каждой формы тела существует определенное уравнение теплопроводности и для тел неправильной формы их применять не рекомендуется.

Количество теплоты, проходящее через стенки тел неправильной формы (например, стенка не плоская, а ограничена кривыми поверхностями, или когда поверхность не цилиндрическая, а овальная), можно определить по следующему уравнению:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F_{cp} (t'_{ст} - t''_{ст}), \quad (23-23)$$

где F_{cp} — поверхность, которую находят в зависимости от формы тела.

Для плоской и цилиндрической стенок при $F_2/F_1 < 2$ (где F_1 — внутренняя поверхность тела; F_2 — внешняя поверхность тела)

$$F_{cp} = (F_1 + F_2)/2. \quad (23-24)$$

Для цилиндрической стенки при $F_2/F_1 > 2$

$$F_{cp} = (F_2 - F_1)/2,3 \lg F_2/F_1. \quad (23-25)$$

Для шаровой стенки

$$F_{cp} = \sqrt{F_1 F_2}. \quad (23-26)$$

Все вышеприведенные формулы применяют для приближенных расчетов.

Расчет теплопроводности сложных объектов обычно производят раздельно по элементам, но такой способ имеет лишь приближенный характер. Надежные данные по теплопроводности сложных объектов можно получить только путем непосредственного эксперимента.

Если температура стенки в отдельных местах различна, то необходимо находить среднюю расчетную температуру всей стенки по формуле

$$t_{cp} = \frac{F_1 t_1 + F_2 t_2 + \dots + F_n t_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n},$$

где $F_1, F, \dots, F_n$ — участки стенки, имеющие постоянную температуру; $t_1, t_2, \dots, t_n$ — температуры отдельных участков.

Контрольные вопросы и примеры к XXIII главе

1. Написать дифференциальное уравнение теплопроводности однослойной плоской стенки.
2. Вывод уравнения теплопроводности через однослойную плоскую стенку.
3. По какому закону изменяется температура в однослойной плоской стенке?
4. От каких величин зависит тепловой поток, передаваемый теплопроводностью через однослойную плоскую стенку?
5. Теплопроводность многослойной плоской стенки — вывод уравнения.

6. Что называется эквивалентным коэффициентом теплопроводности?

7. Как определяется температура между слоями в многослойной плоской стенке?

8. Уравнение температурного поля для цилиндрической стенки.

9. Теплопроводность через однослойную цилиндрическую стенку — вывод уравнения.

10. Каков закон изменения температуры в цилиндрической стенке?

11. От каких величин зависит теплопроводность однослойной цилиндрической стенки?

12. Вывод уравнения теплопроводности через многослойную цилиндрическую стенку.

13. Эквивалентный коэффициент теплопроводности цилиндрической стенки.

14. Как определяются температуры между слоями в многослойной цилиндрической стенке?

15. Теплопроводность шаровой стенки — вывод уравнения.

Пример 23-1. Определить тепловой поток, проходящий через кирпичную стенку высотой 5 м, шириной 4 м и толщиной 250 мм. Температуры поверхностей стены $t'_{ст} = 27^\circ \text{C}$ и $t''_{ст} = -23^\circ \text{C}$. Коэффициент теплопроводности красного кирпича $\lambda = 0,77 \text{ вт/м} \cdot \text{град}$.

Величину теплового потока определяем из уравнения (23-3):

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (t'_{ст} - t''_{ст}) = \frac{0,77}{0,25} \cdot 5 \cdot 4 (27 - (-23)) = 3080 \text{ вт.}$$

Пример 23-2. Определить разность температур на наружной и внутренней поверхностях стальной стенки парового котла, работающего при манометрическом давлении 19 бар. Толщина стенки котла составляет 20 мм; температура воды, поступающей в котел, 46°C . С 1 м² поверхности нагрева снимается 25 кг/ч сухого насыщенного пара. Коэффициент теплопроводности стали $\lambda = 50 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$. Барометрическое давление 750 мм рт. ст. Стенку котла считаем плоской.

Абсолютное давление в котле

$$p_{абс} = p_m + p_б = 19 + \frac{750}{750} = 20 \text{ бар.}$$

Энтальпия сухого насыщенного пара, при абсолютном давлении в 20 бар равна $i'' = 2799,2 \text{ кДж/кг}$.

Энтальпия поступающей воды при 46°C , равная $i' = 192 \text{ кДж/кг}$, берется по табл. I или II приложения.

Плотность теплового потока

$$q = (2799,2 - 192)25 = 65\,200 \text{ кДж (м}^2 \cdot \text{ч)}.$$

Величину температурного напора Δt найдем из основного уравнения теплопроводности:

$$\Delta t = \frac{\delta}{\lambda} q = \frac{0,02 \cdot 65\,200\,000}{50 \cdot 3600} \approx 7^\circ \text{C.}$$

Пример 23-3. Вычислить плотность теплового потока, проходящего через стенку неэкранированной топочной камеры парового котла толщиной 625 мм. Стенка состоит из трех слоев: одного шамотного кирпича толщиной 250 мм, изоляционной прослойки из мелкого шлака толщиной 125 мм и одного красного кирпича толщиной 250 мм. Температура на внутренней поверхности топочной камеры $t'_{ст} = 1527^\circ \text{C}$, а на наружной $t''_{ст} = 47^\circ \text{C}$. Коэффициенты теплопроводности: шамотного кирпича $\lambda_1 = 1,28 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$, изоляционной прослойки $\lambda_2 = 0,15 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$ и красного кирпича $\lambda_3 = 0,8 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$. Как изменится тепловой поток в стенке, если изоляционную прослойку заменить красным кирпичом? Определить экономию в процентах от применения изоляционной прослойки. Кроме того, определить температуры между слоями.

Плотность теплового потока для многослойной плоской стенки определяем по уравнению (23-8):

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{(t'_{ст} - t''_{ст})}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{1527 - 47}{\frac{0,25}{1,28} + \frac{0,125}{0,15} + \frac{0,25}{0,8}} = \frac{1480}{1,341} = 1100 \text{ вт/м}^2.$$

При замене изоляционной прослойки красным кирпичом

$$q = Q/F = (1527 - 47)/(0,25/1,28 + 0,375/0,8) = 1480/0,663 = 2230 \text{ вт/м}^2.$$

Экономия в процентах от применения изоляционной прослойки

$$\frac{(2230 - 1100) \cdot 100}{2230} = 50,7 \, \%.$$

Температуру между шамотным кирпичом и изоляционной прослойкой определяем по формуле (23-12):

$$t'_{сл} = t'_{ст} - \frac{q\delta_1}{\lambda_1} = 1527 - \frac{1100 \cdot 0,25}{1,28} = 1312^\circ \text{C}.$$

Температура между изоляционной прослойкой и красным кирпичом

$$t''_{сл} = t'_{сл} - \frac{q\delta_2}{\lambda_2} = 1312 - \frac{1100 \cdot 0,125}{0,15} = 400^\circ \text{C}.$$

Температура между шамотным и красным кирпичом

$$t_{сл} = 1527 - \frac{2230 \cdot 0,25}{1,28} = 1091^\circ \text{C}.$$

Как видно из расчета, изоляционная прослойка не только уменьшает тепловые потери, но и сохраняет кладку из красного кирпича. При температурах выше 900°C красный кирпич быстро разрушается.

Пример 23-4. Плоская стальная стенка с $\lambda_1 = 50 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$ и толщиной $\delta_1 = 0,02 \text{ м}$ изолирована от тепловых потерь слоем асбестового

картона с $\lambda_2 = 0,15 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$ толщиной $\delta_2 = 0,2 \text{ м}$ и слоем пробки с $\lambda_3 = 0,045 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$ толщиной $\delta_3 = 0,1 \text{ м}$. Определить, какой толщины необходимо взять слой пенобетона с $\lambda = 0,08 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$ вместо асбеста и пробки, чтобы теплоизоляционные свойства стенки остались без изменения. Эквивалентный коэффициент теплопроводности для трехслойной плоской стенки определяем из уравнения (23-11):

$$\lambda_{\text{эк}} = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{0,02 + 0,2 + 0,1}{\frac{0,02}{50} + \frac{0,2}{0,15} + \frac{0,1}{0,045}} = \frac{0,32}{3,556} = 0,092 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}.$$

Для новой изоляции при одинаковых потерях эквивалентный коэффициент теплопроводности остается таким же, как и у трехслойной стенки, поэтому

$$0,092 = (0,02 + x)/(0,02/50 + x/0,08), \text{ откуда } x = 0,133 \text{ м}.$$

Пример 23-5. Стальная труба диаметром $d_1/d_2 = 200/220 \text{ мм}$ с коэффициентом теплопроводности $\lambda_1 = 50 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$ покрыта двухслойной изоляцией. Толщина первого слоя $\delta_2 = 50 \text{ мм}$ с $\lambda_2 = 0,2 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$ и второго $\delta_3 = 80 \text{ мм}$ с $\lambda_3 = 0,1 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$. Температура внутренней поверхности трубы $t'_{\text{ст}} = 327^\circ \text{С}$ и наружной поверхности изоляции $t''_{\text{ст}} = 47^\circ \text{С}$. Определить потери теплоты через изоляцию с одного метра длины трубопровода и температуры на границе соприкосновения отдельных слоев.

Из условия задачи следует, что $d_1 = 0,2 \text{ м}$, $d_2 = 0,22 \text{ м}$, $d_3 = 0,32 \text{ м}$ и $d_4 = 0,48 \text{ м}$.

Согласно уравнению (23-17) получаем

$$q_l = \frac{Q}{t} = \frac{2\pi(t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}})}{\frac{1}{\lambda_1} \ln d_2/d_1 + \frac{1}{\lambda_2} \ln d_3/d_2 + 1/\lambda_3 \ln d_4/d_3} = \frac{2 \cdot 3,14 (327 - 47)}{2,3 \cdot 14 \left(\frac{1}{50} \lg 0,22/0,2 + \frac{1}{0,2} \lg 0,32/0,22 + \frac{1}{0,1} \lg 0,48/0,32 \right)} = 282 \text{ вт/м}.$$

Температуру между слоями найдем по уравнению (23-21):

$$t'_{\text{сл}} = t'_{\text{ст}} - \frac{q_l}{2\pi\lambda_1} \ln d_2/d_1 = 327 - \frac{282 \cdot 2,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} \lg \frac{0,22}{0,2} = 327 - 0,087 \approx 327^\circ \text{С}.$$

$$t''_{\text{сл}} = t'_{\text{сл}} - \frac{q_l}{2\pi\lambda_2} \ln d_3/d_2 = 327 - \frac{282 \cdot 2,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} \lg \frac{0,32}{0,22} = 327 - 84 = 243^\circ \text{С}.$$

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ТРЕТЬЕГО РОДА, КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

§ 24-1. Передача теплоты через плоскую однослойную и многослойную стенки (теплопередача)

Перенос теплоты от одной подвижной среды (горячей) к другой (холодной) через однослойную или многослойную твердую стенку любой формы называется *теплопередачей*.

Примерами теплопередачи могут служить: передача теплоты от греющей воды к воздуху помещения через стенки нагревательных батарей центрального отопления, передача теплоты от дымовых газов к воде через стенки кипяtilьных труб в паровых котлах, передача теплоты от конденсирующегося пара к воде через стенки труб конденсатора, передача теплоты от нагретых газов к воде через стенку цилиндра двигателя внутреннего сгорания и т. д. Во всех рассматриваемых случаях стенка служит проводником теплоты и изготавливается из материала с высокой теплопроводностью.

В других случаях, когда требуется уменьшить потери теплоты, стенка должна быть изолятором и изготавливаться из материала с хорошими теплоизоляционными свойствами.

Стенки встречаются самой разнообразной формы: в виде плоских или ребристых листов, в виде пучка цилиндрических, ребристых или игольчатых труб, в виде шаровых поверхностей и т. д.

Теплопередача представляет собой весьма сложный процесс, в котором теплота передается всеми способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением.

Действительно, при наличии стенки процесс теплопередачи складывается из трех звеньев (рис. 24-1). Первое звено — перенос теплоты конвекцией от горячего теплоносителя к стенке. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью и часто — лучеиспусканием. Второе звено — перенос теплоты теплопроводностью через стенку. При распространении теплоты в пористых телах теплопроводность связана с конвекцией и излучением в порах. Третье звено — перенос теплоты конвекцией от второй поверхности стенки к холодному теплоносителю. В этой передаче теплоты конвекция также сопровождается теплопроводностью и часто излучением.

Количество теплоты, переданной горячим теплоносителем стенке путем конвективного теплообмена, определяется по уравнению Ньютона—Рихмана:

$$Q = \alpha_1 F (t_1 - t'_{ст}), \quad (24-1)$$

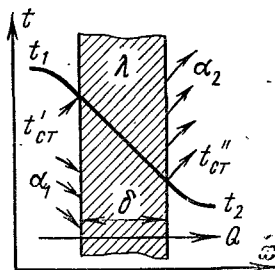


Рис. 24-1

где α_1 — коэффициент теплоотдачи от горячего теплоносителя с постоянной температурой t_1 к поверхности стенки, учитывающий все виды теплообмена; F — расчетная поверхность плоской стенки, м^2 .

Тепловой поток, переданный теплопроводностью через плоскую стенку, определяется по уравнению

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}). \quad (24-2)$$

Тепловой поток, переданный от второй поверхности стенки к холодному теплоносителю, определяется по той же формуле конвективного теплообмена Ньютона—Рихмана:

$$Q = \alpha_2 F (t''_{\text{ст}} - t_2), \quad (24-3)$$

где α_2 — коэффициент теплоотдачи от второй поверхности стенки к холодному теплоносителю с постоянной температурой t_2 .

Величины Q в уравнениях (24-1), (24-2) и (24-3) одинаковы. Сколько теплоты воспринимает стенка при стационарном режиме, столько же она и отдает.

Решая три уравнения переноса теплоты относительно разностей температур, имеем:

$$\left. \begin{aligned} t_1 - t'_{\text{ст}} &= \frac{Q}{\alpha_1 F}, \\ t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}} &= \frac{\delta}{\lambda} \frac{Q}{F}, \\ t''_{\text{ст}} - t_2 &= \frac{Q}{\alpha_2 F}. \end{aligned} \right\} +$$

Складывая почленно полученные равенства, получим

$$Q = F (t_1 - t_2) / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \quad (24-4)$$

или плотность теплового потока равна

$$q = (t_1 - t_2) / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right).$$

В уравнении (24-4) величина $1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)$ обозначается буквой κ , имеет размерность $\text{вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ и называется коэффициентом теплопередачи:

$$\kappa = 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right). \quad (24-5)$$

Тогда

$$Q = \kappa F (t_1 - t_2),$$

или

$$q = \kappa (t_1 - t_2). \quad (24-6)$$

Числовое значение коэффициента теплопередачи выражает количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки в единицу времени от горячего к холодному теплоносителю при разности температур между ними в 1° .

Полученное уравнение (24-6) называют *уравнением теплопередачи*.

Для определения k требуется предварительное определение α_1 и α_2 , которые в большинстве случаев являются величинами сложными; они учитывают передачу теплоты конвекцией и излучением:

$$\alpha = \alpha_{\text{кон}} + \alpha_{\text{изл.}}$$

Значение k всегда меньше наименьшего α .

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи,

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \quad (24-7)$$

называется *общим термическим сопротивлением* через однослойную плоскую стенку. Эта величина имеет размерность $(\text{м}^2 \cdot \text{град})/\text{вт}$. Здесь $\frac{1}{\alpha_1}$ и $\frac{1}{\alpha_2}$ — внешние термические сопротивления; $\frac{\delta}{\lambda}$ — термическое сопротивление стенки.

В случае передачи теплоты через многослойную плоскую стенку в знаменателе формулы (24-4) нужно поставить сумму термических сопротивлений всех слоев:

$$Q = \frac{F(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (24-8)$$

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}.$$

Коэффициент теплопередачи через многослойную плоскую стенку равен

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (24-9)$$

Общее термическое сопротивление через многослойную плоскую стенку

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

Температуры на поверхностях плоской стенки определяем из следующих уравнений:

$$\left. \begin{aligned} t'_{\text{ст}} &= t_1 - \frac{Q}{\alpha_1 F}, \\ t''_{\text{ст}} &= t_2 + \frac{Q}{\alpha_2 F}. \end{aligned} \right\} \quad (24-10)$$

При известных α и κ температуры поверхностей плоской стенки можно найти из формул:

$$\begin{aligned} \alpha_1 (t_1 - t'_{\text{ст}}) &= \kappa (t_1 - t_2), \\ \alpha_2 (t''_{\text{ст}} - t_2) &= \kappa (t_1 - t_2), \\ t'_{\text{ст}} &= t_1 - \frac{\kappa}{\alpha_1} (t_1 - t_2), \\ t''_{\text{ст}} &= t_2 + \frac{\kappa}{\alpha_2} (t_1 - t_2). \end{aligned} \quad (24-11)$$

§ 24-2. Передача теплоты через цилиндрические однослойную и многослойную стенки

Предположим, что через цилиндрическую однородную стенку переносится теплота при стационарном режиме от горячего теплоносителя с постоянной температурой t_1 и коэффициентом теплоотдачи α_1 к холодному теплоносителю с постоянной температурой t_2 и коэффициентом теплоотдачи α_2 (рис. 24-2).

Тогда для теплового потока можно написать три уравнения:

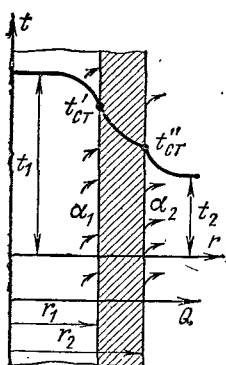


Рис. 24-2

$$Q = \alpha_1 \pi d_{\text{вн}} l (t_1 - t'_{\text{ст}});$$

$$Q = \frac{\pi l}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_{\text{нар}}}{d_{\text{вн}}}} (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}});$$

$$Q = \alpha_2 \pi d_{\text{нар}} l (t''_{\text{ст}} - t_2).$$

Решая эти три уравнения относительно разности температур, а затем складывая, получим

$$Q = \frac{\pi l (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_{\text{нар}}}{d_{\text{вн}}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}}}, \quad (24-12)$$

где

$$\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_{\text{нар}}}{d_{\text{вн}}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}}} = \kappa_{\text{ц}} \quad (24-13)$$

называют *линейным коэффициентом теплопередачи*, имеющим размерность $\text{вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$.

Плотность теплового потока, проходящего через цилиндрическую стенку, равна

$$q_{\text{ц}} = \frac{Q}{l} = \kappa_{\text{ц}} \pi (t_1 - t_2).$$

Числовое значение линейного коэффициента теплоотдачи цилиндрической стенки $\kappa_{\text{ц}}$ есть количество теплоты, проходящей через 1 м трубы в единицу времени от горячего теплоносителя к холодному при разности температур между ними в 1° .

Поэтому уравнение (24-12) можно написать в следующем виде:

$$Q = \kappa_{\text{ц}} \pi l (t_1 - t_2). \quad (24-14)$$

При переносе теплоты через многослойную цилиндрическую стенку, имеющую n слоев, тепловой поток равен

$$Q = \frac{\pi l (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}}}. \quad (24-15)$$

Плотность теплового потока, отнесенная к внутренней или наружной поверхности, определяется по уравнениям:

$$q_{\text{ц1}} = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{\kappa_{\text{ц}}}{d_1} (t_1 - t_2);$$

$$q_{\text{ц2}} = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{\kappa_{\text{ц}}}{d_2} (t_1 - t_2).$$

Величину, обратную коэффициенту теплопередачи, $\frac{1}{\kappa_{\text{ц}}}$ называют *общим линейным термическим сопротивлением* через цилиндрическую стенку:

$$R_{\text{ц}} = \frac{1}{\kappa_{\text{ц}}} = \frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}}, \quad (24-16)$$

где $\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}}$ и $\frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}}$ — внешние термические сопротивления;
 $\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}$ — термическое сопротивление многослойной цилиндрической стенки.

$R_{\text{ц}}$ имеет размерность $(\text{м} \cdot \text{град})/\text{вт}$.

Температуру внутренней поверхности в $^\circ\text{C}$ определяем по формуле

$$t'_{\text{ст}} = t_1 - \frac{Q}{\alpha_1 d_{\text{вн}} \pi l}, \quad (24-17)$$

а температуру наружной поверхности

$$t''_{\text{ст}} = t_2 + \frac{Q}{\alpha_2 d_{\text{нар}} \pi l}. \quad (24-18)$$

§ 24-3. Критический диаметр изоляции

Тепловой изоляцией называют всякое покрытие горячей поверхности, которое способствует снижению потерь теплоты в окружающую среду. Для тепловой изоляции могут быть использованы любые материалы с низким коэффициентом теплопроводности — асбест, пробка, слюда, шлаковая или стеклянная вата, шерсть, опилки, торф и др.

Анализ формулы полного линейного термического сопротивления теплопередачи цилиндрической стенки показывает, что тепловые потери изолированных трубопроводов уменьшаются пропорционально увеличению толщины изоляции.

Рассмотрим условие, при котором материал, используемый для изоляции трубы, будет уменьшать тепловые потери.

Пусть цилиндрическая труба покрыта однослойной изоляцией. При постоянных $\alpha_1, \alpha_2, d_1, d_2, \lambda_1, \lambda_2, t_1$ и t_2 рассмотрим, как будет изменяться полное термическое сопротивление при изменении толщины изоляции.

В уравнении общего термического сопротивления двухслойной цилиндрической стенки

$$R_{\text{ц}} = \frac{1}{\kappa_{\text{ц}}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}$$

при увеличении внешнего диаметра изоляции d_3 увеличивается сопротивление слоя изоляции (член $\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_3}{d_2}$), но одновременно уменьшается сопротивление теплоотдачи на наружной поверхности изоляции (член $\frac{1}{\alpha_2 d_3}$).

Беря первую производную от правой части уравнения по d_3 и приравнявая ее нулю, получаем

$$\frac{d(R_{\text{ц}})}{d(d_3)} = \frac{1}{2\lambda_2 d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3^2} = 0.$$

Тогда критический диаметр изоляции, отвечающий экстремальной точке кривой $R = f(d_3)$, определится формулой

$$d_{\text{кр}} = d_{\text{из}} = \frac{2\lambda_{2\text{из}}}{\alpha_2}. \quad (24-19)$$

Из уравнения следует, что критический диаметр $d_{\text{кр}}$ изоляции не зависит от размеров трубопровода. Он будет тем меньше, чем меньше коэффициент теплопроводности изоляции и чем больше коэффициент теплоотдачи α_2 от наружной поверхности изоляции к окружающей среде.

Вторая производная от $R_{\text{ц}}$ больше нуля. Следовательно, критический диаметр соответствует минимуму теплового сопротивления и максимуму теплового потока (рис. 24-3).

Анализ уравнения (24-19) показывает, что если наружный диаметр изоляции $d_{\text{из}}$ увеличивается, но остается меньше $d_{\text{кр}}$, то тепловые по-

тери возрастают и будут больше теплотерь голого трубопровода (кривая AK). При равенстве $d_{из} = d_{кр}$ получаются максимальные теплотери в окружающую среду (точка K). При дальнейшем увеличении наружного диаметра изоляции $d_{из} > d_{кр}$ теплотери будут меньше, чем при $d_{из} = d_{кр}$ (кривая BK).

Только при $d_{из} = d_3$ тепловые потери вновь станут такими же, как и для неизолированного трубопровода.

Значит, для эффективной работы изоляции необходимо, чтобы критический диаметр был меньше внешнего диаметра оголенного трубопровода, т. е. чтобы $d_{кр} \leq d_2$ (рис. 24-3). Таким образом, для того чтобы изоляция вызвала уменьшение теплотерь цилиндрической стенки по сравнению с голым трубопроводом, при данном наружном диаметре трубы d_2 и заданном коэффициенте теплоотдачи α_2 необходимо, чтобы

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}.$$

Например, для изоляции трубопровода диаметром $d_2 = 30$ мм имеется шлаковая вата с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из} = 0,1$ $вт/(м \cdot град)$; коэффициент теплоотдачи $\alpha_2 = 4,0$ $вт/(м^2 \cdot град)$. Целесообразно ли применять в данном случае в качестве изоляции шлаковую вату?

Критический диаметр изоляции

$$d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 0,1}{4} = 0,05 \text{ м} = 50 \text{ мм}.$$

Так как $d_{кр} > d_2$, шлаковую вату в рассматриваемом случае применять нецелесообразно.

Для нашей задачи $\lambda_{из}$ должен быть меньше:

$$\lambda_{из} \leq \frac{4 \cdot 0,03}{2} = 0,06 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}.$$

§ 24-4. Передача теплоты через шаровую стенку

При граничных условиях третьего рода для полого шара известны: внутренний d_1 и внешний d_2 диаметры, температура горячего теплоносителя внутри шара t_1 и температура холодного теплоносителя t_2 , коэффициент теплоотдачи от горячей жидкости к внутренней поверхности шара α_1 и коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности шара к окружающей среде α_2 .

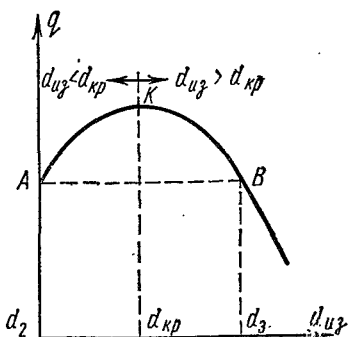


Рис. 24-3

При стационарном режиме для всех изотермных поверхностей тепловой поток будет постоянным:

$$Q = \alpha_1 \pi d_1^2 (t_1 - t'_{\text{ст}}),$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}),$$

$$Q = \alpha_2 \pi d_2^2 (t''_{\text{ст}} - t_2).$$

Решая эти три уравнения относительно разности температур и складывая, находим величину теплового потока:

$$Q = \frac{\pi (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}},$$

или

$$Q = \kappa_{\text{ш}} \pi (t_1 - t_2). \quad (24-20)$$

Определяем из уравнения (24-20) коэффициент теплопередачи для шаровой стенки:

$$\kappa_{\text{ш}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}}; \quad (24-21)$$

$\kappa_{\text{ш}}$ имеет размерность *вт/град*.

Обратную величину

$$\frac{1}{\kappa_{\text{ш}}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}$$

называют *общим термическим сопротивлением* шаровой стенки.

§ 24-5. Передача теплоты через ребристую стенку

Ребристые поверхности применяют для выравнивания термических сопротивлений теплоотдачи с обеих сторон стенки, когда одна поверхность стенки омывается капельной жидкостью с большим коэффициентом теплоотдачи, а другая поверхность омывается газом с малым коэффициентом теплоотдачи, создающим большое термическое сопротивление.

Оребрение стенки с большим термическим сопротивлением позволяет увеличить ее поверхность соприкосновения с горячим (или холодным) теплоносителем, уменьшить общее тепловое сопротивление теплопередачи и увеличить тепловой поток.

Температура ребер изменяется по высоте, если $t_1 > t_2$; у основания ребра она равна температуре поверхности стенки $t'_{\text{ст}}$, а температура у вершины ребра будет значительно меньше $t''_{\text{ст}}$. Поэтому участки поверхности ребра у основания будут передавать больше теплоты, чем участки ребра у вершины. Отношение количества теплоты Q_p , переда-

всёю поверхностью ребер в окружающую среду, к теплоте $Q_{п.р.}$, которую эта поверхность могла бы передать при постоянной температуре, равной температуре у основания ребер, называется *коэффициентом эффективности ребер*:

$$\eta_0 = Q_p / Q_{п.р.}$$

Коэффициент эффективности ребер всегда меньше единицы. Для коротких ребер, выполненных из материала с высоким коэффициентом теплопроводности, коэффициент эффективности близок к единице.

Пусть имеется плоская стенка толщиной δ , на одной стороне которой имеются ребра (рис. 24-4). Температура гладкой поверхности ребер и протенков между ними принимается в первом приближении равной постоянной величине $t'_{ст}$. Стенка и ребра выполнены из одного материала с высоким коэффициентом теплопроводности λ . Коэффициент теплоотдачи на гладкой стороне α_1 , на ребристой α_2^* . Площадь гладкой поверхности F_1 , площадь поверхности ребер и промежутков между ними F_2 . Температура горячего теплоносителя t_1 , холодного t_2 . Тогда для стационарного режима можно написать три уравнения теплового потока:

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_1 - t'_{ст}), \quad Q = \frac{\lambda}{\delta} F_1 (t'_{ст} - t''_{ст}),$$

$$Q = \alpha_2 F_2 (t''_{ст} - t_2).$$

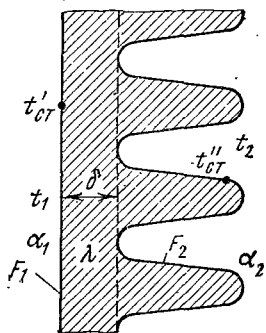


Рис. 24-4

Решая эти три уравнения относительно разности температур и складывая, получаем

$$Q = (t_1 - t_2) / \left(\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2} \right),$$

или

$$Q = \kappa_p (t_1 - t_2), \quad (24-22)$$

откуда коэффициент теплопередачи для ребристой стенки равен

$$\kappa_p = 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2} \right); \quad (24-23)$$

κ_p имеет размерность $вт/град$.

Если тепловой поток отнесен к единице гладкой поверхности, то

$$\kappa_{п.г} = 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2} \right); \quad (24-24)$$

$\kappa_{п.г}$ имеет размерность $вт/(м^2 \cdot град)$.

* Для ребристых поверхностей коэффициент теплоотдачи α_2 называют обычно приведенным, так как он учитывает теплоотдачу с поверхности трубы, поверхности ребер, а также эффективность работы ребра (прим. ред.).

Если тепловой поток отнести к единице ребристой поверхности, то

$$\kappa_{p.p} = 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right). \quad (24-25)$$

Для круглой трубы с наружным оребрением, рассуждая аналогично, получаем

$$Q = \kappa_{p.p} (t_1 - t_2), \quad (24-26)$$

откуда

$$\kappa_{p.p} = 1 / \left[\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2 F_2/F_1} \right], \quad (24-27)$$

где d_1 — внутренний диаметр трубы; d_2 — наружный диаметр трубы; $\kappa_{p.p}$ имеет размерность $вт/(м \cdot град)$.

Приведенные формулы справедливы для ребер небольшой высоты.

Отношение оребренной поверхности F_2 к гладкой F_1 называется *коэффициентом оребрения*. Влияние оребрения на коэффициент теплопередачи см. в примере 24-5.

Точное значение коэффициента теплопередачи для ребристых поверхностей может быть определено только экспериментальным путем*.

§ 24-6. Интенсификация теплопередачи

Практика эксплуатации тепловых аппаратов требует наилучших условий передачи теплоты от горячего теплоносителя к холодному. Эти условия главным образом зависят от коэффициента теплопередачи. Однако знания численного значения одного коэффициента теплопередачи для исследования процесса теплопередачи недостаточно. Только анализ соотношений всех термических сопротивлений дает возможность сделать правильное заключение и позволяет существенно изменить величину теплового потока. Поясним это на частных примерах.

В паровом котле коэффициент теплоотдачи от топочных газов к стенке равен $\alpha_1 = 30 \text{ вт}/(м^2 \cdot град)$, а от стенки к кипящей воде $\alpha_2 = 5000 \text{ вт}/(м^2 \cdot град)$; коэффициент теплопроводности стальной стенки $\lambda = 50 \text{ вт}/(м \cdot град)$, а ее толщина равна $\delta = 0,02 \text{ м}$. Стенку считаем плоской. При этих условиях коэффициент теплопередачи $\kappa = 29,5 \text{ вт}/(м^2 \cdot град)$, т. е. он меньше наименьшего α .

Если для увеличения коэффициента теплопередачи κ улучшить условия теплоотдачи от стенки к воде или применять более тонкую стенку из теплопроводного материала, то этими способами увеличить κ не удастся. Существенно повысить κ можно лишь только тогда, когда улучшим передачу теплоты от топочных газов к стенке.

Иначе обстоит дело с аппаратами, в которых коэффициенты α_1 и α_2 велики. Например, в водяном конденсаторе со стороны воды $\alpha_1 = 5000 \text{ вт}/(м^2 \cdot град)$, а со стороны пара $\alpha_2 = 10\,000 \text{ вт}/(м^2 \cdot град)$. Если стенку такого конденсатора изготовить из стали толщиной 20 мм, то $\kappa = 1428 \text{ вт}/(м^2 \cdot град)$, если взять стенку толщиной 3 мм, то

* Более подробное изложение см.: «Теплопередача» В. П. Исаченко, В. А. Осиповой, А. С. Сукомел. (М., «Энергия», 1969).

$k = 2770 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, а если сталь заменить красной медью и взять стенку толщиной 1 мм, то $k = 3400 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$. Приведенный пример показывает, что при больших значениях коэффициентов теплоотдачи величина коэффициента теплопередачи в значительной степени зависит от теплопроводности стенки.

Таким образом, при изучении условий передачи теплоты в тепловых аппаратах для интенсификации теплопередачи необходимо стремиться уменьшить наибольшее сопротивление.

Контрольные вопросы и примеры к XXIV главе

1. Что называется теплопередачей?
2. Описать передачу теплоты через стенку.
3. Каким уравнением описывается передача теплоты через стенку?
4. Как получается основное уравнение теплопередачи?
5. Что называется коэффициентом теплопередачи?
6. Что называется общим термическим сопротивлением и из каких величин оно складывается?
7. Передача теплоты через многослойную плоскую стенку и коэффициент теплопередачи для нее.
8. Как определяются температуры поверхностей стенки?
9. Передача теплоты через однослойную цилиндрическую стенку— вывод уравнения.
10. Коэффициент теплопередачи через однослойную цилиндрическую стенку; дать определение.
11. Тепловой поток и коэффициент теплопередачи через многослойную цилиндрическую стенку.
12. Уравнение общего термического сопротивления через многослойную цилиндрическую стенку.
13. Определение температур внутренней и наружной поверхностей цилиндрической стенки.
14. Что называется критической толщиной изоляции?
15. Что называется критическим диаметром изоляции и как он определяется?
16. Какие требуются условия, чтобы изоляция уменьшала потери теплоты?
17. Теплопередача через шаровую стенку; вывод уравнения.
18. Коэффициент теплопередачи и общее термическое сопротивление шаровой стенки.
19. В каких случаях применяют ребристые стенки?
20. Теплопередача и коэффициент теплопередачи через ребристую стенку.
21. В каких случаях и за счет чего можно интенсифицировать теплопередачу?
22. Какое существует общее правило для интенсификации теплопередачи?

Пример 24-1. Определить плотность теплового потока, проходящего через плоскую стальную стенку толщиной $\delta = 10 \text{ мм}$ с $\lambda = 50 \text{ вт}/(\text{м} \times \text{град})$ и коэффициенты теплопередачи для двух случаев. В первом

случае: температура газов $t_1 = 1127^\circ \text{C}$, температура кипящей воды $t_2 = 227^\circ \text{C}$, коэффициент теплоотдачи от газов к стенке $\alpha_1 = 100 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ и от стенки к кипящей воде $\alpha_2 = 5000 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$. Во втором случае в процессе эксплуатации поверхность нагрева со стороны газов покрылась слоем сажи толщиной $\delta = 2 \text{ мм}$ с $\lambda = 0,09 \text{ вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$. Температура газов и воды остается без изменения.

Вычислить температуры поверхностей между слоями, а также определить, во сколько раз уменьшится коэффициент теплопередачи с появлением слоя сажи.

Первый случай. Коэффициент теплопередачи определяем по формуле (24-5):

$$\kappa = 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = 1 / \left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{1}{5000} \right) = 96,2 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Плотность теплового потока находим по уравнению (24-6):

$$q = \kappa (t_1 - t_2) = 96,2 (1127 - 227) = 86\,600 \text{ вт}/\text{м}^2 = 86,6 \text{ кВт}/\text{м}^2.$$

Температуру стенки со стороны газов определяем по формуле (24-10):

$$t'_{\text{ст}} = t_1 - q/\alpha_1 = 1127 - 86600/100 = 261^\circ \text{C}.$$

Температура стенки со стороны воды равна

$$t''_{\text{ст}} = t_2 + q/\alpha_2 = 227 + 86600/5000 = 244,3^\circ \text{C}.$$

Второй случай. Коэффициент теплопередачи через многослойную плоскую стенку определяем по формуле (24-9):

$$\begin{aligned} \kappa &= 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = \\ &= 1 / \left(\frac{1}{100} + \frac{0,002}{0,09} + \frac{0,01}{50} + \frac{1}{5000} \right) = 30,7 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}). \end{aligned}$$

Плотность теплового потока находим по формуле (24-8):

$$q = \kappa (t_1 - t_2) = 30,7 (1127 - 227) = 27600 \text{ вт}/\text{м}^2.$$

Наружная температура сажи составляет

$$t'_{\text{ст}} = 1127 - 27600/100 = 851^\circ \text{C}.$$

Температура внутренней поверхности сажи

$$t'_{\text{сл}} = t'_{\text{ст}} - (q\delta_1/\lambda_1) = 851 - (27\,600 \cdot 0,002/0,09) = 238^\circ \text{C}.$$

Температура внутренней поверхности стенки (со стороны воды)

$$t''_{\text{ст}} = 227 + 27\,600/5000 = 232,5^\circ \text{C}.$$

Слой сажи в 2 мм уменьшает коэффициент теплопередачи от газов к воде в 3,13 раза.

Пример 24-2. Как изменится плотность теплового потока и температуры поверхности стенки, если в примере 24-1 со стороны воды по-

явится накипь толщиной 10 мм и 30 мм с $\lambda = 2,0 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$? Со стороны газа поверхность стенки чистая.

Коэффициент теплопередачи при накипи толщиной 10 мм равен

$$\kappa = 1 / \left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{0,01}{2} + \frac{1}{5000} \right) = 65,0 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Плотность теплового потока составляет

$$q = 65 (1127 - 227) = 58\,500 \text{ вт/м}^2.$$

Температуры между слоями равны:

$$t'_{\text{ст}} = 1127 - 58500/100 = 542^\circ \text{С};$$

$$t'_{\text{сл}} = 542 - (58500 \cdot 0,01/50) = 530^\circ \text{С};$$

$$t''_{\text{ст}} = 227 + 58500/5000 = 239^\circ \text{С}.$$

Коэффициент теплопередачи при накипи толщиной 30 мм равен

$$\kappa = 1 / \left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{0,03}{2} + \frac{1}{5000} \right) = 39,4 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$$

Плотность теплового потока равна

$$q = 39,4 (1127 - 227) = 35\,600 \text{ вт/м}^2.$$

Температуры поверхностей и между слоями:

$$t'_{\text{ст}} = 1127 - 35600/100 = 771^\circ \text{С};$$

$$t'_{\text{сл}} = 771 - (35600 \cdot 0,01/50) = 764^\circ \text{С};$$

$$t''_{\text{ст}} = 227 + 35600/5000 = 234^\circ \text{С}.$$

Приведенные расчеты показывают, что появление накипи на поверхности нагрева уменьшает теплопередачу: слой в 10 мм — на 32,4%, слой в 30 мм — на 59%. Кроме того, расчеты показывают, что температура стальной стенки с появлением накипи резко возрастает и при толщине в 30 мм достигает 771°С , что абсолютно недопустимо. Появление большого слоя накипи может привести к взрыву котла.

Пример 24-3. Стальной паропровод диаметром $d_1/d_2 = 180/200 \text{ мм}$ с коэффициентом теплопроводности $\alpha_1 = 50 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$ покрыт слоем жароупорной изоляции толщиной 50 мм, $\lambda_2 = 0,18 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$. Сверх этой изоляции лежит слой пробки толщиной 50 мм, $\lambda_3 = 0,06 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$. Температура протекающего внутри трубы пара равна $t_1 = 427^\circ \text{С}$, температура наружного воздуха $t_2 = 27^\circ \text{С}$. Коэффициент теплоотдачи от пара к трубе $\alpha_1 = 200 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$, коэффициент теплоотдачи от поверхности пробковой изоляции к воздуху $\alpha_2 = 10 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$. Определить потери теплоты на 1 м трубопровода, а также температуры поверхностей отдельных слоев.

Коэффициент теплопередачи многослойной цилиндрической стенки определяем по уравнению (24-13):

$$\kappa_{\pi} = 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_1}{d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}} \right) = 1 / \left(\frac{1}{200 \cdot 0,18} + \frac{2,3}{2 \cdot 50} \lg \frac{200}{180} + \frac{2,3}{2 \cdot 0,18} \lg \frac{300}{200} + \frac{2,3}{2 \cdot 0,06} \lg \frac{400}{300} + \frac{1}{10 \cdot 0,4} \right) = 0,263 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}.$$

Плотность теплового потока на 1 м трубы

$$q = \kappa_{\pi} \pi (t_1 - t_2) = 0,263 \cdot 3,14 (427 - 27) = 330 \text{ вт/м}.$$

Температуру внутренней поверхности трубы определяем по уравнению (24-17):

$$t'_{\text{ст}} = t_1 - q/(\alpha_1 d_{\text{вн}} \pi) = 427 - 330/(200 \cdot 0,18 \cdot 3,14) = 424^{\circ} \text{С}.$$

Термическим сопротивлением стальной трубы можно пренебречь и наружную температуру поверхности трубы считать равной $t'_{\text{сл}} = 424^{\circ} \text{С}$.

Температуру наружной поверхности жароупорной изоляции определяем по уравнению (23-21):

$$t''_{\text{сл}} = t'_{\text{сл}} - \frac{q}{2\pi\lambda_2} \ln d_2/d_1 = 424 - \frac{330 \cdot 2,3 \cdot 0,176}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,18} = 306^{\circ} \text{С}.$$

Температуру наружной пробковой изоляции определяем по уравнению (24-18):

$$t''_{\text{ст}} = t_2 + q/(\alpha_2 d_{\text{нар}} \pi) = 27 + 330/(10 \cdot 0,4 \cdot 3,14) = 53,3^{\circ} \text{С}.$$

Из приведенного расчета видно, что слой жароупорной изоляции слишком тонок и не предохраняет пробку от самовозгорания, так как максимально допустимая температура для пробки составляет 80°С , следовательно, слой жароупорной изоляции надо увеличить.

Пример 24-4. Определить потери теплоты шарообразным выпарным аппаратом, если внутренний диаметр его равен $d_1 = 1,5 \text{ м}$, внешний (вместе с изоляцией) $d_2 = 2,0 \text{ м}$ и средний коэффициент теплопроводности стенки $\lambda_{\text{ср}} = 0,12 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$. Температура рабочего тела внутри шара $t_1 = 127^{\circ} \text{С}$, температура наружного воздуха $t_2 = 27^{\circ} \text{С}$. Коэффициент теплоотдачи $\alpha_1 = 200 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$; $\alpha_2 = 8 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$.

Коэффициент теплопередачи для шаровой стенки определяем по уравнению (24-21):

$$\kappa_{\text{ш}} = 1 / \left[\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda_{\text{ср}}} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} \right] = 1 / \left[\frac{1}{200 \cdot 1,5^2} + \frac{1}{2 \cdot 0,12} \left(\frac{1}{1,5} - \frac{1}{2,0} \right) + \frac{1}{8 \cdot 2^2} \right] = 1,38 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Потерю теплоты аппаратом определяем по уравнению (24-20):

$$Q = \kappa_{\text{ш}} \pi (t_1 - t_2) = 1,38 \cdot 3,14 (127 - 27) = 434 \text{ вт}.$$

Пример 24-5. Определить количество теплоты, передаваемой через 1 м^2 ребристой стенки, коэффициент оребрения которой равен $F_2/F_1 = 12$. Стенка выполнена из чугуна с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 63 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$ и толщиной $\delta = 12 \text{ мм}$. Коэффициент теплоотдачи от рабочего тела к стенке $\alpha_1 = 250 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$ и $\alpha_2 = 12 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$. Температура рабочего тела $t_1 = 117^\circ \text{С}$, а температура воздуха $t_2 = 17^\circ \text{С}$.

Коэффициент теплопередачи определяем по формуле (24-24) и считаем, что тепловой поток отнесен к гладкой поверхности:

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{р.г.}} &= 1 / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2} \right) = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{250} + \frac{0,012}{63} + \frac{1}{12 \cdot 12}} = 90 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}. \end{aligned}$$

Плотность теплового потока определяем по уравнению (24-22):

$$q = \kappa_{\text{р.г.}} (t_1 - t_2) = 90 (117 - 17) = 9000 \text{ Вт/м}^2.$$

При гладкой поверхности стенки κ определяем по уравнению (24-5):

$$\kappa = 1 / \left(\frac{1}{250} + \frac{0,012}{63} + \frac{1}{12} \right) = 11,4 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Плотность теплового потока для гладкой стенки составляет

$$q = 11,4 \cdot 100 = 1140 \text{ Вт/м}^2.$$

Оребрение поверхности увеличило теплопередачу в 7,9 раза. В действительности с учетом изменения коэффициента теплоотдачи и температуры вдоль ребра эффект от оребрения может быть значительно меньше.

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

§ 25-1. Основные положения

Если температурное поле меняется во времени, то тепловые процессы, протекающие в таких условиях, называют *нестационарными*.

Нестационарные процессы теплопроводности встречаются при охлаждении металлических заготовок, прокаливании твердых тел, в производстве стекла, обжиге кирпича, нагревании дерева, при вулканизации резины, нагревании мешков муки и т. п.

Передачу теплоты при нестационарном режиме можно определить, если найти закон изменения температурного поля и теплового потока во времени и в пространстве:

$$f = f(x, y, z, \tau) \text{ и } Q = Q(x, y, z, \tau),$$

где x, y, z — координаты точки; τ — время.

Указанные зависимости могут быть найдены из решения дифференциального уравнения теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = a \nabla^2 t. \quad (25-1)$$

При решении уравнения (25-1) необходимо задать граничные условия и начальное распределение температуры в теле.

Граничные условия задаются уравнением

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{\text{пов}} = -(\alpha / \lambda_{\text{ст}})(t_{\text{пов}} - t_{\text{среды}}), \quad (25-2)$$

где $(\partial t / \partial n)_{\text{пов}}$ — градиент температуры на поверхности; α — коэффициент теплоотдачи между жидкой средой и поверхностью твердого тела; $\lambda_{\text{ст}}$ — коэффициент теплопроводности стенки; $t_{\text{пов}}$ — температура поверхности стенки; $t_{\text{среды}}$ — температура окружающей среды.

Физические величины λ, c, ρ считаются постоянными.

Температура рассматриваемого тела в начальный момент времени при $\tau = 0$ распределена равномерно, т. е.

$$t_0 = \text{const.}$$

Решение уравнений (25-1) и (25-2) с учетом граничных и временных условий дает уравнение температурного поля вида

$$t = f(\alpha, \lambda, a, \tau, x, y, z, t_0, t_{\text{ср}}, l_0, l_1, \dots, l_n). \quad (25-3)$$

Из уравнения (25-3) видно, что температура зависит от большого числа переменных и постоянных параметров и решение его представляет весьма сложную математическую задачу, изложение которой в кратком учебнике невозможно.

Подробное изложение решений имеется в специальных курсах по теплопередаче. Поэтому в дальнейшем ограничимся приведением готовых расчетных формул только для трех задач: неограниченной пластины, цилиндра бесконечной длины и шара.

При анализе уравнения (25-3) оказывается, что переменные можно группировать в три безразмерных комплекса:

$$\frac{\alpha l}{\lambda_{\text{ст}}} = \text{Bi} — \text{число Био};$$

$$\frac{a\tau}{l^2} = \text{Fo} — \text{число Фурье};$$

$$\frac{x}{l} — \text{безразмерная координата}.$$

Искомая функция в виде безразмерной температуры $\frac{\vartheta^*}{\vartheta_1}$ может быть представлена следующим уравнением:

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_1} = F\left(\text{Fo}, \text{Bi}, \frac{x}{l}\right). \quad (25-4)$$

§ 25-2. Неограниченная пластина

Рассмотрим охлаждение плоскопараллельной пластины толщиной δ ($l = \delta$). Размеры пластины в направлении осей Oy и Oz бесконечно велики (рис. 25-1). Пластина омывается с обеих сторон жидкостью или газом с постоянной температурой $t_{\text{ср}}$, причем коэффициент теплоотдачи для обеих поверхностей имеет одинаковое и постоянное значение.

В начальный момент времени пластина имеет во всех своих точках постоянную температуру t_0 , поэтому и избыточная температура $\vartheta_1 = t_0 - t_{\text{ср}}$ будет также постоянной для всех точек тела. Кроме того, заданы коэффициент теплопроводности $\lambda_{\text{ст}}$, плотность тела ρ и теплоемкость его c , величины которых полагаются постоянными. Коэффициент температуропроводности a определяется по уравнению $a = \lambda_{\text{ст}} / \rho c$. Так как пластина безгранична как по высоте, так и по ширине, то дифференциальное уравнение принимает вид

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}.$$

Граничное условие при $x = \pm \delta$

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=\pm\delta} = \pm \frac{\alpha \vartheta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}}$$

и начальное условие при $\tau = 0$

$$\vartheta = \vartheta_1.$$

* Здесь и дальше под ϑ понимается избыточная температура тела, отсчитанная от температуры окружающей среды, и т.е. $\vartheta = t_{\text{тела}} - t_{\text{средн.}}$

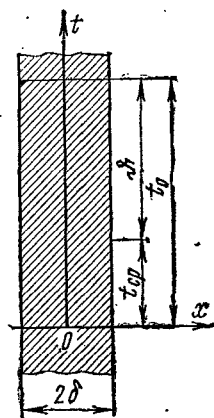


Рис. 25-1

Температуры поверхности стенки и в ее средней плоскости определяются из соотношения

$$\frac{\vartheta_{ст}}{\vartheta_1} = \frac{t_{ст} - t_{ср}}{t_0 - t_{ср}} = f\left(\frac{\alpha l}{\lambda_{ст}}, \frac{\alpha \tau}{l^2}\right) = f(Bi, Fo). \quad (25-5)$$

Безразмерная координата x/l в средней плоскости и на поверхности пластины становится постоянной величиной (при $x = 0$ $x/l = 0$; при $x = \delta$ $x/l = 1$) и поэтому отсутствует в уравнении (25-5):

$$\frac{\vartheta_{ц}}{\vartheta_1} = \frac{t_{центр} - t_{ср}}{t_0 - t_{ср}} = f_1(Bi, Fo). \quad (25-6)$$

Количество теплоты, которое отдает (или воспринимает) пластина в окружающую среду за время τ , должно равняться изменению ее внутренней энергии за период полного ее охлаждения (нагрева). Начальная внутренняя энергия пластины, отсчитанная от внутренней энергии при температуре среды, окружающей стенку, как от нуля, равна

$$Q_0 = 2F\sigma\delta(t_0 - t_{ср}) = 2F\sigma\delta \vartheta_1, \quad (25-7)$$

Количество теплоты, выделяющееся при охлаждении пластины, определяется также безразмерными числами Bi и Fo :

$$Q_{\tau}/Q_0 = f_2(Bi, Fo), \quad (25-8)$$

$$Q_{\tau} = F2\sigma\delta(t_0 - t_{ср.ст}),$$

где Q_{τ} — количество теплоты, переданное в окружающую среду за время τ , Дж; $t_{ср.ст}$ — средняя температура стенки по истечении периода времени τ , °C.

Зависимости (25-5), (25-6) и (25-8) даются в виде графиков или в виде табл. 25-1, 25-2, 25-3. (Таблицы позволяют решать задачи с большей точностью.) Сначала вычисляют числа Bi и Fo , а по табл. 25-1, 25-2, 25-3 определяют $\vartheta_{ц}/\vartheta_1$, $\vartheta_{ст}/\vartheta_1$, Q_{τ}/Q_0 . Так как $t_0 = t_{ср}$ и начальное теплосодержание известны, то легко вычисляются $t_{ст}$, $t_{ц}$ и Q_{τ} .

Таблица 25-1
Значения $\vartheta_{ц}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo)$ для неограниченной пластины

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,05	—	—	—	—	—	—	1,0	1,0	1,0	1,0
0,1	—	—	1,0	1,0	1,0	1,0	0,98	0,97	0,96	0,95
0,5	—	1,0	0,99	0,97	0,87	0,78	0,56	0,46	0,41	0,39
1,0	—	1,0	0,99	0,92	0,70	0,54	0,25	0,16	0,13	0,12
2	—	1,0	0,98	0,83	0,46	0,31	0,06	0,02	0,01	0,01
5	—	1,0	0,95	0,62	0,13	0,03	0,0	0,0	0,0	0,0
10	1,0	0,99	0,90	0,37	0,02	0,0	—	—	—	—
20	1,0	0,98	0,82	0,14	0,00	—	—	—	—	—
50	1,0	0,96	0,61	0,01	—	—	—	+	—	—

Значения $\Phi_{ст}/\Phi_1 = f(Bi, Fo)$ для неограниченной пластины

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,02	—	1,0	0,99	0,98	0,93	0,86	0,59	0,34	0,19	0,08
0,05	—	1,0	0,99	0,98	0,89	0,79	0,46	0,23	0,12	0,05
0,1	—	1,0	0,99	0,97	0,85	0,73	0,37	0,17	0,08	0,04
0,5	—	1,0	0,99	0,92	0,69	0,51	0,17	0,06	0,03	0,01
1,0	—	1,0	0,98	0,88	0,56	0,35	0,08	0,02	0,01	0,0
2	—	1,0	0,97	0,79	0,37	0,17	0,02	0,0	0,0	—
5	—	1,0	0,95	0,59	0,10	0,02	—	—	—	—
10	1,0	0,99	0,9	0,36	0,01	0,0	—	—	—	—
20	1,0	0,98	0,81	0,13	0,0	—	—	—	—	—
50	1,0	0,96	0,6	0,01	—	—	—	—	—	—

Таблица 25-3

Значения $Q_{\tau}/Q_0 = f(Bi, Fo)$ для неограниченной пластины

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,2	0,5	1	4	10	50
0,02	—	—	—	—	—	0,01	0,02	0,05	0,09	0,12
0,05	—	—	—	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,18	0,23
0,1	—	—	—	0,02	0,03	0,05	0,08	0,2	0,27	0,34
0,5	—	—	—	0,05	0,09	0,2	0,32	0,58	0,69	0,75
1,0	—	—	0,01	0,1	0,17	0,35	0,53	0,81	0,89	0,92
2	—	—	0,02	0,17	0,31	0,59	0,78	0,96	0,98	0,99
5	—	—	0,05	0,39	0,63	0,88	0,98	1,0	1,0	1,0
10	—	0,01	0,10	0,62	0,84	0,99	1,0	—	—	—
20	—	0,02	0,18	0,81	0,93	1,00	—	—	—	—
50	0,01	0,04	0,39	0,92	0,99	—	—	—	—	—

§ 25-3. Цилиндр бесконечной длины

Рассмотрим охлаждение равномерно прогретого круглого цилиндра большой длины радиусом r в среде с меньшей постоянной температурой. Коэффициент теплоотдачи от поверхности цилиндра к среде не меняется во времени. Физические величины c , ρ и λ материала цилиндра не зависят от температуры и считаются известными. Необходимо определить: температуру поверхности, температуру на оси цилиндра и количество теплоты, отданное цилиндром в окружающую среду, для любого момента времени.

Для цилиндра неограниченной длины дифференциальное уравнение теплопроводности удобнее отнести к цилиндрическим координатам.

При этом принято, что в начальный момент времени ($\tau = 0$) температура по всему объему цилиндра постоянна. Тогда

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right). \quad (25-9)$$

Задача на охлаждение цилиндра аналогична задаче на охлаждение пластины. Поэтому температуры на поверхности, на центральной оси и теплотери цилиндра через произвольные промежутки времени определяются из следующих соотношений:

$$\vartheta_{ст}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo); \quad \vartheta_{ц}/\vartheta_1 = f_1(Bi, Fo); \quad Q_{\tau}/Q_0 = f_2(Bi, Fo). \quad (25-10)$$

Для цилиндрической стенки

$$Bi = \alpha r / \lambda_{ст}; \quad Fo = \alpha \tau / r^2,$$

где r — радиус цилиндра.

Величины $\vartheta_{ст}/\vartheta_1$, $\vartheta_{ц}/\vartheta_1$ и Q_{τ}/Q_0 определяют по табл. 25-4, 25-5, 25-6, а затем по ним легко найти $t_{ст}$, $t_{ц}$ и Q_{τ} .

Таблица 25-4

Значения $\vartheta_{ц}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo)$ для цилиндра бесконечной длины

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,01	—	—	—	—	—	—	—	1,0	1,0	1,0
0,05	—	—	—	—	1,0	1,0	1,0	0,99	0,99	0,99
0,1	—	—	—	1,0	0,99	0,97	0,94	0,9	0,88	0,87
0,25	—	—	1,0	0,98	0,89	0,81	0,59	0,48	0,43	0,4
0,5	—	—	0,99	0,93	0,72	0,55	0,24	0,15	0,12	0,1
1,0	—	—	0,98	0,84	0,46	0,25	0,04	0,01	0,01	0,01
2,5	—	1,0	0,95	0,63	0,12	0,02	0,0	0,0	0,00	0,00
5	1,0	0,99	0,91	0,38	0,01	0,0	—	—	—	—
10	1,0	0,98	0,82	0,14	0,0	—	—	—	—	—
25	1,0	0,95	0,61	0,01	—	—	—	—	—	—

Таблица 25-5

Значения $\vartheta_{ст}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo)$ для цилиндра бесконечной длины

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,01	—	—	1,0	0,99	0,95	0,89	0,66	0,42	0,24	0,11
0,05	—	1,0	0,99	0,97	0,87	0,77	0,42	0,21	0,1	0,05
0,1	—	1,0	0,99	0,96	0,82	0,69	0,31	0,14	0,06	0,03
0,25	—	1,0	0,99	0,93	0,71	0,53	0,17	0,06	0,03	0,01
0,5	—	1,0	0,99	0,88	0,67	0,35	0,07	0,02	0,01	0,0
1,0	—	1,0	0,98	0,8	0,36	0,16	0,01	0,0	—	—
2,5	—	1,0	0,95	0,6	0,1	0,02	0,0	—	—	—
5	1,0	0,99	0,90	0,37	0,01	0,0	—	—	—	—
10	1,0	0,98	0,82	0,14	0,0	—	—	—	—	—
25	1,0	0,95	0,61	0,01	—	—	—	—	—	—

Значения $Q_\tau/Q_0 = f(Bi, Fo)$ для цилиндра бесконечной длины

$Bi \backslash Fo$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,01	—	—	—	—	0,01	0,02	0,05	0,11	0,15	0,18
0,05	—	—	—	0,01	0,05	0,08	0,21	0,32	0,38	0,42
0,1	—	—	—	0,02	0,09	0,15	0,37	0,48	0,54	0,58
0,25	—	—	—	0,05	0,2	0,33	0,62	0,75	0,79	0,81
0,5	—	—	0,01	0,09	0,36	0,55	0,85	0,92	0,94	0,95
1,0	—	—	0,02	0,13	0,59	0,79	0,98	0,99	1,0	1,0
2,5	—	—	0,05	0,39	0,89	0,98	1,0	1,0	1,0	1,0
5	—	0,01	0,09	0,62	0,99	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
10	—	0,02	0,18	0,86	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
25	—	0,04	0,39	0,99	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Внутреннюю энергию рассматриваемого участка цилиндра длиной l , отсчитанную от ее значения при температуре среды, как от нуля, находим по формуле

$$Q_0 = \pi r^2 l \rho c \vartheta_1. \quad (25-11)$$

§ 25-4. Шар

Рассмотрим охлаждение шара радиусом r , масса которого равномерно прогрета до постоянной температуры в среде с более низкой постоянной температурой. Физические постоянные c ; ρ и λ , а также коэффициент теплоотдачи известны. Требуется определить для любого момента времени: температуру поверхности, температуру в центре шара и количество теплоты, теряемое шаром в окружающую среду.

Дифференциальное уравнение теплопроводности удобнее отнести к сферическим координатам:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right). \quad (25-12)$$

Задача на охлаждение шара аналогична задачам на охлаждение пластины и цилиндра*; безразмерные величины $\vartheta_{ст}/\vartheta_1$, $\vartheta_{ц}/\vartheta_1$ и Q_τ/Q_0 являются функцией только двух чисел Bi и Fo и определяются из следующих соотношений:

$$\vartheta_{ст}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo); \quad \vartheta_{ц}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo); \quad Q_\tau/Q_0 = f(Bi, Fo).$$

Для шара

$$Bi = \alpha r / \lambda_{ст}, \quad Fo = \alpha \tau / r^2,$$

где r — радиус шара.

* Расчет охлаждения и нагревания тел конечных размеров приведены в учебнике «Теплопередача» В. П. Исаченко, В. А. Осиповой, А. С. Сукомел (М., «Энергия», 1969).

Зависимости между безразмерными величинами определяются по табл. 25-7, 25-8, 25-9 или графикам, а затем по ним — $t_{ст}$, $t_{ц}$ и $Q_{т}$.

Начальная внутренняя энергия шара отсчитывается от ее значения при температуре среды как от нуля по формуле

$$Q_0 = (4/3)\pi r^3 \rho c (t_0 - t_{ср}). \quad (25-13)$$

Пример 25-1. Так как методика решения задач для всех рассмотренных случаев одинакова, то применение таблиц достаточно пояснить на одном примере — на охлаждении цилиндра.

Т а б л и ц а 25-7

Значение $\vartheta_{ц}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo)$ для шара

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,01	—	—	—	—	—	—	1,0	1,0	1,0	1,0
0,05	—	—	—	1,0	1,0	1,0	0,99	0,98	0,98	0,97
0,1	—	—	1,0	0,99	0,97	0,95	0,87	0,8	0,76	0,73
0,25	—	1,0	0,99	0,97	0,81	0,69	0,38	0,26	0,22	0,19
0,5	—	1,0	0,99	0,89	0,58	0,37	0,09	0,03	0,02	0,02
1,0	—	1,0	0,97	0,77	0,29	0,11	0,0	0,0	0,0	0,0
2,5	2,0	0,99	0,93	0,55	0,04	0,0	—	—	—	—
5	1,0	0,99	0,87	0,24	0,0	—	—	—	—	—
10	1,0	0,98	0,75	0,06	—	—	—	—	—	—
25	1,0	0,94	0,49	0,0	—	—	—	—	—	—

Т а б л и ц а 25-8

Значение $\vartheta_{ст}/\vartheta_1 = f(Bi, Fo)$ для шара

$Fo \backslash Bi$	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,01	1,0	1,0	1,0	0,99	0,94	0,89	0,64	0,38	0,22	0,1
0,05	1,0	1,0	0,99	0,97	0,86	0,75	0,39	0,17	0,09	0,03
0,1	1,0	1,0	0,99	0,95	0,79	0,64	0,26	0,1	0,05	0,02
0,25	1,0	1,0	0,99	0,92	0,64	0,44	0,1	0,03	0,01	0,0
0,5	1,0	1,0	0,98	0,85	0,46	0,24	0,02	0,0	0,0	—
1,0	1,0	1,0	0,97	0,73	0,23	0,07	0,0	—	—	—
2,5	1,0	0,99	0,93	0,52	0,03	0,0	—	—	—	—
5	1,0	0,99	0,86	0,23	0,0	—	—	—	—	—
10	1,0	0,97	0,75	0,05	—	—	—	—	—	—
25	1,0	0,94	0,48	0,0	—	—	—	—	—	—

Определить температуру на поверхности и в центре равномерно нагретого до 927°C весьма длинного стального цилиндра диаметром 400 мм через 1,0 ч и через 0,5 ч после помещения его на воздухе, температура которого 27°C . Коэффициент теплоотдачи от стенки цилиндра к воздуху $\alpha = 50 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, коэффициент теплопроводности стали

Значение $Q_{\tau}/Q_0 = f(Bi, Fo)$ для шара

Bi \ Fo	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,5	1	4	10	20	50
0,01	—	—	—	0,0	0,02	0,03	0,09	0,16	0,22	0,27
0,05	—	—	—	0,02	0,07	0,12	0,32	0,46	0,53	0,57
0,1	—	—	—	0,03	0,13	0,23	0,51	0,66	0,71	0,75
0,25	—	—	0,01	0,07	0,29	0,47	0,8	0,9	0,92	0,94
0,5	—	—	0,02	0,14	0,49	0,71	0,96	0,99	0,99	0,99
1,0	—	—	0,03	0,25	0,74	0,92	1,0	1,0	1,0	1,0
2,5	—	—	0,08	0,52	0,97	1,0	—	—	—	—
5,0	—	0,01	0,15	0,77	1,0	—	—	—	—	—
1,0	—	0,02	0,27	0,95	—	—	—	—	—	—
25	—	0,05	0,56	0,99	—	—	—	—	—	—

$\lambda = 50$ Вт/(м·град), теплоемкость стали $c = 0,71$ кДж/(кг·град), плотность стали $\rho = 7900$ кг/м³.

Определим температуры спустя 1 ч после помещения цилиндра на воздухе.

Коэффициент теплопроводности

$$a = \lambda_{ст}/c\rho = 50/(710 \cdot 7900) = 8,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек.}$$

Число Био

$$Bi = \alpha r / \lambda_{ст} = (50 \cdot 0,2) / 50 = 0,2.$$

Число Фурье

$$Fo = a\tau/r^2 = (8,9 \cdot 10^{-6} \cdot 3600) / 0,04 = 0,8.$$

По значениям Bi и Fo , по табл. 25-4 и 25-5, находим безразмерные температуры:

$$\vartheta_{ст}/\vartheta_1 = 0,74; \quad \vartheta_{ц}/\vartheta_1 = 0,80.$$

Разность температур

$$\vartheta = t_0 - t_{ср} = 927 - 27 = 900^\circ \text{ С.}$$

Температуры поверхности и на оси цилиндра через 1 ч:

$$\vartheta_{ст} = 0,74 \cdot 900 = 666^\circ \text{ С или } t_{ст} = \vartheta_{ст} + t_{ср} = 666 + 27 = 693^\circ \text{ С;}$$

$$\vartheta_{ц} = 0,8 \cdot 900 = 720^\circ \text{ С или } t_{ц} = \vartheta_{ц} + t_{ср} = 720 + 27 = 747^\circ \text{ С.}$$

Потери теплоты цилиндром за 1 ч

$$Q_{\tau}/Q_0 = f(Bi, Fo).$$

По табл. 25-6, $Q_{\tau}/Q_0 = 0,23$, или цилиндр потерял за 1 ч 23% от своей начальной внутренней энергии.

Теперь определим $t_{ст}$, $t_{ц}$ и Q_{τ}/Q_0 через 0,5 ч.

Числа Био и Фурье:

$$Bi = 0,2; Fo = (8,9 \cdot 10^{-6} \cdot 1800)/0,04 = 0,4.$$

Тогда, по таблицам, $\vartheta_{ст}/\vartheta_1 = 0,85$; $\vartheta_{ц}/\vartheta_1 = 0,91$.

Разность температур

$$\vartheta_1 = t_0 - t_{ср} = 927 - 27 = 900^\circ \text{C}.$$

Температура поверхности

$$\vartheta_{ст} = 0,85 \cdot 900 = 765^\circ \text{C} \text{ или } t_{ст} = \vartheta_{ст} + t_{ср} = 765 + 27 = 792^\circ \text{C}.$$

Температура на оси цилиндра

$$\vartheta_{ц} = 0,91 \cdot 900 = 819^\circ \text{C} \text{ или } t_{ц} = \vartheta_{ц} + t_{ср} = 819 + 27 = 846^\circ \text{C}.$$

Потери цилиндра за 0,5 ч, по таблице, $Q_\tau/Q_0 = 0,13$.

§ 25-5. Регулярный режим теплопроводности

Охлаждение однородного, изотропного тела произвольной формы в среде с постоянной температурой и постоянным коэффициентом теплоотдачи на его поверхности во времени определяется дифференциальным уравнением теплопроводности

$$\partial t / \partial \tau = a \nabla^2 t \quad (25-14)$$

и граничными условиями:

$$(\partial t / \partial n)_{n=0} = -(\alpha / \lambda)(t_{ст} - t_{ср}),$$

$$(t)_{\tau=0} = f(x, y, z).$$

Решение уравнения (25-14) при $t_{ср} = \text{const}$ доказывает, что температура в любой точке тела изменяется по экспоненциальному закону

$$\vartheta = \sum_{i=1}^{i=\infty} A_i U_i e^{-m_i \tau}, \quad (25-15)$$

где $\vartheta = t_0 - t_{ср}$; A_i — постоянные, зависящие от формы тела и начального распределения температур; U_i — функции координат, характеризующие изменение температуры в пространстве; m_i — постоянные, представляющие собой ряд положительных возрастающих чисел ($m_1 < m_2 < m_3 < \dots < m_i$).

Анализ уравнения (25-15) показывает, что при малых значениях τ от $\tau = 0$ до $\tau = \tau_1$ процесс охлаждения (нагрева) зависит от начальных условий охлаждения и имеет случайный характер, не связанный с условиями охлаждения. Этот период охлаждения будет определяться не только первым, но и последующими членами ряда (25-15). Эту стадию охлаждения называют *первым периодом охлаждения*, или *неупорядоченным процессом*.

С увеличением времени τ ряд быстро сходится и все члены его, кроме первого, стремятся к нулю. При τ , превышающем некоторое определенное значение $\tau > \tau_1$, начальные условия начинают играть второстепенную роль, и процесс полностью определяется только условиями охлаждения на поверхности тела, его физическими свойствами, геометрической формой и размерами. Вторая стадия охлаждения называется *регулярным режимом* и описывается первым членом ряда (25-15), т. е.

$$\vartheta = A_1 U_1 e^{-m_1 \tau}. \quad (25-16)$$

Логарифмируя последнее уравнение, имеем

$$\ln \vartheta = \ln(AU) - m\tau = -m\tau + C(x, y, z). \quad (25-17)$$

Из уравнения (25-17) видно, что регулярный режим теплопроводности характеризуется тем, что натуральный логарифм избыточной температуры ϑ любой точки тела изменяется во времени по линейному закону.

После дифференцирования обеих частей уравнения (25-17) по времени получаем

$$m = -\frac{1}{\vartheta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau}, \quad \frac{1}{\text{сек}}. \quad (25-18)$$

Относительная скорость изменения температуры в единицу времени в любой точке тела не зависит от координат и времени.

Величину m называют *темпом* регулярного режима и определяют из опыта. Если взять внутри тела какую-либо точку и измерять в этой точке температуру, то процесс охлаждения можно представить кривой $\vartheta = f(\tau)$ (рис. 25-2). Величина m , очевидно, равна тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс:

$$m = (\ln \vartheta_1 - \ln \vartheta_2) / (\tau_2 - \tau_1). \quad (25-19)$$

Теория регулярного режима теплопроводности, разработанная Г. М. Кондратьевым, применима к телам любой формы. Она позволила установить связь между темпом регулярного режима, его физическими и геометрическими величинами и внешними условиями теплообмена. В общем случае величина m определяется из уравнения

$$m = \psi F \frac{\alpha}{C}, \quad \frac{1}{\text{сек}}, \quad (25-20)$$

т. е. величина m , характеризующая скорость охлаждения тела, прямо пропорциональна коэффициенту теплоотдачи α (если $\alpha \rightarrow \infty$) поверхности тела F и обратно пропорциональна его полной теплоемкости $C = c\rho V$, ψ — безразмерный коэффициент пропорциональности, характеризующий неравномерность распределения температуры в теле и являющийся функцией числа Био.

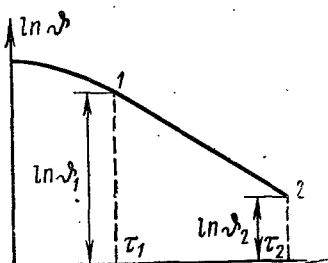


Рис. 25-2

Это уравнение выражает закон сохранения энергии для охлаждающегося тела в среде с постоянной температурой. Если $\psi = 1$, то распределение температур в теле равномерно; если $\psi = 0$, то распределение температур становится наиболее неравномерным — температура поверхности равна температуре среды, а температура внутри всего тела не равна температуре поверхности.

Если коэффициент теплоотдачи $\alpha \rightarrow \infty$, то величина m прямо пропорциональна коэффициенту температуропроводности охлаждающегося тела:

$$m_{\infty} = a/K, \text{ или } a = Km_{\infty}, \quad (25-21)$$

где K — коэффициент пропорциональности, зависящий от геометрических размеров и формы тела, m^2 . Например, для шара

$$K = (r/\pi)^2,$$

для цилиндра

$$K = \frac{l}{\left(\frac{2,405}{r}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)},$$

где r — радиус; l — длина цилиндра.

На основе теории регулярного режима теплопроводности Г. М. Кондратьев разработал методы определения теплофизических величин a , λ и c для твердых и жидких тел. Эти методы получили широкое распространение в технике. Преимущество метода Кондратьева заключается в простоте проведения опытов при достаточной точности получаемых результатов.

Контрольные вопросы к XXV главе

1. Что называется нестационарным температурным полем?
2. Дифференциальное уравнение теплопроводности и граничные условия для нестационарного режима.
3. Уравнение температурного поля для нестационарного режима.
4. Из каких чисел подобия составляется уравнение температурного поля?
5. Определение температуры поверхности пластины, температуры в середине пластины и количества теплоты, отводимой при ее охлаждении.
6. Определение температуры поверхности стенки, температуры на оси цилиндра и количества теплоты, которую цилиндр отдает при охлаждении.
7. Определение температуры поверхности шара, температуры в центре и количества теплоты, которую шар отдает при охлаждении.
8. Какими дифференциальными уравнениями описывается охлаждение однородного, изотропного и равномерно нагретого тела произвольной формы, имеющего начальную постоянную температуру?
9. На какие два периода можно разделить охлаждение тела с постоянной начальной температурой?
10. Что такое темп регулярного режима и от каких величин он зависит?
11. Коэффициент пропорциональности для шара и цилиндра.

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

§ 26-1. Основы теории конвективного теплообмена

Второй вид теплообмена, конвекция, происходит только в газах и жидкостях и состоит в том, что перенос теплоты осуществляется перемещающимися в пространстве объемами среды. Передача теплоты конвекцией всегда связана с теплопроводностью. Совместный процесс конвекции и теплопроводности называется *конвективным теплообменом*.

Различают конвекцию *вынужденную* (движение жидкости создается искусственно) и *свободную* — движение возникает в связи с ее нагреванием и изменением плотности.

О. Рейнольдс в 1884 г. в своих опытах установил, что при движении жидкости встречаются два вида потока, подчиняющихся различным законам. В потоке первого вида все частицы движутся только по параллельным между собой траекториям и движение их длительно совпадает с направлением всего потока. Жидкость движется спокойно, без пульсаций, образуя струи, следующие очертаниям канала. Движение такого рода называется *ламинарным*.

Второй вид потока называется *турбулентным*, в нем непрерывно происходит перемешивание всех слоев жидкости. Каждая частица потока, перемещаясь вдоль канала с некоторой скоростью, совершает различные движения перпендикулярно стенкам канала. В связи с этим поток представляет собой беспорядочную массу хаотически движущихся частиц. Чем больше образуется пульсаций, завихрений, тем больше турбулентность потока. При переходе ламинарного движения в турбулентное сопротивление от трения в канале возрастает.

О. Рейнольдс показал, что характер движения жидкости в круглой трубе определяется величиной отношения wd/ν , которое называется *числом Рейнольдса* и обозначается Re :

$$Re = wd/\nu, \quad (26-1)$$

где w — средняя скорость жидкости, *м/сек*; d — диаметр круглой трубы, *м*; ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости, *м²/сек*.

Для канала произвольного сечения вводится понятие эквивалентного диаметра $d_{\text{эkv}}$ (см. § 27-1), который и подставляется в выражение для критерия.

Подставляя размерности отдельных величин в число Re , легко убедиться, что он является величиной безразмерной.

До значений $Re = 2000$ поток жидкости в трубе остается ламинарным, при больших значениях Re поток переходит в турбулентный. Ламинарный поток является устойчивым только в докритической области (до $Re = 2000$). При некоторых специальных мерах предосторожности ламинарное движение можно наблюдать при числах Re ,

значительно превышающих критическое. Однако такой режим движения является неустойчивым и при малейшем возмущении потока переходит в турбулентный.

Характер движения жидкости влияет на интенсивность передачи теплоты. При ламинарном режиме и отсутствии естественной конвекции теплоты в перпендикулярном к стенке направлении передается только теплопроводностью. Количество этой теплоты зависит от физических свойств жидкости, геометрических размеров, формы поверхности канала и почти не зависит от скорости.

При турбулентном движении жидкости перенос теплоты наряду с теплопроводностью осуществляется перпендикулярным к поверхности канала перемещением частиц.

Физические свойства жидкостей

В качестве жидких и газообразных теплоносителей в технике применяют различные вещества: воздух, воду, газы, масло, нефть, спирт, ртуть, расплавленные металлы и многие другие. В зависимости от физических свойств этих веществ процессы теплоотдачи протекают различно.

Большое влияние на теплообмен оказывают следующие физические параметры: коэффициент теплопроводности λ , удельная теплоемкость c , плотность ρ , коэффициент температуропроводности a и коэффициент динамической вязкости μ . Эти параметры для каждого вещества имеют определенные значения и являются функцией температуры, а некоторые из них и давления.

Величины λ , c , a и ρ уже рассматривались в предыдущих параграфах. В исследованиях конвективного теплообмена большое значение имеет также вязкость. Все реальные жидкости обладают вязкостью; между частицами или слоями, движущимися с различными скоростями, всегда возникает сила внутреннего трения (касательное усилие), ускоряющая движение более медленного слоя и тормозящая движение более быстрого. Величина силы трения S между слоями, отнесенная к единице поверхности, согласно закону Ньютона пропорциональна градиенту скорости dw/dn по нормали к направлению движения потока. Следовательно,

$$S = \mu (dw/dn),$$

где μ — коэффициент пропорциональности, зависящий от природы жидкости и ее температуры и называемый *динамическим коэффициентом вязкости*, или *коэффициентом внутреннего трения*, н·сек/м².

Чем больше μ , тем меньше текучесть жидкости. Вязкость каплярных жидкостей с увеличением температуры уменьшается и почти не зависит от давления. У газов с увеличением температуры и давления вязкость увеличивается. Коэффициент вязкости идеальных газов не зависит от давления.

Кроме динамического коэффициента вязкости в уравнениях гидродинамики и теплопередачи встречается кинематический коэффициент

вязкости ν , представляющий собой отношение динамического коэффициента вязкости к плотности жидкости $\nu = \mu/\rho$ м²/сек.

Коэффициенты μ и ν являются физическими параметрами и определяются опытным путем.

Режимы течения и пограничный слой

Теоретическое рассмотрение задач конвективного теплообмена основывается на использовании теории пограничного слоя, данной Л. Прандтлем в начале нынешнего столетия (1904 г.).

Рассмотрим процесс продольного омывания какого-либо тела безграничным потоком жидкости с постоянной скоростью течения w (рис. 26-1). Вследствие влияния сил трения в непосредственной бли-

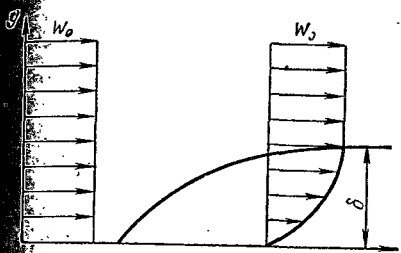


Рис. 26-1

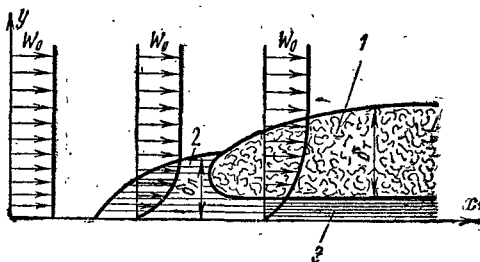


Рис. 26-2

зости от поверхности тела скорость течения должна очень быстро падать до нуля. Тонкий слой жидкости вблизи поверхности тела, в котором происходит изменение скорости жидкости от значения скорости невозмущенного потока вдали от стенки до нуля непосредственно на стенке, называется *динамическим пограничным слоем*. (рис. 26-1). Толщина этого слоя δ возрастает вдоль по потоку.

С увеличением скорости потока толщина динамического пограничного слоя уменьшается вследствие сдувания его потоком. Напротив, с увеличением вязкости толщина динамического слоя увеличивается.

Течение в динамическом пограничном слое может быть как турбулентным 1, так и ламинарным 2 (рис. 26-2). Характер течения и толщина в нем (δ_d и δ_t) определяются в основном величиной числа Re.

Необходимо отметить, что в случае турбулентного динамического пограничного слоя непосредственно у стенки имеется очень тонкий слой жидкости, движение в котором имеет ламинарный характер. Этот слой называют *вязким, или ламинарным, подслоем* 3.

Если температуры стенки и жидкости неодинаковы, то вблизи стенки образуется *тепловой пограничный слой*, в котором происходит все изменение температуры жидкости (рис. 26-3). Вне пограничного слоя температура жидкости постоянна t_0 . В общем случае толщины теплового и динамического слоев могут не совпадать (рис. 26-4). Соотношение толщин динамического и теплового пограничных слоев определяется величиной безразмерного числа $P_r = \nu/a$. Для вязких жидкостей с низкой теплопроводностью (например, масла) $P_r > 1$ и толщина ди-

намического пограничного слоя больше толщины теплового пограничного слоя. Для газов $Pr \approx 1$ и толщины слоев приблизительно одинаковы. Для жидких металлов $Pr < 1$ и тепловой пограничный слой проникает в область динамического невозмущенного потока.

Механизм и интенсивность переноса теплоты зависят от характера движения жидкости в пограничном слое. Если движение внутри теплового пограничного слоя ламинарное, то теплота в направлении, перпендикулярном к стенке, переносится теплопроводностью. Однако у внешней границы слоя, где температура по нормали к стенке меняется незначительно, преобладает перенос теплоты конвекцией вдоль стенки.

При турбулентном течении в тепловом пограничном слое перенос теплоты в направлении к стенке в основном обусловлен турбулент-

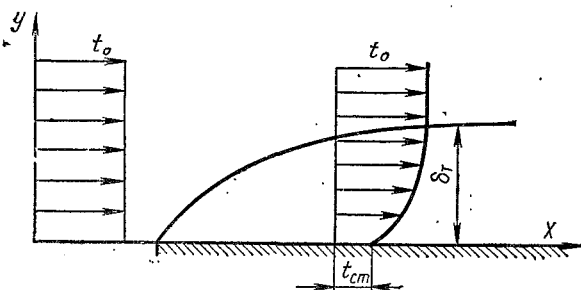


Рис. 26-3

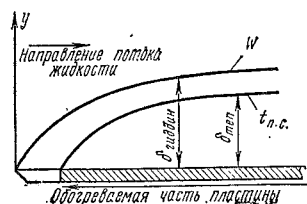


Рис. 26-4

ным перемешиванием жидкости. Интенсивность такого переноса теплоты существенно выше интенсивности переноса теплоты теплопроводностью. Однако непосредственно у стенки, в ламинарном подслое, перенос теплоты к стенке осуществляется обычной теплопроводностью.

Изменение физических свойств жидкости в пограничном слое зависит от температуры, в связи с чем интенсивность теплообмена между жидкостью и стенкой оказывается различной в условиях нагревания и охлаждения жидкости. Так, например, для капельных жидкостей интенсивность теплообмена при нагревании будет больше, чем при охлаждении, вследствие уменьшения пограничного слоя. Следовательно, теплоотдача зависит от направления теплового потока.

Очень большое значение для теплообмена имеют форма и размер поверхностей; в зависимости от них может резко меняться характер движения жидкости и толщина пограничного слоя.

§ 26-2. Коэффициент теплоотдачи. Дифференциальное уравнение теплообмена

В процессе конвективного переноса теплоты характер течения жидкости имеет очень большое значение, так как им определяется механизм теплоотдачи. Процесс переноса теплоты на границе с поверхностью канала может быть выражен законом Фурье

$$dQ = -\lambda dF \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}, \quad (26-2)$$

где n — нормаль к поверхности тела.

Это же количество теплоты можно выразить уравнением Ньютона — Рихмана

$$dQ = \alpha dF (t_{\text{ж}} - t_{\text{ст}}). \quad (26-3)$$

Приравнивая эти уравнения, получим

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0} = \alpha \Delta t, \text{ или } \alpha = -(\lambda / \Delta t) \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (26-4)$$

Дифференциальное уравнение (26-4) описывает процесс теплообмена на поверхности канала ($n = 0$).

По своему физическому характеру конвективный теплообмен является весьма сложным процессом и зависит от большого числа факторов, определяющих процесс теплоотдачи. Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплообмена между жидкостью и поверхностью канала. В общем случае коэффициент теплоотдачи является функцией физических параметров жидкости, характера течения жидкости, скорости движения жидкости, формы и размеров тела и др.

Отсюда коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = f(w, \lambda, \mu, \rho, c, X, t_{\text{ж}}, t_{\text{ст}}, \Delta t, \Phi, l_1, l_2, l_3, \dots), \quad (26-5)$$

где X — характер движения жидкости (свободное или вынужденное движение); Φ — форма стенки; l_1, l_2, l_3 — размеры поверхности.

Уравнение (26-5) показывает, что коэффициент теплоотдачи — величина сложная и для ее определения невозможно дать общую формулу. Обычно для определения α приходится прибегать к опытным исследованиям.

Применяя общие законы физики, можно составить дифференциальные уравнения для конвективного теплообмена, учитывающие как тепловые, так и динамические явления в любом процессе.

Система дифференциальных уравнений состоит из уравнений энергии (или теплопроводности), теплообмена, движения и сплошности.

Дифференциальное уравнение энергии устанавливает связь между пространственным и временным изменением температуры в любой точке движущейся жидкости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \\ = \frac{\lambda}{c_p \rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = a \nabla^2 t. \end{aligned} \quad (26-6)$$

Если $w_x = w_y = w_z = 0$, уравнение энергии переходит в уравнение теплопроводности для твердых тел (если отсутствуют внутренние источники теплоты).

Дифференциальное уравнение теплообмена выражает условия теплообмена на границе твердого тела и жидкости:

$$\alpha = -(\lambda / \Delta t) \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (26-7)$$

Дифференциальное уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости представлено уравнением Навье-Стокса:

для оси x

$$\rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \right) = \\ = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right);$$

для оси y

$$\rho \left(\frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \right) = \\ = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right); \quad (26-8)$$

для оси z

$$\rho \left(\frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z \right) = \\ = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right).$$

Это уравнение справедливо для ламинарного и турбулентного движений. В последнем случае w представляет собой действительную (мгновенную) скорость, равную сумме средней и пульсационной скоростей.

Дифференциальное уравнение сплошности, или непрерывности, для сжимаемых жидкостей имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w_z)}{\partial z} = 0. \quad (26-9)$$

Для несжимаемых жидкостей при $\rho = \text{const}$ уравнение сплошности принимает вид

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (26-10)$$

Вывод всех дифференциальных уравнений (26-6) — (26-10) требует громоздких математических выкладок и приводится в специальных курсах гидродинамики и теплопередачи.

§ 26-3. Основы теории подобия

При изучении различных физических явлений применяют два метода исследований, которые позволяют получить количественные закономерности для исследуемых явлений. В первом методе используют экспериментальное изучение конкретных свойств, единичного явления, во втором исходят из теоретического исследования рассматриваемой проблемы.

Достоинством экспериментального метода исследования является достоверность получаемых результатов. Кроме того, при выполнении эксперимента основное внимание можно сосредоточить на изучении величин, представляющих наибольший практический интерес.

Основной недостаток экспериментального метода исследования заключается в том, что результаты данного эксперимента не могут быть использованы применительно к другому явлению, которое в деталях отличается от изученного. Поэтому выводы, сделанные на основании анализа результатов данного экспериментального исследования, не допускают распространения их на другие явления. Следовательно, при экспериментальном методе исследования каждый конкретный случай должен служить самостоятельным объектом изучения. Последнее обстоятельство является органическим недостатком указанного метода исследований.

Второй метод исследования для нахождения количественных зависимостей, который широко применяется современной наукой, рассматривается в математической или теоретической физике.

При выводе дифференциальных уравнений теоретической физики используются самые общие законы природы, которые в свою очередь являются результатом чрезвычайно широкого обобщения опытных данных. Приложение этих общих законов к изучаемым явлениям позволяет получить наиболее общие связи между физическими параметрами явления.

Наглядным примером может служить вывод дифференциального уравнения теплопроводности Фурье ($\partial t / \partial \tau = a \nabla^2 t$), при котором не учитывалась конкретная обстановка явления и рассматривался только выделенный дифференциальный объем тела dV . Для вывода уравнения потребовался единственный опытный факт, что перераспределение энергии в среде возможно только при наличии градиентов температуры, не равных нулю. Поэтому полученное дифференциальное уравнение представляет собой наиболее общую связь между существенными для явления величинами и характеризует свойства, присущие всем явлениям данного класса (класса явлений теплопроводности). В дифференциальном уравнении нет никаких сведений о конкретных значениях отдельных величин, характерных для какого-либо единичного явления. Переменные, входящие в состав уравнения, могут принимать самые различные значения, каждое из которых отвечает какому-то единичному явлению.

Таким образом, любое дифференциальное уравнение (или система уравнений) является математической моделью целого класса явлений. Следовательно, под *классом* понимается такая совокупность явлений, которая характеризуется одинаковым механизмом процессов и одинаковой физической природой.

Явления, которые входят в класс, подчиняются одинаковым уравнениям как по форме записи, так и по физическому содержанию входящих в него величин. Например, дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\partial t / \partial \tau = a (\partial^2 t / \partial x^2)$$

описывает целый класс явлений нестационарной теплопроводности, которые имеют общий механизм процессов.

Можно записать еще дифференциальное уравнение для нестационарного процесса переноса вещества (закон Фурье) в виде

$$\partial C / \partial \tau = D (\partial^2 C / \partial x^2), \quad (26-11)$$

где D — коэффициент диффузии; C — концентрация какого-либо вещества.

Это уравнение по форме одинаково с уравнением теплопроводности. Но оно описывает другой класс явлений, так как величины, входящие в него, имеют другое физическое содержание.

При интегрировании любого дифференциального уравнения можно получить бесчисленное множество различных решений, удовлетворяющих этому уравнению.

Чтобы получить из множества решений одно частное, надо знать все характерные особенности данного явления, выделяющие его из всего класса однородных явлений. Эти дополнительные условия, которые вместе с дифференциальным уравнением однозначно определяют единичное явление, называют *условиями однозначности*. Условия однозначности должны содержать все особенности данного конкретного явления.

Условия однозначности характеризуются следующими индивидуальными признаками, выделяющими их из целого класса явлений. Они состоят из: 1) геометрических условий, характеризующих форму и размеры тела или системы; 2) физических условий, которыми обладают тела, составляющие данную систему; 3) граничных условий, которые характеризуют взаимодействие системы с окружающей средой, т. е. необходимо знать условия протекания процесса на границах тел; 4) временных условий, характеризующих протекание процесса в начальный момент времени по всему объему системы (для стационарных процессов временные условия отпадают).

Дифференциальные уравнения и четыре условия однозначности определяют конкретное единичное явление. В большинстве случаев и, в частности, в случае описания конвективного теплообмена из-за сложности изучаемых явлений найти решение, удовлетворяющее дифференциальным уравнениям и условиям однозначности, невозможно.

Следовательно, если недостатком экспериментального метода исследования является невозможность распространения результатов, полученных в данном опыте, на другие явления, отличающиеся от изученного, то недостатком математической физики является невозможность перейти от класса явлений, характеризуемых дифференциальными уравнениями и условиями однозначности, к единичному конкретному явлению. Каждый из этих методов в отдельности не может быть эффективно использован для решения практических задач.

Если положительные стороны математического и экспериментального методов исследования объединить в одно целое, то можно получить универсальный аппарат для изучения различных явлений природы. Такое объединение обоих методов осуществляется т е о р и е й п о д о б и я.

Теория подобия позволяет сделать из дифференциальных уравнений и условий однозначности ряд выводов, не прибегая к интегрированию, и тем самым дает теоретическую базу для постановки опытов и обработки экспериментальных данных.

Кроме класса и единичного явления в теории подобия введено особое понятие группы явлений. *Группой явлений* называется совокупность физических процессов, описываемых одинаковыми по форме и содержанию дифференциальными уравнениями и одинаковыми по форме и содержанию размерными условиями однозначности. Различие между отдельными физическими процессами, отнесенными к данной группе явлений, будет состоять только в различии численных значений величин, входящих в размерные условия однозначности. Группа явлений объединяет все процессы, на которые возможно распространение результатов единичного опыта. Понятие группы явлений уже понятия класса явлений, но шире понятия единичного явления.

В теории подобия группу явлений выделяют путем умножения каждой величины, входящей в условия однозначности, на постоянные численные множители. Для различных физических величин эти множители различны.

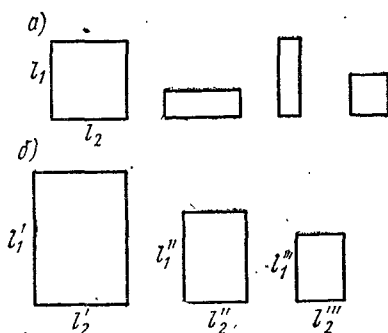


Рис. 26-5

Способ построения группы явлений можно пояснить на примере геометрических фигур. На рис. 26-5 изображены различные прямоугольники. Понятие «прямоугольник» определяет целый класс плоских фигур, объединенных общим свойством, что все четыре угла прямые. Чтобы выделить из целого класса фигур (рис. 26-5, а) единичную фигуру, необходимо задать численные значения сторон l_1 и l_2 , которые являются условиями однозначности. Группа подобных фигур (рис. 26-5, б) получится, если стороны основной фигуры умножить на величину K_l , которой можно придавать любые произвольные значения.

При этом можно получить целый ряд фигур, подобных между собой, так как их стороны пропорциональны:

$$\frac{l_1''}{l_1'} = \frac{l_2''}{l_2'} = K_l.$$

Величины K_l называют *множителями преобразования*, или *константами подобия*. При таком построении группы фигур каждый прямоугольник отличается от другого внутри данной группы только своим масштабом. При этом каждой точке одной фигуры соответствует сходственная точка другой. Такого рода преобразования называют *подобными*. Принципы подобия приложимы не только к геометрическим телам, но и к физическим и тепловым процессам.

Константы подобия имеют одинаковое значение для конечных и бесконечно малых величин.

Пусть длины двух отрезков прямой линии l' и l'' связаны между собой константой геометрического подобия C_l . Если взять части этих отрезков l'_1 и l''_1 , отвечающие константе C_l , то

$$\frac{l''}{l'} = \frac{l''_1}{l'_1} = C_l = \frac{l'' - l'_1}{l' - l'_1} = \frac{\Delta l''}{\Delta l'}.$$

После перехода к пределу получаем

$$C_l = dl''/dl'.$$

Следовательно, константа подобия определяет связь не только между сходственными параметрами, но и между конечными и бесконечно малыми приращениями этих параметров.

Рассмотрим правило выбора констант подобия на конкретном примере. Для этого воспользуемся дифференциальными уравнениями теплоотдачи (26-4). Это уравнение для сходственных точек двух подобных между собой систем запишется так:

для первой системы

$$\alpha' = -(\lambda'/\Delta t') (\partial t'/\partial n'), \quad (a)$$

для второй системы

$$\alpha'' = -(\lambda''/\Delta t'') (\partial t''/\partial n''). \quad (б)$$

Обозначим константы подобия:

$$C_\alpha = \alpha''/\alpha'; C_\lambda = \lambda''/\lambda'; C_t = \Delta t''/\Delta t'; C_l = n''/n' = l''/l', \quad (в)$$

где l — характерный размер системы.

Из определения констант подобия следует, что

$$\alpha'' = C_\alpha \alpha'; \lambda'' = C_\lambda \lambda'; \Delta t'' = C_t \Delta t'; t'' = C_t t'; n'' = C_l n'.$$

Подставив эти выражения в уравнение (б) и сократив на C_l , получаем

$$\alpha' = \frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} \frac{\lambda'}{\Delta t'} \frac{\partial t'}{\partial n'}. \quad (г)$$

Уравнения (а) и (г) тождественны, так как они выражают связь между параметрами процесса, обусловленную дифференциальным уравнением теплоотдачи для одной и той же точки системы. Из условий тождественности уравнений следует, что

$$\frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} = 1 = C. \quad (д)$$

Это и есть связь между константами подобия, полученная из уравнения (26-4).

Из уравнения (д) видно, что выбор комплекса констант подобия ограничен условием: любая их комбинация должна быть равна единице. Величину C называют *индикатором подобия*.

Заменяя значения констант подобия в уравнении (д) из уравнений (в), получаем

$$(\alpha' l')/\lambda' = (\alpha'' l'')/\lambda'' \quad (e)$$

Следовательно, существуют такие безразмерные соотношения параметров, характеризующих процесс, которые у подобных явлений в сходственных точках имеют численно одинаковые значения. Эти безразмерные соотношения называют *числами подобия*.

Числа подобия принято называть именами крупных ученых, известных своими работами в области теплообмена и гидродинамики. Записанное уравнением (е) число называют *числом Нуссельта* и обозначают Nu .

Равенство (е) можно представить в виде

$$Nu = (\alpha l)/\lambda = \text{idem.}$$

Если имеется отношение двух каких-либо однородных величин, то оно называется *симплексом*. *Однородными* называют физические величины, имеющие одинаковое физическое содержание и размерность.

Произведение чисел и частное от их деления также представляют собой числа подобия. Для характеристики подобия явлений можно применять константы подобия и числа подобия. Константы подобия сохраняют числовое значение только для двух подобных явлений, но они остаются одинаковыми для всех сходственных точек рассматриваемых систем. Числа подобия сохраняют свое числовое значение в сходственных точках всех подобных между собой систем, но в различных точках одной и той же системы они могут иметь разные числовые значения.

Безразмерные числа подобия представляют собой новые переменные, введение которых значительно уменьшает число величин под знаком функции. Количественная связь между числами подобия определяется опытным путем.

Указания о том, в каком направлении нужно вести эксперимент, даются теориями размерностей и подобия.

Обе теории позволяют получить искомые связи между физическими величинами для исследуемых явлений в виде зависимостей между безразмерными комплексами, составленными из этих физических величин. Однако исходные предпосылки и методы получения безразмерных комплексов различны.

Теорию размерностей применяют тогда, когда уравнения связи неизвестны, когда рассматривается новый и сложный процесс, для которого аналитического описания еще нет. В этом случае необходимо наличие полного списка величин, существенных для исследуемого явления без составления дифференциальных уравнений и условий однозначности. Располагая этим списком размерных величин, можно находить безразмерные комплексы и составлять уравнения подобия. В этом состоит большое значение теории размерностей. Слабой сто-

роной этой теории является возможность получения неточных или даже ошибочных решений, если не взяты все величины, которые характеризуют рассматриваемое явление, и когда физическая сущность явления еще полностью не ясна.

Теория подобия может применяться тогда, когда не только известен список необходимых величин для исследуемого явления, но и имеется система дифференциальных уравнений, которая устанавливает взаимную связь между физическими величинами, участвующими в явлении. Эти уравнения должны быть сформулированы для того частного случая, который является объектом исследования. Присоединение к ним условий однозначности делает исследование определенным и позволяет применять теорию подобия. Поэтому во всех случаях, когда уравнения связи могут быть найдены, метод анализа уравнений есть единственно правильный путь применения теории подобия. Таким образом, достоинством теории подобия является надежность решений, полученных при ее применении. Она будет такой же, какой является надежность решений, получаемых чисто аналитическим путем.

Однако обе теории требуют тщательной проверки полученных результатов путем постановки специальных экспериментов.

Теоремы подобия

В основу теории подобия физических явлений положены три теоремы. Две первые из них говорят о явлениях, подобие которых заранее известно, и формулируют основные свойства подобных между собой явлений. Третья теорема обратная. Она устанавливает признаки, по которым можно узнать, подобны ли два явления друг другу.

Первая теорема подобия для подобного течения двух жидкостей была высказана И. Ньютоном в 1686 г. Однако строгое доказательство теоремы было дано Ж. Бертраном в 1848 г.

В своем доказательстве Бертран исходил из самого общего уравнения механики, даламберова начала:

$$\sum \left[\left(X - m \frac{d^2 X}{d\tau^2} \right) \delta X + \left(Y - m \frac{d^2 Y}{d\tau^2} \right) \delta Y + \left(Z - m \frac{d^2 Z}{d\tau^2} \right) \delta Z \right] = 0,$$

где X , Y , Z — проекции сил, действующих на массу; $\frac{d^2 X}{d\tau^2}$, $\frac{d^2 Y}{d\tau^2}$, $\frac{d^2 Z}{d\tau^2}$ и т. д. — проекции их ускорений.

Однако вместо формул аналитической механики за исходное уравнение можно взять второй закон Ньютона.

Предположим, что имеется случай подобного движения двух механических систем. Оба явления описываются одним и тем же уравнением

$$f' = m' \frac{d\omega'}{d\tau'}, \quad (a)$$

$$f'' = m'' \frac{d\omega''}{d\tau''}. \quad (б)$$

Существование подобия между явлениями налагает на них следующие условия:

$$f'' = C_f f'; m'' = C_m m'; \omega'' = C_\omega \omega'; \tau'' = C_\tau \tau'. \quad (в)$$

Подставив выражения для величин второго явления через величины первого из (в) в уравнение (б), получим

$$\left(\frac{C_f C_\tau}{C_m C_\omega} \right) f' = m' \frac{d\omega'}{d\tau'}. \quad (г)$$

Таким образом, имеются два уравнения (а) и (г), связывающие между собой одни и те же величины f', m', ω', τ' . Эти уравнения тождественны, а из условий тождественности следует, что

$$\frac{C_f C_\tau}{C_m C_\omega} = C = 1. \quad (д)$$

Для подобных явлений индикатор подобия равен единице.

Равенство (д) представляет собой математическое выражение первой теоремы подобия, которая гласит: *У подобных явлений индикаторы подобия равны единице.*

Если в равенство (д) подставить значения величин из выражения (в), то получим

$$\frac{f' \tau'}{m' \omega'} = \frac{f'' \tau''}{m'' \omega''}.$$

Это равенство указывает, что число подобия $f\tau/m\omega$ одинаково для всех подобных между собой явлений.

Полученное число названо начальными буквами имени Ньютона — Ne.

Следовательно, равенство можно представить в виде

$$Ne = (f\tau)/(m\omega) = \text{idem}.$$

Первая теорема может быть сформулирована еще и так: *у подобных явлений числа подобия численно одинаковы.*

Таким образом, первая теорема подобия устанавливает связь между константами подобия и позволяет вывести уравнения для чисел подобия. Теорема указывает, что при выполнении опытов необходимо и достаточно измерять лишь те величины, которые входят в числа подобия изучаемого явления.

Вторая теорема подобия была доказана в 1911 г. русским ученым А. Федерманом и в 1914 г. американским ученым Е. Букингом.

Из предыдущего изложения можно сделать заключение, что необходимой предпосылкой для вывода чисел подобия является наличие аналитической зависимости между физическими величинами, характеризующими данное явление (например, уравнение движения). Если уравнение дано в дифференциальной форме, то нахождение чисел подобия не связано с его интегрированием. Например, числа N_f и N_e были получены непосредственно из дифференциальных уравнений без их интегрирования. Особую ценность приобретает возможность полу-

чения чисел из дифференциальных уравнений, когда последние не интегрируемы.

Вторая теорема подобия гласит: *если физическое явление описывается системой дифференциальных уравнений, то всегда существует возможность представления их в виде уравнений подобия, или интеграл дифференциального уравнения (или системы уравнений) может быть представлен как функция чисел подобия дифференциального уравнения.*

Вторая теорема утверждает, что операция интегрирования не изменяет вида чисел подобия. Например, уравнение скорости частицы жидкости $\omega = dl/d\tau$ и уравнение после интегрирования, если за период времени τ скорость сохраняет свое значение, $\omega = l/\tau$ дает возможность получить одно и то же число гомотетности Но:

$$\text{Но} = (\omega\tau)/l = \text{idem.}$$

Из второй теоремы подобия следует, что если результаты любого эксперимента обработать в числах подобия, то зависимость между ними необходимо выражать в виде уравнения подобия. Уравнением подобия называют такое уравнение, которое любую зависимость между величинами, характеризующими данное явление, представляет зависимость между числами подобия $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ или

$$f(K_1, K_2, K_3, \dots, K_n) = 0.$$

Третья теорема подобия устанавливает необходимые условия для того, чтобы явления оказались подобными друг другу. Формулировка ее была дана М. В. Кирпичевым и А. А. Гухманом, а доказательство теоремы — М. В. Кирпичевым в 1933 г.

Третья теорема исходит из предположения, что явления протекают в геометрически подобных системах (поэтому геометрическое подобие систем есть первое необходимое условие для существования подобия), что для рассматриваемого явления можно составить дифференциальные уравнения, что установлено существование и единственность решения уравнения при заданных граничных условиях, что известны численные значения коэффициентов и физических параметров, входящих в дифференциальное уравнение.

Совокупность всех перечисленных условий называется *условиями однозначности явления*. Условия однозначности выделяют из всей группы явлений, описываемых дифференциальным уравнением, одно единственное конкретное явление. Значит, подобие условий однозначности есть второе необходимое условие подобия.

Дополнительным условием подобия является равенство чисел подобия, составленных из одних только величин, входящих в условия однозначности. Такие числа подобия называют *определяющими*. Если два явления имеют подобные условия однозначности, то их числа подобия одинаковы. Числа подобия, в которые входят искомые величины, называют *определяемыми*. Третья теорема утверждает, что добавление третьего дополнительного условия к предыдущим достаточно для того, чтобы явления оказались подобными.

Таким образом, третья теорема подобия может быть сформулирована следующим образом: *подобны те явления, условия однозначности которых подобны, и числа подобия, составленные из условий однозначности, численно одинаковы.*

Если условия однозначности подобны и определяющие числа подобия численно равны, то это влечет за собой равенство всех остальных определяемых чисел подобия. Следовательно, *каждый из определяемых чисел подобия есть однозначная функция совокупности определяющих чисел подобия.* Этот вывод имеет важное значение для обобщения данных опыта.

Теория подобия дает общие методические указания, как поступать в каждом отдельном случае при анализе уравнений, описывающих явление, устанавливает пути для правильной постановки опыта и дает указания по обработке полученных результатов. Вследствие этого, например, проведение эксперимента и обработка результатов опытного изучения такого сложного процесса, как конвективный теплообмен, становится на научную основу, а результаты исследования получают значительную теоретическую и практическую ценность. Теория подобия устанавливает также условия, при которых результаты экспериментальных исследований можно распространить на другие явления, подобные рассматриваемому. Если же дано конкретное явление и его хотят исследовать на модели, то теория подобия содержит методические указания по расчету и построению модели, подобной натуре. В заключение можно сказать, что теория подобия является научной основой проведения экспериментов по изучению процессов теплообмена и обобщения результатов опыта.

§ 26-4. Приведение дифференциальных уравнений конвективного теплообмена и условий однозначности к безразмерному виду

Для практического применения теории подобия в случае конвективного теплообмена, описываемого системой дифференциальных уравнений и условиями однозначности с большим количеством переменных, необходимо прежде всего знать числа подобия, которые войдут в уравнения подобия.

Система дифференциальных уравнений, в которую входят дифференциальные уравнения теплообмена между твердым телом и внешней средой, энергии, или теплопроводности, в движущейся жидкости, движения вязкой несжимаемой жидкости (или уравнение Навье — Стокса) и сплошности, позволяет выявить структуру этих чисел.

Указанная система уравнений вместе с условиями однозначности дает полное математическое описание явления теплоотдачи, но аналитическое решение этой системы наталкивается на большие трудности. Эти трудности помогает разрешить теория подобия, которая позволяет объединять размерные физические величины в безразмерные комплексы, причем так, что число комплексов будет меньше числа величин, составляющих эти комплексы. Это значительно упрощает исследование физических процессов. Полученные безразмерные комплексы можно рассматривать как новые переменные.

Таким образом, для получения чисел подобия применяют следующие уравнения:

уравнение движения вязкой жидкости Навье — Стокса

$$\rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = \\ = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \quad (26-12)$$

(в целях сокращения выкладок уравнения Навье — Стокса дается только для оси x);

уравнение сплошности для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0; \quad (26-13)$$

уравнение энергии потока жидкости

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right); \quad (26-14)$$

уравнение теплообмена на границе твердого тела с окружающей средой

$$\alpha \Delta t = -\lambda (\partial t / \partial x)_{\text{с.т.}} \quad (26-15)$$

Напишем уравнения для двух подобных систем.

Процессы, протекающие в первой системе, описываются уравнениями (26-12) — (26-15). Процессы, протекающие во второй системе, описываются теми же уравнениями, что и процессы в первой системе, но сходственные величины имеют индекс ($'$). Тогда

$$\rho' \left(\frac{\partial w'_x}{\partial \tau'} + w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial w'_x}{\partial z'} \right) = \\ = \rho' g'_x - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 w'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial z'^2} \right); \quad (26-16)$$

$$\frac{\partial w'_x}{\partial x'} + \frac{\partial w'_y}{\partial y'} + \frac{\partial w'_z}{\partial z'} = 0; \quad (26-17)$$

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} + w'_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial t'}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial t'}{\partial z'} = a' \left(\frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial z'^2} \right); \quad (26-18)$$

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda' (\partial t' / \partial x')_{\text{с.т.}} \quad (26-19)$$

На основании подобия процессов сходственные величины для обеих систем связаны попарно множителями подобного, преобразования:

$$x'/x = y'/y = z'/z = C_i; \quad \tau'/\tau = C_\tau; \quad w'_x/w_x = w'_y/w_y = w'_z/w_z = C_w;$$

$$\rho'/\rho = C_\rho; \quad g'/g = C_g; \quad p'/p = C_p; \quad \mu'/\mu = C_\mu; \quad a'/a = C_a;$$

$$\Delta t'/\Delta t = t'/t = C_t; \quad \lambda'/\lambda = C_\lambda; \quad \alpha'/\alpha = C_\alpha.$$

Выразим все переменные в уравнениях (26-10) — (26-19) второй системы через переменные первой системы и множители подобного преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{C_p C_w}{C_t} \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{C_p C_w^2}{C_l} \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = \\ = C_p C_g \rho g_x - \frac{C_p}{C_l} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{C_\mu C_w}{C_l^2} \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (26-20)$$

$$\frac{C_w}{C_l} \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = 0; \quad (26-21)$$

$$\begin{aligned} \frac{C_t}{C_\tau} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{C_w C_t}{C_l} \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \\ = \frac{C_a C_t}{C_l^2} a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (26-22)$$

$$\dot{C}_a C_t a \Delta t = - \frac{C_\lambda C_t}{C_l} \lambda \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (26-23)$$

В результате преобразования обе подобные системы выражены через переменные первой системы. В обе системы входят одни и те же переменные, которые определяются одинаковым образом. Это возможно только в случае тождественности уравнений (26-12) — (26-15) и (26-20) — (26-23). Из условий тождественности уравнений следует, что комплексы, составленные из множителей подобного преобразования, должны быть равны между собой:

$$\frac{C_p C_w}{C_t} = \frac{C_p C_w^2}{C_l} = C_p C_g = \frac{C_p}{C_l} = \frac{C_\mu C_w}{C_l^2}. \quad (26-24)$$

Группируя члены этого соотношения по два, получаем:

$$\frac{C_p C_w}{C_t} = \frac{C_p C_w^2}{C_l}, \quad \text{или} \quad \frac{C_w C_t}{C_l} = 1; \quad (26-25)$$

$$\frac{C_p C_w^2}{C_l} = C_p C_g, \quad \text{или} \quad \frac{C_l C_g}{C_w^2} = 1 \quad (26-26)$$

$$\frac{C_p C_w^2}{C_l} = \frac{C_p}{C_l}, \quad \text{или} \quad \frac{C_p}{C_p C_w^2} = 1; \quad (26-27)$$

$$\frac{C_p C_w^2}{C_l} = \frac{C_\mu C_w}{C_l^2}, \quad \text{или} \quad \frac{C_p C_w C_l}{C_\mu} = 1. \quad (26-28)$$

Если в соотношениях (26-25) — (26-28) вместо множителей подобного преобразования подставить их значения и сгруппировать по ин-

дексам, то получаем следующие числа подобия:

$$Ho = \frac{\omega \tau}{l} = \text{idem}; \quad (26-29)$$

$$Fr = \frac{gl}{\omega^2} = \text{idem}; \quad (26-30)$$

$$u = \frac{p}{\rho \omega^2} = \frac{\Delta p}{\rho \omega^2} = \text{idem}; \quad (26-31)$$

$$Re = \frac{\rho \omega l}{\mu} = \frac{\omega l}{\nu} = \text{idem}, \quad (26-32)$$

где Ho — число подобия гидродинамической гомохронности, характеризующее скорость изменения поля скоростей движущейся жидкости во времени; Fr — число Фруда, определяющее отношение сил инерции к силам тяжести; Eu — число Эйлера, характеризующее соотношение между силами давления и силами инерции; Re — число Рейнольдса, представляющее собой отношение сил инерции к силам вязкости и определяющее характер течения жидкости.

Числа подобия Ho , Fr , Eu , Re применяют при изучении гидромеханического подобия двух или нескольких систем. Для любых сходственных точек они имеют одни и те же значения.

Из уравнений энергии (26-14) и (26-22) получаем следующие соотношения:

$$\frac{C_t}{C_\tau} = \frac{C_a C_t}{C_l^2} \quad \text{или} \quad \frac{C_a C_t}{C_l^2} = 1; \quad (26-33)$$

$$\frac{C_w C_l}{C_l} = \frac{C_a C_l}{C_l}, \quad \text{или} \quad \frac{C_w C_l}{C_a} = 1. \quad (26-34)$$

Подставив вместо множителей подобного преобразования их значения и разделив переменные, получаем следующие числа подобия:

$$Fo = \frac{a \tau}{l^2} = \text{idem}; \quad (26-35)$$

$$Pe = \frac{\omega l}{a} = \text{idem}, \quad (26-36)$$

где Fo — число Фурье, критерий тепловой гомохронности, характеризующее связь между скоростью изменения температурного поля, физическими параметрами и размерами тела; Pe — число Пекле, число подобия конвективного теплообмена.

Если в число Pe вместо коэффициента температуропроводности a подставить его значение, равное $\lambda / c \rho$, и помножить числитель и знаменатель на избыточную температуру ϑ , то $Pe = \frac{\rho c \omega \vartheta}{(\lambda / l) \vartheta}$, т. е. числитель числа подобия характеризует теплоту, переносимую конвекцией, а знаменатель — теплоту, переносимую теплопроводностью.

Из уравнений теплообмена (26-15) и (26-23) получаем следующее соотношение:

$$C_a C_l = \frac{C_\lambda C_l}{C_l}, \text{ или } \frac{C_a C_l}{C_\lambda} = 1. \quad (26-37)$$

После преобразования и разделения переменных находим

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} = \text{idem}, \quad (26-38)$$

где Nu — число Нуссельта, характеризующее конвективный теплообмен между жидкостью и поверхностью твердого тела.

Число Нуссельта определяется теми же величинами, что и число Био, но в число Nu входит теплопроводность теплоносителя, а в число Bi — теплопроводность твердого тела.

Число Fo , Pe и Nu применяют при изучении теплового подобия двух или нескольких систем. Для любых сходственных точек они имеют одни и те же значения.

Если разделить число Pe на число Re , то получаем новое число Pr :

$$Pr = Pe/Re = \nu/a, \quad (26-39)$$

где Pr — число Прандтля, определяющее физические свойства жидкостей.

Число Pe можно представить в виде произведения чисел Re и Pr :

$$Pe = Re \cdot Pr = (\omega l/\nu) (\nu/a) = \omega l/a. \quad (26-40)$$

При изучении теплообмена в свободном потоке жидкости учитывается число Фруда, но в нем необходимо исключить величину скорости ω , которую измерить очень трудно. Для этого, умножая Fr на Re^2 , получим

$$Ga = Fr \cdot Re^2 = \frac{g l^3}{\nu^2} = \text{idem}, \quad (26-41)$$

где Ga — число Галилея, характеризующее соотношение силы тяжести и силы молекулярного трения.

Умножая полученное число Ga на симплекс $(\rho - \rho_0)/\rho_0$, в котором ρ и ρ_0 — плотности жидкости в двух точках, получаем новое число:

$$Ar = Ga \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{g l^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho}, \quad (26-42)$$

где Ar — число Архимеда, определяющее условия свободного движения.

Для случая, когда изменение плотности жидкости получается вследствие различия температур в различных ее точках $[\rho = \rho_0 \times (1 - \beta \Delta t)]$, симплекс $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ можно заменить через $\beta \Delta t$, где β — коэффициент объемного расширения среды (для газа $\beta = 1/T$). В этом случае число Архимеда превращается в новое число:

$$Gr = \frac{\beta g l^3 \Delta t}{\nu^2}, \quad (26-43)$$

где Gr — число Грасгофа, характеризующее соотношение подъемной силы, возникающей вследствие разности плотностей жидкости и силы молекулярного трения.

Числа подобия Fr , Ga , Ag и Gr тождественны — это четыре различных вида одного и того же числа.

§ 26-5. Уравнения подобия

Уравнением подобия называют зависимость между каким-либо определяемым числом подобия и другими определяющими числами подобия.

При расчете тепловых аппаратов искомыми величинами являются коэффициент теплоотдачи α и гидравлическое сопротивление Δp . Конвективный теплообмен характеризуется пятью числами подобия — Nu , Eu , Pr , Gr и Re .

Число Nu содержит неизвестный коэффициент теплоотдачи α , а число Eu — искомую величину Δp , характеризующую гидравлическое сопротивление при движении жидкости. Поэтому числа Nu и Eu являются определяемыми числами подобия, а числа Pr , Gr и Re — определяющими.

При конвективном теплообмене уравнения подобия могут быть представлены в следующем виде:

$$Nu = f_1(Re, Gr, Pr); \quad (26-44)$$

$$Eu = f_2(Re, Gr, Pr). \quad (26-45)$$

Такая зависимость между числами подобия есть следствие второй теоремы теории подобия.

Зависимость между числами подобия в основном определяется опытным путем.

В случае вынужденного движения жидкости и при развитом турбулентном режиме свободная конвекция в сравнении с вынужденной очень мала, поэтому уравнение подобия теплоотдачи упрощается:

$$Nu = f(Re, Pr). \quad (26-46)$$

Для некоторых газов величина числа Прандтля Pr в процессе конвективного теплообмена почти не изменяется с температурой, поэтому уравнение подобия принимает более простой вид:

$$Nu = f(Re). \quad (26-47)$$

При свободном движении жидкости, когда вынужденная конвекция отсутствует, вместо числа Рейнольдса в уравнение подобия теплоотдачи необходимо ввести число Грасгофа. Отсюда получаем

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (26-48)$$

Опытное исследование теплоотдачи капельных жидкостей показало, что коэффициент теплоотдачи α будет величиной, различной в условиях нагревания и охлаждения стенки. Это явление связано с изменением физических параметров жидкости в пограничном слое. Для

получения уравнений подобия, одинаково справедливых как для нагревания, так и для охлаждения, вводят дополнительно отношения:

$$t_{ж}/t_{ст}, \mu_{ж}/\mu_{ст}, Pr_{ж}/Pr_{ст}.$$

Первое соотношение обычно применяют при расчете теплоотдачи газов, остальные два — при расчете теплоотдачи капельных жидкостей.

Академик М. А. Михеев рекомендует учитывать направление теплового потока отношением $Pr_{ж}/Pr_{ст}$ в степени 0,25. Тогда общее уравнение подобия для конвективного теплообмена принимает следующий вид:

$$Nu = c Re^n, Gr^g, Pr^m, (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25}. \quad (26-49)$$

В такой же форме можно представить все уравнения для частных случаев. Количественная связь между числами подобия и является предметом экспериментальных исследований.

§ 26-6. Моделирование

Опытное исследование различных физических явлений вообще и тепловых явлений в частности может быть проведено путем непосредственного изучения исследуемого явления на образце или изучения его на модели. Условия, которым должны удовлетворять модель и протекающий в ней процесс, дает теория подобия. Возможности применения теории подобия к опыту почти безграничны.

В предыдущих разделах было установлено, что все подобные друг другу явления некоторой группы представляют собой одно и то же явление, данное в различных масштабах. Выводы, полученные при изучении любого явления группы, можно распространить на все явления этой группы. Следовательно, изучение определенного конкретного явления данной группы равносильно изучению любого другого явления той же группы. Поэтому в тех случаях, когда непосредственное опытное исследование конкретного явления в образце-натуре затруднительно по техническим или экономическим причинам, его заменяют изучением подобного явления в модели.

Моделированием называют метод экспериментального исследования, в котором изучение какого-либо физического явления производится на уменьшенной модели. Идея о моделировании вытекает из того, что всякое явление, описанное в безразмерных переменных, отражает признаки группы подобных явлений.

Для того чтобы модель стала подобна образцу, необходимо выполнить следующие условия. Моделировать можно процессы, имеющие одинаковую физическую природу и описываемые одинаковыми дифференциальными уравнениями. Условия однозначности должны быть одинаковы во всем, кроме численных значений постоянных, содержащихся в этих условиях. Условия однозначности требуют: геометрического подобия образца и модели, подобия условий движения жидкости во входных сечениях образца и модели, подобия физических параметров в сходственных точках образца и модели,

подобия температурных полей на границах жидкой среды. Кроме того, одноименные определяющие числа подобия в сходственных сечениях образца и модели должны быть численно одинаковы.

Перечисленные условия подобия для образца и модели являются необходимыми и достаточными. Однако практически точное осуществление всех условий моделирования выполнить затруднительно. Поэтому была разработана методика приближенного моделирования, заключающаяся в стабильности и автомодельности потока и применяющая метод локальности.

Геометрическое подобие образца и модели осуществить нетрудно. Подобное распределение скоростей во входном сечении также может быть выполнено относительно просто. Подобие физических параметров в потоке жидкости для модели и образца выполняется лишь приближенно, а подобие температурных полей у поверхностей нагрева в модели и образце осуществить очень трудно. В связи с этим применяют приближенный метод локального моделирования.

Локальное моделирование заключается в том, что подобие температурных полей осуществляется не во всем объеме аппарата, а в отдельных ее местах — сечениях, где производится исследование теплоотдачи. Равенство определяющих критериев в образце и модели может быть выполнено приближенно.

Стабильностью называют свойство вязкости жидкости всегда принимать на некотором расстоянии от входа одно и то же распределение скоростей по сечению вне зависимости от картины скоростей во входном сечении.

Явление автомодельности заключается в том, что при движении жидкости для довольно широкого диапазона скоростей имеет место почти не меняющееся распределение скорости в данном сечении, т. е. оно практически перестает зависеть от Re .

В настоящее время моделирование является одним из основных методов научного исследования и широко используется во многих областях науки и техники. Оно стало мощным средством для обнаружения различных недостатков, имеющих в существующих технических устройствах, и для изыскания путей к их устранению. Кроме того, моделирование стало широко применяться для проверки вновь создаваемых аппаратов, что позволяет совершенствовать новые, еще не выполненные на практике конструкции.

Контрольные вопросы к XXVI главе

1. Что называется конвективным теплообменом?
2. Какие различают виды конвекции?
3. Динамический и тепловой пограничные слои и их физический смысл.
4. Какие встречаются виды движения жидкости и их различие?
5. Число Рейнольдса и его обозначение.
6. Какова размерность числа Рейнольдса?
7. Критическое значение числа Рейнольдса.

8. Каков механизм передачи теплоты при ламинарном и турбулентном движении жидкости?

9. Дать определение динамическому и кинематическому коэффициенту вязкости.

10. Какие факторы влияют на конвективный теплообмен?

11. Определение коэффициента теплоотдачи.

12. Функцией каких величин является коэффициент теплоотдачи?

13. Написать систему дифференциальных уравнений для конвективного теплообмена.

14. Что называют условиями однозначности?

15. Почему для определения коэффициента теплоотдачи применяют теорию подобия?

16. Какие условия лежат в основе теории подобия?

17. От каких величин зависит коэффициент теплоотдачи?

18. Три теоремы подобия.

19. Из каких дифференциальных уравнений получают числа подобия?

20. Какие числа подобия получают из дифференциальных уравнений конвективного теплообмена?

21. Какое уравнение называется уравнением подобия?

22. Какими числами подобия характеризуется конвективный теплообмен для газов и капельных жидкостей?

23. Каким соотношением учитывается направление теплового потока?

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ВЫНУЖДЕННОМ И СВОБОДНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ*

§ 27-1. Средняя температура.

Определяющая температура. Эквивалентный диаметр

Во все формулы для определения величины теплового потока входит значение температуры жидкости, которая в большинстве случаев распределяется неравномерно как по сечению канала, так и по его длине. В связи с этим в технических расчетах под температурой жидкости понимают среднюю температуру потока, которая определяется следующим образом.

Через элементарную площадку dF в единицу времени поток жидкости переносит теплоту

$$dQ = c_p \rho t w dF.$$

Количество теплоты, переносимое через данное сечение в единицу времени, определяем по формуле

$$Q = \int_F c_p \rho t w dF.$$

Разделив полученное выражение на $\int_F c_p \rho w dF$, получим среднее значение температуры по сечению (среднее по энтальпии жидкости)

$$t_{cp} = \frac{\int_F \rho c_p t w dF}{\int_F \rho c_p w dF}. \quad (27-1)$$

Во многих случаях зависимостью c_p и ρ от температуры можно пренебречь, тогда уравнение (27-1) принимает вид

$$t_{cp} = \frac{\int_F t w dF}{\int_F w dF} = \frac{1}{V} \int_F t w dF, \quad (27-2)$$

где F — площадь поперечного сечения канала, m^2 ; t — температура в каждом элементе сечения, $град$; V — объемный расход жидкости, $m^3/сек$; w — скорость жидкости в каждом элементе, dF .

Если скорость жидкости по сечению канала постоянна или равна нулю, то уравнение (27-2) принимает вид

$$t_{cp} = \frac{1}{F} \int_F t dF.$$

* В связи с тем, что данное учебное пособие предназначено для студентов неэнергетических вузов и факультетов, в параграфах гл. XXVII не приводятся теоретические объяснения и графики получения уравнений подобия. Подробное изложение этих вопросов можно найти в учебнике «Теплопередача» В. П. Исаченко, В. А. Осиповой, А. С. Сукомел. (М., «Энергия», 1969).

Измерение температуры жидкости в отдельных точках канала по сечению можно произвести с помощью термопар.

Если температура потока жидкости изменяется не только по сечению, но и по длине канала, то необходимо производить ее усреднение также и вдоль течения жидкости. Обозначим среднюю температуру стенки $t_{ст}$, среднюю температуру жидкости у входа в канал t' , а у выхода t'' , тогда усредненная температура потока по длине канала $t_{ж}$ может быть определена по формуле

$$t_{ж} = t_{ст} \pm (t' - t'') / \ln \frac{t' - t_{ст}}{t'' - t_{ст}}. \quad (27-3)$$

В формуле (27-3) знак плюс берется при охлаждении жидкости, а знак минус — при ее нагревании. Для простейших случаев, когда температура потока изменяется в небольших пределах, среднюю температуру можно определить как среднеарифметическую из крайних значений:

$$t_{ж} = 0,5 (t' + t''). \quad (27-4)$$

Во всех нижеприведенных уравнениях подобия для определения коэффициента теплоотдачи всегда применяют среднюю скорость жидкости

$$w_{cp} = \frac{1}{F} \int_F w dF = \frac{V}{F}. \quad (27-5)$$

Физические параметры капельных жидкостей и газов изменяются с изменением температуры. Поэтому при обработке опытных данных за определяющую температуру, при которой берутся значения физических величин, принимают среднюю температуру потока или стенки или среднюю температуру пограничного слоя:

$$t_{п.сл} = 0,5 (t_{ст} + t_{ж}).$$

При решении задач по определению коэффициента теплоотдачи всегда следует обращать внимание на то, какая температура для данного уравнения подобия принималась за определяющую.

В некоторые числа подобия входит линейный размер, причем берут тот размер, которым определяется развитие процесса. Для труб круглого сечения таким определяющим линейным размером является внутренний диаметр трубы. Для каналов некруглого сечения вместо диаметра берется так называемый *эквивалентный диаметр* $d_{э.кв} = 4F/S$, где F — площадь поперечного сечения канала; S — полный (смоченный) периметр сечения независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене.

При поперечном обтекании трубы и пучка труб за определяющий размер берется наружный диаметр трубы; при обтекании плиты — ее длина по направлению движения потока. Вообще при использовании уравнений подобия всегда нужно обращать внимание на то, какой размер автор формулы ввел в числа подобия в виде определяющего.

§ 27-2. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах

Механизм процесса теплоотдачи при течении жидкости в прямых гладких трубах является очень сложным.

Интенсивность теплообмена может изменяться в широких пределах и в большей степени зависит от скорости движения потока.

Изменение температуры жидкости происходит как по сечению, так и по длине трубы.

Характер движения жидкости в трубах может быть ламинарным и турбулентным. О режиме течения судят по величине числа Рейнольдса: $Re = \bar{\omega} d / \nu$, где $\bar{\omega}$ — средняя скорость жидкости; d — внутренний диаметр трубы; ν — кинематический коэффициент вязкости. Если $Re < 2000$,

то движение жидкости будет ламинарным. При $Re = 2 \cdot 10^3 - 10^4$ течение называют *переходным*. При $Re > 10^4$ в трубе устанавливается развитое турбулентное течение жидкости.

Формирование характера потока происходит в начальном участке трубы. При входе в трубу скорости по сечению распределяются равномерно. В дальнейшем при течении вдоль трубы у стенок образуется гидродинамический пограничный слой, толщина которого постепенно увеличивается и становится равной радиусу трубы, а в трубе устанавливается постоянное распределение скоростей, характерное для данного режима течения, или наступает так называемое *стабилизированное течение*.

Последнее наблюдается как при ламинарном, так и при турбулентном течении жидкости. Длина участка стабилизации равна примерно $50 d$.

Теория и опыты показывают, что теплоотдача при течении жидкости в трубе неодинакова по длине и поэтому кроме участка стабилизированного течения образуется участок тепловой стабилизации $l_{у.т.с.}$.

У входа в трубу коэффициент теплоотдачи α имеет максимальное значение, а затем резко убывает и при стабилизированном течении $l_{с.т.}$ стремится к неизменному значению (рис. 27-1). Тепловой пограничный слой, который образуется у поверхности трубы, увеличивается по мере удаления от входа и на участке тепловой стабилизации достигает толщины, равной радиусу трубы. Длина стабилизированного участка для горизонтальной круглой трубы зависит от многих величин — коэффициента теплопроводности, числа Re , стабилизированного течения и других и принимается равной $50 d$.

При ламинарном изотермном течении жидкости скорости по сечению потока на расстоянии r_x от оси трубы распределяются по параболе (рис. 27-2, а):

$$\omega = \omega_{\max} (1 - r_x^2/r^2),$$

где $\omega_{\max}$ — скорость жидкости на оси трубы (при $r_x = 0$);

r — радиус трубы,

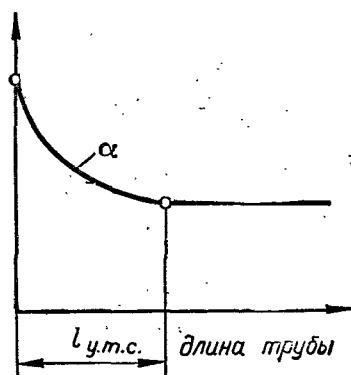


Рис. 27-1

На оси трубы скорость будет максимальной, а у стенки равна нулю.

Средняя скорость при ламинарном течении $\bar{w} = 0,5 w_{\text{макс}}$.

При ламинарном течении жидкости встречаются два режима неизотермного движения: вязкостный и вязкостно-гравитационный. Законы для этих режимов различны.

Вязкостный режим соответствует течению вязких жидкостей при отсутствии естественной конвекции. При этом режиме передача теплоты к стенкам канала (и наоборот) осуществляется только теплопроводностью.

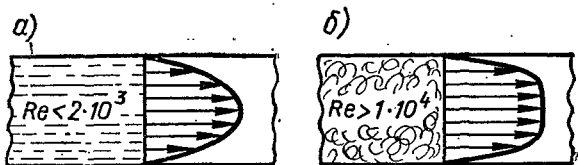


Рис. 27-2

Вязкостно-гравитационный режим имеет место тогда, когда вынужденное течение жидкости сопровождается и естественной конвекцией. При этом режиме теплота будет передаваться не только теплопроводностью, но и конвекцией.

При вязкостном режиме распределение скоростей по сечению не будет чисто параболическим, так как с изменением температуры по сечению изменяется и вязкость. При этом важно отметить, что распределение скоростей зависит от направления теплового потока. При нагревании жидкости ее температура у стенки выше температуры основного потока, а вязкость меньше; при охлаждении процессы протекают в обратном направлении. Следовательно, при нагревании жидкости скорости у стенки больше, чем при охлаждении, и теплоотдача выше.

При вязкостно-гравитационном режиме имеет большое значение направление свободной конвекции и вынужденного движения. Они могут совпадать, могут быть противоположны друг другу и быть взаимно перпендикулярными, что наблюдается в горизонтальных трубах.

При совпадении движений естественной и вынужденной конвекций скорости жидкости у стенки возрастают и теплоотдача увеличивается. При противоположном направлении движений вынужденной и естественной конвекции скорости у стенки уменьшаются и теплоотдача падает, но иногда встречаются случаи, когда у стенки образуется вихревое движение, что может вызвать увеличение теплоотдачи.

При взаимно перпендикулярном движении естественной и вынужденной конвекций вследствие лучшего перемешивания жидкости теплоотдача увеличивается.

Таким образом, в неизотермных условиях строго ламинарного режима может не быть. Аналитическое исследование теплоотдачи при ламинарном режиме до сих пор не нашло своего окончательного разрешения.

и для определения коэффициента теплоотдачи пользуются эмпирическими формулами.

При вязкостном режиме М. А. Михеев рекомендует определять средний коэффициент теплоотдачи в прямых гладких трубах по формуле

$$\overline{Nu}_{ж, d} = 0,15 Re_{ж, d}^{0,33} Pr_{ж}^{0,43} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25}. \quad (27-6)$$

Для вязкостно-гравитационного режима довольно точные обобщения опытных данных получены М. А. Михеевым, который рекомендует приближенные расчеты среднего коэффициента теплоотдачи в прямых гладких трубах производить по формуле

$$\overline{Nu}_{ж, d} = 0,15 Re_{ж, d}^{0,33} Pr_{ж}^{0,43} Gr_{ж, d}^{0,1} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25}. \quad (27-7)$$

Для воздуха эта формула упрощается и принимает вид

$$\overline{Nu}_{ж, d} = 0,13 Re_{ж, d}^{0,33} Gr_{ж, d}^{0,1}. \quad (27-8)$$

По этим уравнениям определяется число Нуссельта, а по нему — коэффициент теплоотдачи $\alpha = \overline{Nu} \lambda / d$, где за определяющую температуру принята средняя температура жидкости: за определяющую скорость — средняя скорость жидкости в трубе; за определяющий размер — диаметр круглой трубы или эквивалентный диаметр трубы любой формы. Эти формулы дают среднее значение коэффициента теплоотдачи при $l/d > 50$. Они применимы для любой жидкости и наиболее полно учитывают влияние естественной конвекции и направление теплового потока. Последнее учитывается введением эмпирического множителя из отношения чисел Pr жидкости и стенки в степени 0,25.

Для воздуха в двухатомных газов число Прандтля практически не зависит от температуры, а поэтому отношение $Pr_{ж}/Pr_{ст} = 1$.

Для труб, имеющих длину $l < 50 d$, следует значение α из формул (27-6), (27-7) и (27-8) умножить на средний поправочный коэффициент $\bar{\epsilon}_l$ (табл. 27-1).

Таблица 27-1

Значение $\bar{\epsilon}_l$ при ламинарном режиме

l/d	1	4	5	10	15	20	30	40	50
$\bar{\epsilon}_l$	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,0

§ 27-3. Теплообмен при турбулентном движении жидкости в трубах

При турбулентном движении жидкости, в связи с более сложным строением потока, распределение скоростей описать одним уравнением не удастся. Почти все сечение трубы заполнено турбулентным потоком и только у самой стенки образуется ламинарный подслой, представляющий основное термическое сопротивление. При стабилизированном

турбулентном потоке распределение скоростей по сечению имеет вид усеченной параболы, указанной на рис. 27-2, б. Наиболее резко скорость потока изменяется вблизи стенки в пределах пограничного слоя, а в средней части сечения — полого. Максимальная скорость потока наблюдается на оси трубы. В практических расчетах пользуются средними скоростями

$$\bar{w} = V/F,$$

где V — секундный объем жидкости, $\text{м}^3/\text{сек}$; F — площадь поперечного сечения трубы, м^2 .

При турбулентном режиме отношение средней скорости к максимальной является функцией числа Re :

$$\bar{w}/w_{\text{макс}} = f(Re) \approx 0,8-0,9.$$

Отмеченные закономерности турбулентного течения жидкости справедливы только при изотермном течении.

При турбулентном потоке жидкость весьма интенсивно перемешивается и естественная конвекция практически не оказывает влияния на теплоотдачу. Поэтому из совокупности определяющих чисел подобия может быть исключено число Грасгофа. Температура жидкости по сечению ядра практически постоянна. При нагревании жидкости интенсивность теплоотдачи выше, чем при охлаждении жидкости. Эта зависимость также учитывается отношением

$$(Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{ст}})^{0,25}.$$

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи при развитом турбулентном движении ($Re_{\text{ж}, d} > 10^4$), когда $l/d > 50$, академик М. А. Михеев рекомендует следующее уравнение подобия:

$$\overline{Nu}_{\text{ж}, d} = 0,021 Re_{\text{ж}, d}^{0,8} Pr_{\text{ж}}^{0,43} (Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{ст}})^{0,25}. \quad (27-9)$$

Для воздуха (при $Pr \approx 0,7$) эта формула упрощается:

$$\overline{Nu}_{\text{ж}, d} = 0,018 Re_{\text{ж}, d}^{0,8}. \quad (27-10)$$

За определяющую температуру принята средняя температура потока; за определяющий размер принят диаметр круглой трубы или эквивалентный диаметр трубы любой формы. Формулы применимы в пределах:

$$Re_{\text{ж}, d} = 1 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^6 \text{ и } Pr_{\text{ж}} = 0,6-2500.$$

Для труб, имеющих $l/d < 50$, коэффициент теплоотдачи выше, поэтому значение $\bar{\alpha}$ из формул (27-9) и (27-10) следует умножать на средний поправочный коэффициент $\bar{e}_l$ (табл. 27-2).

При турбулентном течении жидкости в изогнутых трубах — змеевиках — вследствие центробежного эффекта в поперечном сечении трубы возникает вторичная циркуляция, наличие которой приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. Расчет теплоотдачи в змеевиках следует вести по уравнениям (27-9) и (27-10) для прямой трубы,

Значение $\bar{\epsilon}_l$ при турбулентном режиме

l/d	$\bar{\epsilon}_l$ при				
	$Re=1 \cdot 10^4$	$Re=2 \cdot 10^4$	$Re=5 \cdot 10^4$	$Re=1 \cdot 10^5$	$Re=1 \cdot 10^6$
1	1,65	1,51	1,34	1,28	1,14
2	1,50	1,40	1,27	1,22	1,11
5	1,34	1,27	1,18	1,15	1,08
10	1,23	1,18	1,13	1,10	1,05
15	1,17	1,13	1,10	1,08	1,04
20	1,13	1,10	1,08	1,06	1,03
30	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02
40	1,03	1,02	1,02	1,02	1,01
50	1	1	1	1	1

но полученное значение коэффициента теплоотдачи необходимо умножить на поправочный коэффициент $\bar{\epsilon}_{3M} = 1 + 3,6 d/D$, где d — диаметр трубы, м; D — диаметр спирали. В змеевиках действие вторичной циркуляции распространяется на всю длину трубы.

§ 27-4. Теплообмен при переходном режиме

Переходный режим в каналах наблюдается при $Re = 2 \cdot 10^3$ — 10^4 . Теплоотдача при этом режиме зависит от очень многих величин, трудно поддающихся учету, и поэтому не может быть описана одним уравнением подобия. Приведенные выше уравнения для ламинарного и турбулентного режимов нельзя распространять на область переходного режима.

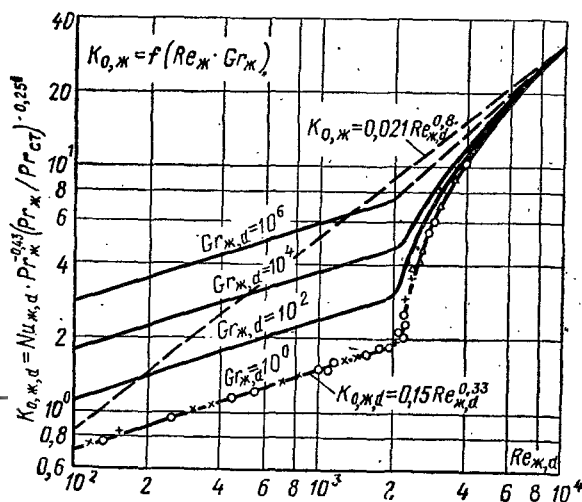


Рис. 27-3

На рис. 27-3 представлен ход кривых комплекса K_0 в переходной области от числа Re . Как видно из рисунка, в области переходного режима опытные точки не объединяются единой зависимостью. С увеличением Re теплоотдача резко возрастает, причем существенное влияние на теплообмен оказывает естественная конвекция, величину которой характеризует число Грасгофа. Чем больше число Грасгофа, тем больше величина комплекса K_0 и, следовательно, коэффициента теплоотдачи α . При развитом турбулентном течении ($Re \approx 10^4$) все кривые сливаются в одну линию.

В связи с тем, что до сих пор удовлетворительного метода расчета теплообмена для переходной области не имеется, определение коэффициента теплоотдачи может быть произведено только приближенно с помощью уравнения подобия

$$K_0 = Nu_{ж,д} \cdot Pr_{ж}^{-0,43} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{-0,25}.$$

Максимальные значения комплекса $K_{0, макс}$ можно получить по уравнению для турбулентного течения в трубах, а минимальные $K_{0, мин}$ — непосредственно из графика (без учета влияния естественной конвекции).

§ 27-5. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль пластины

Если плоская поверхность пластины омывается безграничным потоком с равномерным распределением скоростей, то, начиная от передней кромки пластины, на ней образуется гидродинамический пограничный слой. В последнем вследствие трения скорость жидкости изменяется от скорости, равной скорости невозмущенного потока, до нуля. Течение жидкости в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным (рис. 26-2).

Опыты показывают, что переход от ламинарного режима течения к турбулентному происходит не мгновенно, а постепенно на некотором участке, течение на котором называется *переходным*.

О режиме течения в пограничном слое судят по величине числа Рейнольдса. Так, ламинарный режим течения в пограничном слое имеет место в изотермных потоках при $Re_{ж,л}^* < 5 \cdot 10^5$, а в неізотермных — при $Re_{ж,л} < 4 \cdot 10^4$ и разрушение ламинарного слоя зависит от степени турбулентности набегающего потока. При наличии разности температур между потоком жидкости и пластиной у поверхности последней кроме гидродинамического образуется также и тепловой пограничный слой (рис. 26-3). В пределах теплового пограничного слоя температура жидкости изменяется от температуры потока вдали от пластины до температуры, равной температуре поверхности пластины.

Анализ опытных данных показывает, что коэффициент теплоотдачи зависит не только от изменения характера течения жидкости (ламинарного или турбулентного), но и от рода жидкости, ее температуры,

* Индексы «ж» и «л» обозначают, что величины Re берутся по температуре жидкости и длине пластины по направлению потока.

температурного напора и направления теплового потока, являющихся функцией температуры. Особенное значение имеет изменение вязкости жидкости в пограничном слое. Кроме того, при малых скоростях течения жидкости большое влияние на теплоотдачу оказывает естественная конвекция. В связи с тем, что влияние всех этих факторов на теплоотдачу в настоящее время в достаточной степени не выявлено, для определения среднего коэффициента теплоотдачи пластины, омываемой продольным потоком жидкости при ламинарном режиме в пограничном слое, можно рекомендовать следующие приближенные формулы М. А. Михеева при значениях чисел $Re < 4 \cdot 10^4$:

$$\overline{Nu}_{ж, l} = 0,66 Re_{ж, l}^{0,5} Pr_{ж}^{0,43} (Pr_{ж} / Pr_{ст})^{0,25}. \quad (27-11)$$

Для воздуха при $Re < 4 \cdot 10^4$ формула упрощается:

$$\overline{Nu}_{ж, l} = 0,66 Re_{ж, l}^{0,5}. \quad (27-12)$$

В этих формулах за определяющую температуру принята температура набегающего потока ($Pr_{ст}$ берется по температуре стенки); за определяющую скорость — скорость набегающего потока; за определяющий размер — длина пластины по направлению потока. Влияние естественной конвекции на теплоотдачу в этих формулах не учитывается; этот вопрос требует дальнейшего исследования.

При турбулентном гидродинамическом пограничном слое у поверхности пластины образуется тонкий слой ламинарно текущей жидкости, называемый ламинарным подслоем, в котором происходит основное изменение скорости потока. Также в ламинарном подслое происходят почти все изменения температуры текущей жидкости, т. е. ламинарный подслой представляет главное гидродинамическое и термическое сопротивление.

В настоящее время расчет конвективной теплоотдачи обычно производят по экспериментальным формулам. Для определения среднего коэффициента теплоотдачи капельных жидкостей при турбулентном пограничном слое у поверхности пластины М. А. Михеев рекомендует при значениях критерия $Re_{ж, l} > 4 \cdot 10^4$ следующее уравнение:

$$\overline{Nu}_{ж, l} = 0,037 Re_{ж, l}^{0,8} Pr_{ж}^{0,43} (Pr_{ж} / Pr_{ст})^{0,25}. \quad (27-13)$$

Для воздуха при $Pr \approx 0,7 = \cos \pi t$ уравнение упрощается и принимает вид

$$\overline{Nu}_{ж, l} = 0,032 Re_{ж, l}^{0,8}. \quad (27-14)$$

За определяющую температуру принята температура жидкости вдали от пластины; за определяющий размер берется длина пластины по направлению потока.

Опыты показывают, что при развитом турбулентном течении жидкости теплоотдача не зависит от числа Gr и, следовательно, в передаче всего количества теплоты принимает участие не естественная, а вынужденная конвекция.

§ 27-6. Теплообмен при поперечном омывании одиночной трубы

Процесс теплоотдачи при поперечном потоке жидкости, омывающей одиночную круглую трубу, характеризуется рядом особенностей. Плавное, безотрывное омывание поверхности круглой трубы наблюдается только при $Re < 5$ (рис. 27-4). При больших значениях Re условия омывания лобовой и кормовой половин трубы совершенно

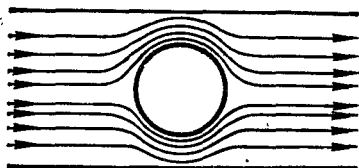


Рис. 27-4

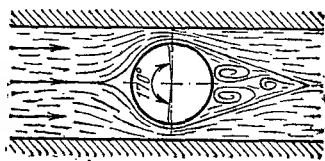


Рис. 27-5

различны (рис. 27-5). Ламинарный пограничный слой, образующийся в лобовой части трубы около вертикального диаметра, отрывается от ее поверхности и в кормовой части образуются два симметричных вихря. Только 45—47% или при углах $\varphi = 80—85^\circ$, считая от лобовой точки, поверхность трубы омывается потоком жидкости безотрывно, вся остальная ее часть находится в вихревой зоне. Чем больше скорость потока, тем при больших углах φ происходит отрыв ламинарного пограничного слоя. При больших значениях числа Re ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный, а отрыв слоя происходит при $\varphi = 120—130^\circ$. Это смещение приводит к уменьшению вихревой зоны в кормовой части трубы и обтекание ее улучшается. Турбулентный пограничный слой появляется при значительных числах $Re = 1 \cdot 10^5 — 4 \cdot 10^5$. На появление турбулентного пограничного слоя большое влияние оказывает начальная турбулентность потока; чем она больше, тем при меньших значениях числа Re появится турбулентный пограничный слой. Такая своеобразная картина движения жидкости при поперечном обтекании одиночной трубы в сильной мере отражается на коэффициенте теплоотдачи по ее окружности.

В лобовой части трубы (при $\varphi = 0$) коэффициент теплоотдачи имеет наибольшее значение, так как пограничный слой имеет наименьшую толщину. По мере движения жидкости вдоль поверхности толщина пограничного слоя увеличивается и достигает максимального значения почти у экватора, что примерно соответствует месту отрыва пограничного слоя (рис. 27-6). Благодаря увеличению толщины пограничного

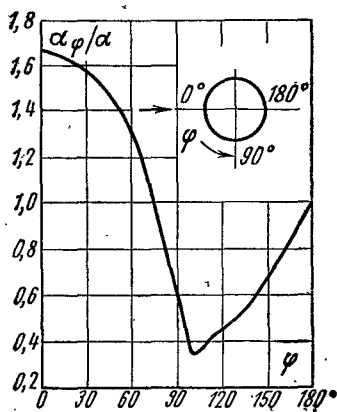


Рис. 27-6

слоя коэффициент теплоотдачи уменьшается и у экватора достигает наименьшего значения. За экватором кормовая часть цилиндра омывается жидкостью, имеющей сложный вихревой характер движения, при этом происходит разрушение пограничного слоя, толщина его уменьшается, а коэффициент теплоотдачи увеличивается, достигая максимального значения при $\varphi = 180^\circ$, и может сравняться с теплоотдачей в лобовой части трубы. Описанная картина движения жидкости справедлива для значений чисел Рейнольдса $Re = 5 - 2 \cdot 10^5$. При больших значениях числа $Re > 2 \cdot 10^5$ теплоотдача круговой трубы исследована недостаточно и наши познания о вихревой зоне весьма ограничены.

Из изложенного следует, что теплоотдача по окружности одиночной трубы при поперечном обтекании тесно связана с характером омывания ее поверхности, зависит от скорости и направления потока жидкости, от температуры и диаметра трубы, от направления теплового потока, от внешних тел, изменяющих степень турбулизации потока, и т. д. Все эти моменты указывают на трудность теоретического решения данной задачи.

Подробные экспериментальные исследования теплоотдачи проволок и труб в поперечном потоке воздуха, воды, трансформаторного масла были проведены А. А. Жукаускасом. Им также были использованы экспериментальные работы других авторов. В результате обобщения всех данных были получены уравнения подобия, позволяющие определять средний коэффициент теплоотдачи по окружности одиночной трубы:

$$\text{при } Re_{ж,д} = 5 - 1 \cdot 10^3$$

$$\overline{Nu}_{ж,д} = 0,5 Re_{ж,д}^{0,5} Pr_{ж}^{0,38} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \quad (27-15)$$

для воздуха

$$\overline{Nu}_{ж,д} = 0,43 Re_{ж,д}^{0,5} \quad (27-16)$$

$$\text{При } Re_{ж,д} = 1 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^5$$

$$\overline{Nu}_{ж,д} = 0,25 Re_{ж,д}^{0,6} Pr_{ж}^{0,38} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \quad (27-17)$$

для воздуха

$$\overline{Nu}_{ж,д} = 0,216 Re_{ж,д}^{0,6} \quad (27-18)$$

При вычислении чисел подобия за определяющий линейный размер принят внешний диаметр трубы, за определяющую температуру — средняя температура жидкости. Скорость отнесена к самому узкому сечению канала. Приведенные формулы справедливы для цилиндра, который располагается перпендикулярно направлению потока. Если угол атаки $\psi < 90^\circ$, то коэффициент теплоотдачи для $\psi = 90^\circ$ нужно умножить на поправочный коэффициент ϵ_ψ , взятый из табл. 27-3, и $\alpha_\psi = \epsilon_\psi \alpha_{90^\circ}$.

Значение ϵ_{ψ} для одиночной трубы

ψ , град	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ϵ_{ψ}	1	1	0,98	0,95	0,87	0,77	0,67	0,6	0,55

§ 27-7. Теплообмен при поперечном омывании пучков труб

Сложная гидродинамическая картина омывания одиночной трубы делается еще более сложной при омывании пучка круглых труб. Теплообменные аппараты, собирающиеся из пучка круглых труб и омываю-

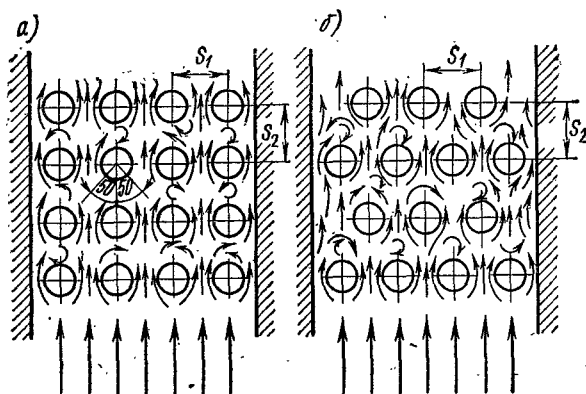


Рис. 27-7

щиеся поперечным потоком жидкости, имеют в технике большое распространение. Применяются в основном два вида расположения труб в пучках: коридорный (рис. 27-7, а) и шахматный (рис. 27-7, б).

Характеристиками пучка труб считаются: внешний диаметр, количество рядов труб по движению жидкости и относительные шаги (отношение расстояния между осями труб по ширине пучка к внешнему диаметру труб — s_1/d и отношение расстояния между осями двух соседних рядов труб по направлению движения жидкости к внешнему диаметру труб — s_2/d). От расположения труб в значительной степени зависят характер движения жидкости, омывание труб каждого ряда и в целом теплообмен в пучке.

При этом если в канале было турбулентное движение жидкости, то оно будет турбулентным и в пучке труб, причем степень турбулизации будет возрастать от ряда к ряду, так как пучок труб является очень хорошим турбулирующим устройством. Если в канале перед пучком режим течения был ламинарным, то в зависимости от числа Re в пучке труб может быть как ламинарное, так и турбулентное течение жидкости.

При малых значениях числа $Re < 1 \cdot 10^3$ ламинарный режим течения может сохраниться и в пучке труб. В теплообменных аппаратах, как правило, встречается турбулентное течение жидкости. Однако и при турбулентном течении жидкости теплообмен в пучках определяется различными законами. Изменение законов теплоотдачи связано с появлением на трубах пучка турбулентного пограничного слоя, который может появиться при $Re \approx 1 \cdot 10^5$.

При $Re = 1 \cdot 10^5$ лобовая часть трубы оmyвается ламинарным пограничным слоем, а кормовая находится в вихревой зоне, при этом в межтрубном пространстве движения жидкости будет турбулентным. Такой режим называют *смешанным* режимом движения жидкости. В настоящее время наиболее изученным является именно этот режим, который соответствует значениям числа $Re = 1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^5$. Рассмотрим его особенности. Оmyвание трубок первого ряда, независимо от расположения труб в пучке, практически не отличается от оmyвания одиночной трубы и зависит только от начальной турбулентности потока. Характер оmyвания следующих рядов труб в обоих пучках изменяется.

При коридорном расположении трубы любого ряда затеняются соответственными трубами предыдущего ряда, что ухудшает оmyвание лобовой части и большая часть поверхности трубы находится в слабой вихревой зоне. При шахматном расположении труб загораживания одних труб другими не происходит. Вследствие этого коэффициент теплоотдачи в шахматных пучках при одинаковых условиях выше, чем в коридорных.

На рис. 27-8, *а* и *б* показано изменение локального коэффициента теплоотдачи по окружности трубы в зависимости от угла φ для первого и последующих рядов семирядного коридорного и шахматного пучков. По оси ординат отложены относительные значения коэффициента теплоотдачи $\alpha_\varphi/\bar{\alpha}$, а по оси абсцисс — угол φ , отсчитываемый от лобовой точки трубы. Здесь $\bar{\alpha}$ среднее значение коэффициента теплоотдачи по окружности труб различных рядов, а α_φ его локальное значение.

Из рассмотрения кривых (см. рис. 27-8, *а* и *б*) следует, что коэффициент теплоотдачи α_φ для любого ряда шахматного расположения труб в лобовой части (при $\varphi = 0$) получает максимальное значение и изменение его мало отличается от изменения коэффициента теплоотдачи для одиночной трубы. Такое же изменение коэффициента теплоотдачи имеет место и для первого ряда коридорного пучка.

Для трубок второго и следующих рядов коридорного расположения получается два максимума теплоотдачи при углах α_φ около $50-60^\circ$ к направлению потока. Из этого следует, что теплоотдача как в лобовой, так и в кормовой части трубок будет меньшей по сравнению с теплоотдачей одиночной трубы. При любом расположении труб каждый ряд вызывает дополнительную турбулизацию потока. Поэтому коэффициент теплоотдачи для труб второго ряда выше, чем для первого, а для третьего ряда выше, чем для второго. Начиная с третьего ряда поток жидкости стабилизируется и коэффициент теплоотдачи для всех последующих рядов остается величиной постоянной.

Если теплоотдачу третьего ряда принять за 100%, то теплоотдача первого ряда коридорных и шахматных пучков составляет лишь 60%. Теплоотдача второго ряда коридорного пучка составляет 90%, а шахматного — 70%. В целом теплоотдача в шахматных пучках за счет лучшей турбулизации потока выше, чем в коридорных. Кроме того, теплоотдача в пучках зависит от расстояния между трубами. Эта зависимость учитывается поправочным коэффициентом ϵ_s , представляющего собой влияние относительных шагов.

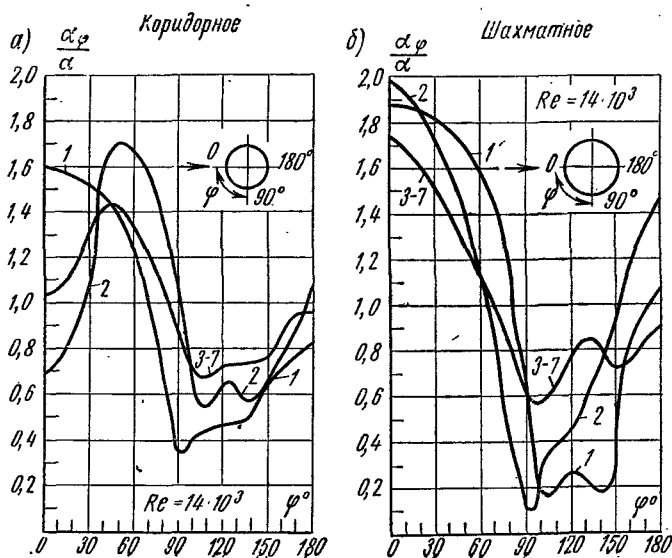


Рис. 27-8

Для глубинных рядов коридорного пучка

$$\epsilon_s = (s_2/d)^{-0,15},$$

для шахматного:

$$\text{при } s_1/s_2 < 2 \quad \epsilon_s = (s_1/s_2)^{0,168},$$

$$\text{при } s_1/s_2 \geq 2 \quad \epsilon_s = 1,12.$$

При расчете теплообменных аппаратов и определения среднего коэффициента теплоотдачи третьего ряда пучка труб при смешанном режиме ($Re_{ж,д} \approx 1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^5$) применяются следующие уравнения, полученные В. П. Исаченко:

при коридорном расположении труб

$$\overline{Nu}_{ж,д} = 0,26 Re_{ж,д}^{0,65} Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \cdot \epsilon_s. \quad (27-19)$$

при шахматном расположении труб

$$\overline{Nu}_{ж,д} = 0,41 Re_{ж,д}^{0,6} Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \cdot \epsilon_s. \quad (27-20)$$

При вычислении чисел подобия за определяющую температуру принята средняя температура жидкости, за определяющую скорость — скорость жидкости в самом узком сечении ряда, за определяющий размер — диаметр трубы. Формулы справедливы для любых капельных жидкостей и газов.

Значение коэффициента теплоотдачи для трубок первого ряда определяется путем умножения коэффициента теплоотдачи для третьего ряда на поправочный коэффициент $\varepsilon_1 = 0,6$; для трубок второго ряда в шахматных пучках — на $\varepsilon_2 = 0,7$, а в коридорных — на $\varepsilon_2 = 0,9$.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи для всего пучка в целом определяется по формуле осреднения:

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\alpha}_1 F_1 + \bar{\alpha}_2 F_2 + \dots + \bar{\alpha}_n F_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}, \quad (27-21)$$

где $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_n$ — средние коэффициенты теплоотдачи в отдельных рядах труб; $F_1, F_2, \dots, F_n$ — поверхности нагрева каждого ряда.

Если пучок труб омывается вынужденным потоком жидкости под углом $\psi < 90^\circ$, то коэффициент теплоотдачи для пучка труб при $\psi = 90^\circ$ необходимо умножить на поправочный коэффициент ε_ψ , взятый из табл. 27-4, тогда $\bar{\alpha}_\psi = \varepsilon_\psi \cdot \bar{\alpha}_{90}$.

Таблица 27-4

Значение поправочного коэффициента ε_ψ для пучков
из круглых труб

ψ	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_ψ	1,0	1,0	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

§ 27-8. Теплообмен жидких металлов

Иногда в качестве рабочих жидкостей применяют расплавленные металлы, которые обладают значительными достоинствами. Они имеют высокую температуру кипения, большие коэффициенты теплоотдачи и термически устойчивы. Жидкие металлы применяются в тех случаях, когда при низких давлениях требуется передавать теплоту высоких потенциалов. Водяной пар для этих условий мало пригоден: при высоких температурах он имеет большое давление. Газы также имеют существенные недостатки — малый коэффициент теплоотдачи и небольшую теплоемкость.

В качестве теплоносителей применяют натрий, калий, натриево-калиевый сплав, литий, висмут, ртуть, олово, сплавы висмута и олова и др.

Для определения коэффициента теплоотдачи при вынужденном турбулентном движении щелочных и тяжелых металлов рекомендуется следующая формула:

$$\overline{Nu}_{ж, д} = 4,8 + 0,014 (Re_{ж, д} Pr_{ж, д})^{0,8}. \quad (27-22)$$

За определяющую температуру принята средняя температура жидкого металла, за определяющий размер — эквивалентный диаметр канала. Формула применима при

$$Re_{ж,д} = 10^4 - 10^6, Pr_{ж,д} = 0,004 - 0,032 \text{ и } l/d > 30.$$

Поправка на длину трубы e_l при $l/d < 30$ определяется по уравнению $e_l = 1,72 (d/l)^{0,16}$. От направления теплового потока и температурного напора коэффициент теплоотдачи жидких металлов не зависит. Формула (27-22) применима для чистых поверхностей нагрева и герметичных контуров нагрева, заполненных нейтральным газом.

При свободном движении щелочных и тяжелых металлов, а также их сплавов рекомендуется следующее уравнение:

$$\overline{Nu}_{c,r} = C \cdot Gr_{c,r}^n \cdot Pr_{c,r}^{0,4} \quad (27-23)$$

В этом уравнении C и n находятся в зависимости от значений числа $Gr_{c,r}$:

при $Gr_{c,r} = 10^2 - 10^9$ $C = 0,52$ и $n = 0,25$ (ламинарный режим);
при $Gr_{c,r} = 10^9 - 10^{13}$ $C = 0,106$ и $n = 0,33$ (турбулентный режим).
За определяющую температуру принята средняя температура пограничного слоя $t_{п.сл} = (t_{ж} + t_{ст})/2$.

За определяющий размер приняты: для вертикальных пластин их высота, для горизонтальных труб — внешний диаметр.

§ 27-9. Теплообмен при высоких скоростях движения газов

В связи с развитием конструирования и необходимостью расчетов газовых турбин, реактивных самолетов со сверхзвуковыми скоростями, всевозможных ракет и других аппаратов большое практическое значение получило изучение теплоотдачи газов при сверхвысоких скоростях.

В недалеком прошлом теория конвективного теплообмена рассматривала процессы только при низких скоростях движения рабочей жидкости, когда кинетическая энергия потока не оказывала влияния на изменение его температуры. Переход от малых скоростей движения к большим связан со значительным изменением условий теплообмена (например, при расчете самолетов). Вследствие этого уравнения теплообмена, приведенные выше, нельзя применять без соответствующих преобразований.

Уравнение первого закона термодинамики для потока $dQ = di + + dw^2/2$ устанавливает, что внешняя теплота при истечении рабочего тела расходуется на изменение его энтальпии и внешней кинетической энергии. При адиабатных условиях ($dQ = 0$) в соплах скорость газа увеличивается, а его температура уменьшается. В диффузорах скорость рабочего тела уменьшается, а его температура увеличивается. Следовательно, при адиабатных условиях с уменьшением скорости рабочего тела температура его возрастает. Наибольшее увеличение температуры будет наблюдаться при полном торможении потока, т. е. при скорости потока, равной нулю.

Температуру торможения потока идеального газа T_T в адиабатном процессе определяем из уравнения (13-5):

$$(i_2 - i_1) + (w_2^2 - w_1^2)/2 = 0;$$

или, если считать $c_p = \text{const}$,

$$c_p (T_2 - T_1) + (w_2^2 - w_1^2)/2 = 0.$$

Если отнести T_2 и w_2 к потоку с нулевой скоростью (при полном торможении газа), а T_1 и w_1 к сечению потока, который еще не испытывает торможения, то получаем

$$c_p T_2 = c_p T_1 + w_1^2/2 \text{ или } T_T = T_2 = T_1 + w^2/2 c_p. \quad (27-24)$$

Но для идеального газа $c_p = [k/(k-1)] \cdot R$, поэтому температура торможения идеального газа T_T равна

$$T_T = T + (k-1)/(kR) \cdot w^2/2 = T (1 + (k-1)/2 \cdot w^2/kTR), \quad (27-25)$$

где T — термодинамическая температура.

Скорость звука в идеальном газе определяется уравнением $a = \sqrt{k p v} = \sqrt{k R T}$ или $a^2 = k R T$, отсюда уравнение (27-24) принимает вид

$$T_T/T = 1 + (k-1)/2 \cdot w^2/a^2 = 1 + [(k-1)/2] M^2, \quad (27-26)$$

где отношение w/a обозначают буквой M и называют *числом Маха*. Число Маха представляет собой отношение скорости потока к скорости распространения в нем звука. В общем случае величина M может изменяться от нуля до бесконечности. Если $M < 1$ (признак медленных течений газа) — скорость потока меньше скорости звука; если $M = 1$ — скорость потока равна скорости звука; если $M > 1$ — скорость потока больше скорости звука. Число Маха позволяет определить влияние кинетической энергии потока на теплоотдачу.

При течении газа у поверхности какого-либо тела вследствие сил внутреннего трения происходит торможение потока, что вызывает увеличение температуры тела. Температура адиабатно изолированного тела, помещенного в поток газа, называется *собственной*, или *равновесной*. Собственную температуру можно определить неподвижным теплоизолированным термометром, находящимся в потоке перемещающейся жидкости. Термодинамическую температуру можно определить термометром, который перемещается вместе с газом. Разность между собственной и термодинамической температурой равна

$$T_{\text{соб}} - T = r (w^2/2 c_p) \text{ или } T_{\text{соб}} = T + r (w^2/2 c_p), \quad (27-27)$$

где r — коэффициент восстановления, определяющий долю превращения кинетической энергии в теплоту. Коэффициент восстановления зависит от физических свойств потока, характера течения, геометрических форм обтекаемого тела и др. r определяется из сравнения уравнений (27-24) и (27-27):

$$r = (T_{\text{соб}} - T)/(T_T - T).$$

При ламинарном движении воздуха у пластины $r = \sqrt[3]{\text{Pr}}$, при турбулентном — $r = \sqrt[3]{\text{Pr}}$, где Pr — число Прандтля.

Для других случаев r определяется из опыта.

При течении газа с большой скоростью уравнение Ньютона—Рихмана, $q = \alpha (T_r - T_{\text{ст}})$, является непригодным. Расчет теплоотдачи при большой скорости необходимо вести по уравнению

$$q = \alpha (T + r (\omega^2/2 c_p) - T_{\text{ст}}) = \alpha (T_{\text{собр}} - T_{\text{ст}}). \quad (27-28)$$

При небольших скоростях величиной $r\omega^2/2 c_p$ пренебрегают, а уравнение (27-28) переходит в уравнение Ньютона—Рихмана. При $r = 1$ уравнение теплоотдачи принимает вид

$$q = \alpha (T_r - T_{\text{ст}}). \quad (27-29)$$

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи при продольном омывании пластины, когда $M < 1$, рекомендуется применять уравнения (27-11) и (27-13). Для определения среднего коэффициента теплоотдачи при движении газа в трубе, когда $M < 1$, рекомендуется использовать уравнение (27-9). При $M > 1$ рекомендуемые уравнения дают несколько завышенные значения коэффициента теплоотдачи по сравнению с действительными.

§ 27-10. Теплообмен при свободном движении жидкости

Свободное движение или конвективный теплообмен в свободном потоке возникает в связи с изменением плотности жидкости от нагревания. Свободная конвекция имеет место у нагретых стен печей, трубопроводов, у батарей центрального отопления, в холодильниках при охлаждении продуктов и др. Этот вид теплообмена играет большую роль как в промышленности, так и в быту. Свободный теплообмен возникает в неравномерно нагретом газе или жидкости, находящихся как в ограниченном, так и в неограниченном пространстве. Если тело имеет более высокую температуру, чем окружающая среда, то слои жидкости, нагреваясь от тела, становятся легче и под действием возникающей подъемной силы поднимаются вверх, а на их место поступают из окружающего пространства более холодные слои. Поэтому и возникает свободное движение.

Большие и глубокие экспериментальные исследования по теплоотдаче в свободном потоке были выполнены академиками М. В. Кирпичевым, М. А. Михеевым и их учениками.

Рассмотрим свободный теплообмен в неограниченном пространстве у вертикальной плиты или трубы.

Возникающее свободное движение жидкости у вертикальных поверхностей может быть как ламинарным, так и турбулентным. Характер движения жидкости в основном зависит от температурного напора $\Delta t = t_{\text{ст}} - t_{\text{ж}}$, где $t_{\text{ст}}$ — температура нагретой поверхности; $t_{\text{ж}}$ — температура неподвижной жидкости вдали от поверхности. При малых значениях температурного напора вдоль всей поверхности наблюдается ламинарное движение жидкости. При больших температур-

ных напорах преобладает турбулентный режим движения. В развитии свободного движения форма тела играет второстепенную роль. Основное значение для свободного движения жидкости имеет длина поверхности, вдоль которой происходит теплообмен.

Аналитические решения задач по определению теплоотдачи при свободном ламинарном и турбулентном движении выполнены при целом ряде упрощающих допущений, поэтому эти решения большого практического применения не получили. Все наши знания по определению коэффициента теплоотдачи в основном базируются на эксперименте.

Многочисленные исследования по теплоотдаче в свободном потоке жидкости были проведены с горизонтальными и вертикальными проволоками, трубами, плитами и шарами. Опыты проводились с воздухом, водородом, углекислотой, водой, маслом и различными органическими жидкостями. В результате обобщения опытных данных были получены эмпирические уравнения подобия.

Для определения средних коэффициентов теплоотдачи при свободном ламинарном движении жидкости вдоль вертикальных стенок можно использовать следующие уравнения:

при $t_{\text{ст}} = \text{const}$

$$\overline{\text{Nu}}_l = 0,63 (\text{Gr}_l \cdot \text{Pr})^{0,25}; \quad (27-30)$$

при $q_{\text{ст}} = \text{const}$

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{ж}, l} = 0,75 (\text{Gr}_{\text{ж}, l} \cdot \text{Pr}_{\text{ж}})^{0,25} (\text{Pr}_{\text{ж}} / \text{Pr}_{\text{ст}})^{0,25}. \quad (27-31)$$

В этих формулах за определяющую температуру принята температура жидкости вдали от нагретой поверхности, за определяющий размер — длина поверхности, отсчитываемая от начала теплообмена. Формулы получены для теплоносителей с числом Прандтля от 0,7 до $3 \cdot 10^3$ и ими следует пользоваться при $10^3 < \text{Gr}_{\text{ж}, l} \cdot \text{Pr}_{\text{ж}} < 10^9$.

Для определения средних коэффициентов теплоотдачи при свободном турбулентном движении жидкости вдоль вертикальной стенки, которое наступает при числах $\text{Gr}_{\text{ж}, l} \cdot \text{Pr}_{\text{ж}} > 6 \cdot 10^{10}$, предложена следующая формула*:

$$\text{Nu}_{\text{ж}, l} = 0,15 (\text{Gr}_{\text{ж}, l} \cdot \text{Pr}_{\text{ж}})^{0,33} (\text{Pr}_{\text{ж}} / \text{Pr}_{\text{ст}})^{0,25}. \quad (27-32)$$

Определяющие температура и линейный размер те же самые, что и в формуле (27-31).

Если $10^9 < \text{Gr}_{\text{ж}, l} \cdot \text{Pr}_{\text{ж}} < 6 \cdot 10^{10}$, то вдоль вертикальной пластины имеет место переходной режим свободного движения жидкости. Переходный режим отличается неустойчивостью как процесса течения жидкости, так и теплоотдачи. Характерная картина свободного движения и изменение коэффициента теплоотдачи вдоль вертикальной стенки показаны на рис. 27-9.

У нижней части стенки в поднимающемся с небольшой скоростью воздухе (жидкости) наблюдается ламинарное движение с постепенно увеличивающейся толщиной ламинарного пограничного слоя. На не-

* Формулы (27-31) и (27-32) получены И. М. Пчелкиным.

котором расстоянии от нижнего конца стенки по ее высоте ламинарный пограничный слой начинает разрушаться, возникает локонообразное движение жидкости, которое постепенно усиливается и переходит в развитое турбулентное движение с ламинарным подслоем в непосредственной близости к поверхности трубы. В соответствии с изменением толщины пограничного слоя и характера движения жидкости у поверхности изменяется и коэффициент теплоотдачи. По мере увеличения ламинарного пограничного слоя, считая от нижнего конца стенки, коэффициент теплоотдачи уменьшается. Минимального значения коэффициент теплоотдачи достигает там, где толщина ламинарного пограничного слоя будет максимальной. В области локонообразного

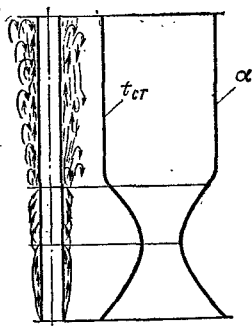


Рис. 27-9

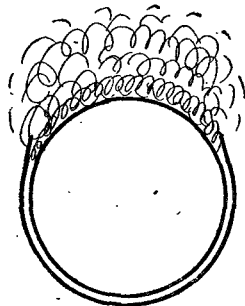
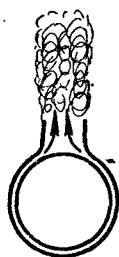


Рис. 27-10

движения коэффициент теплоотдачи постепенно возрастает и принимает наибольшее постоянное значение в области развитого турбулентного движения жидкости. На рис. 27-9 показана зависимость α только от высоты стенки. Переменность физических параметров жидкости и температурного напора по высоте может привести к изменению коэффициентов теплоотдачи. В среднем теплоотдача при переходном режиме возрастает от величины, соответствующей ламинарному течению, до величины, соответствующей турбулентному движению жидкости. Наименьшее и наибольшее значения коэффициента теплоотдачи в переходной области можно определить соответственно по формулам (27-32) и (27-31).

На рис. 27-10 показан характер свободного движения жидкости около горячих горизонтальных труб различных диаметров. У труб малого диаметра восходящий поток сохраняет ламинарный режим даже вдали от трубы. При большом диаметре переход в турбулентный режим может происходить в пределах поверхности самой трубы.

Для определения средних коэффициентов теплоотдачи при свободном ламинарном движении жидкости около горизонтальных труб может быть рекомендована формула И. М. Михеевой

$$\overline{Nu}_{ж,л} = 0,5 (Gr_{ж,д} \cdot Pr_{ж})^{0,25} (Pr_{ж} / Pr_{ст})^{0,25} \quad (27-33)$$

В этой формуле за определяющую температуру принята температура капельной жидкости или газа вдали от трубы, а за определяющий размер — диаметр трубы.

Около горизонтальных нагретых поверхностей движение жидкости имеет особый характер и зависит от положения и размеров плит (по этому вопросу см. специальную литературу). Однако для приближенных определений коэффициента теплоотдачи горизонтальных поверхностей можно рекомендовать формулу (27-33). При этом если нагретая поверхность обращена кверху, то коэффициент теплоотдачи, вычисленный по формуле (27-33), увеличивается на 30%. Если поверхность обращена книзу, то коэффициент теплоотдачи уменьшается на 30%. За определяющий размер в этих случаях берется меньшая сторона плиты.

Теплоотдача в ограниченном пространстве при свободном движении жидкости представляет собой более сложный процесс, и количественные законы будут другими. Приближенные расчеты для важнейших случаев приводятся в специальной литературе.

Контрольные вопросы и примеры к XXVII главе

1. Что такое средняя температура жидкости?
2. Как определяется средняя температура жидкости?
3. Как определяется средняя скорость жидкости?
4. Как определяется эквивалентный диаметр для каналов некруглого сечения?
5. До какого числа Рейнольдса поток жидкости не может переходить из ламинарного в турбулентный режим?
6. Как влияет свободная конвекция на теплоотдачу при ламинарном движении жидкости?
7. Какие уравнения подобия рекомендуются при ламинарном движении жидкости?
8. Какие уравнения подобия рекомендуются при турбулентном движении жидкости?
9. Чем отличается теплоотдача в змеевиках?
10. Какие уравнения подобия рекомендуются при движении жидкости вдоль пластины?
11. Чем отличается процесс теплоотдачи для одиночной трубы при поперечном движении жидкости?
12. Какие уравнения подобия рекомендуются для одиночной трубы при поперечном движении жидкости?
13. Какие пучки труб применяются в технике?
14. Описать подробно характер омывания пучков труб при поперечном движении жидкости.
15. Какие уравнения подобия рекомендуются для пучков труб при поперечном движении жидкости?
16. Как определяется средний коэффициент теплоотдачи для пучка труб?
17. Особенности теплоотдачи жидких металлов.
18. Уравнение подобия теплоотдачи для жидких металлов.

19. Особенности теплообмена при больших скоростях.
20. Что такое температура торможения?
21. Что характеризует число Маха?
22. Что такое собственная температура?
23. Что называется коэффициентом восстановления?
24. Какими уравнениями подобия определяется теплоотдача при больших скоростях жидкости?

25. Описать механизм возникновения свободного потока жидкости.

26. Описать характерную картину свободного движения жидкости у вертикальной стенки.

27. Какими уравнениями подобия определяется теплоотдача при свободном движении жидкости?

Пример 27-1. Определить коэффициент теплоотдачи и количество переданной теплоты при течении воды в горизонтальной трубе диаметром $d = 0,008$ м и длиной $l = 6$ м, если скорость $w = 0,1$ м/сек; температура воды $t_{ж} = 80^\circ \text{C}$; температура стенки трубы $t_{ст} = 20^\circ \text{C}$.

При $t_{ж} = 80^\circ \text{C}$ $\lambda_{ж} = 0,675$ Вт/(м · град), $\nu_{ж} = 0,365 \times 10^{-6}$ м²/сек; $\beta_{ж} = 6,32 \cdot 10^{-4}$ 1/град, $\text{Pr}_{ж} = 2,21$.

При $T_{ст} = 293^\circ \text{K}$ $\text{Pr}_{ст} = 7,02$.

При этих значениях величин получаем:

$$\text{Re}_{ж,d} = wd/\nu = (0,1 \cdot 0,008 \cdot 10^6)/0,365 = 2190;$$

$$\text{Re}_{ж,d}^{0,33} = 13,2; \quad \text{Pr}_{ж,d}^{0,43} = 1,4; \quad (\text{Pr}_{ж}/\text{Pr}_{ст})^{0,25} = 0,75.$$

Температурный напор $t_{ж} = t_{ст} = 60^\circ$. Число Грасгофа

$$\text{Gr}_{ж,d} = \frac{gd^3 \beta \Delta T}{\nu^2} = \frac{9,81 \cdot 0,008^3 \cdot 6,32 \cdot 10^{-4} \cdot 60}{(0,365 \cdot 10^{-6})^2} = 1,43 \cdot 10^6;$$

$$\text{Gr}_{ж,d}^{0,1} = 4,12.$$

Применяя формулу (27-6), находим

$$\overline{\text{Nu}}_{ж,d} = 0,15 \text{Re}_{ж,d}^{0,33} \cdot \text{Pr}_{ж,d}^{0,43} \text{Gr}_{ж,d}^{0,1} (\text{Pr}_{ж}/\text{Pr}_{ст})^{0,25};$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,15 \cdot 13,2 \cdot 1,4 \cdot 4,12 \cdot 0,75 = 8,56,$$

откуда

$$\alpha = \overline{\text{Nu}}_{ж,d} \frac{\lambda_{ж}}{d} = \frac{8,56 \cdot 0,675}{0,008} = 724 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Поправку на длину трубы вводить не следует, так как $l/d > 50$.

Количество передаваемой теплоты через всю трубу

$$Q = \pi d l \alpha (t_{ж} - t_{ст}) = 3,14 \cdot 0,008 \cdot 6 \cdot 724 \cdot 60 = 6540 \text{ Вт}.$$

Пример 27-2. Определить коэффициент теплоотдачи α воздуха, протекающего со скоростью $w = 10$ м/сек, стенке прямой трубы диаметром $d = 0,1$ м и длиной $l = 2$ м. Средняя температура воздуха $t_{ж} = 120^\circ \text{C}$.

При $t_{ж} = 120^\circ \text{C}$ $\lambda_{ж} = 0,0334$ Вт/(м · град); $\nu_{ж} = 25,45 \times 10^{-6}$ м²/сек.

При этих условиях

$$Re_{ж,d} = wd/\nu = (10 \cdot 0,1 \cdot 10^6)/25,45 = 39\,200; Re_{ж,d}^{0,8} = 4730.$$

Подставляя все значения величин в уравнение (27-9), получаем

$$Nu_{ж,d} = 0,018 Re_{ж,d}^{0,8} = 0,018 \cdot 4730 = 85,2,$$

откуда

$$\alpha = Nu_{ж,d} \lambda_{ж}/d = (85,2 \cdot 0,0334)/0,1 = 28,4 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Так как $l/d = 2/0,1 = 20 < 50$, то необходимо ввести поправку ϵ_l , взятую по табл. 27-1; $\epsilon_l = 1,13$. С поправкой коэффициент теплоотдачи α_d равен

$$\alpha_d = \alpha \epsilon_l = 28,4 \cdot 1,13 = 32,2 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Пример 27-3. Гладкая пластина шириной 1,5 м и длиной $l = 2,0$ м обтекается продольным потоком воздуха с температурой $T_{ж} = 293^\circ \text{К}$ и со скоростью $w = 4,0$ м/сек. Вычислить коэффициент теплоотдачи α и тепловой поток Q , если температура поверхности плиты $T_{ст} = 353^\circ \text{К}$.

При $T_{ж} = 293^\circ \text{К}$ $\lambda_{ж} = 0,0223 \text{ вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$; $\nu_{ж} = 15,06 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$.

При этих величинах

$$Re_{ж,l} = wl/\nu = (4 \cdot 0,2 \cdot 10^6)/15,06 = 532000;$$

$$Re_{ж,l}^{0,8} = 38000.$$

Подставляя все значения величин в формулу (27-14), находим

$$Nu_{ж,l} = 0,032 Re_{ж,l}^{0,8} = 0,032 \cdot 38\,000 = 1216,0,$$

откуда

$$\alpha = Nu_{ж,l} \frac{\lambda_{ж}}{l} = \frac{1216 \cdot 0,0223}{2} = 13,5 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Количество теплоты, переданное плитой воздуху,

$$Q = \alpha F \Delta T = 13,5 \cdot 3 \cdot 60 = 2430 \text{ вт}.$$

Пример 27-4. Цилиндрическая труба с наружным диаметром $d = 30$ мм и длиной $l = 5$ м охлаждается поперечным потоком воды с температурой $T_{ж} = 283^\circ \text{К}$. Скорость воды $w = 2$ м/сек. Температура поверхности трубы $T_{ст} = 353^\circ \text{К}$. Угол атаки 50° .

Определить коэффициент теплоотдачи от поверхности трубы к охлаждающей воде и количество передаваемой теплоты.

При температуре жидкости $T_{ж} = 283^\circ \text{К}$ $\lambda_{ж} = 0,575 \text{ вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$; $\nu_{ж} = 1,306 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$.

При этих условиях

$$Re_{ж,d} = wd/\nu = (2 \cdot 0,03 \cdot 10^6)/1,306 = 46000; Re_{ж,d}^{0,6} = 630;$$

$$Pr_{ж} = 9,52; Pr_{ж}^{0,38} = 2,35; Pr_{ст} = 2,21;$$

$$(Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} = (9,52/2,21)^{0,25} = 1,44.$$

Подставляя все величины в формулу (27-16), получаем

$$\begin{aligned} Nu_{ж, d} &= 0,25 Re_{ж, d}^{0,6} \cdot Pr_{ж}^{0,38} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} = \\ &= 0,25 \cdot 630 \cdot 2,35 \cdot 1,44 = 534, \end{aligned}$$

откуда

$$\alpha = Nu_{ж, d} \frac{\lambda_{ж}}{d} = \frac{534 \cdot 0,575}{0,03} = 10200 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Учитывая угол атаки, по графику рис. 27-3 определяем поправочный коэффициент $\epsilon = 0,87$, следовательно,

$$\alpha_d = 10200 \cdot 0,87 = 8880 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Количество теплоты, передаваемой трубе,

$$\begin{aligned} Q &= \pi d \alpha_d \Delta T = 3,14 \cdot 0,03 \cdot 5 \cdot 8880 \cdot 70 = 292\,000 \text{ вт} = \\ &= 292 \text{ кВт}. \end{aligned}$$

Пример 27-5. Определить средний коэффициент теплоотдачи конвекцией от поперечного потока дымовых газов состава $H_2O = 11\%$; $CO_2 = 13\%$ и $N = 76\%$ к стенкам восьмирядного пучка труб. Трубы диаметром $d = 60$ мм расположены в шахматном порядке. Средняя скорость потока газов в самом узком сечении пучка $w = 10$ м/сек. Температура газов перед пучком $T_{ж,1} = 1473^\circ K$, за пучком $T_{ж,2} = 1073^\circ K$. Угол атаки 50° . Загрязнение труб пучка не учитывать. Давление пара внутри труб 100 бар и температура поверхностей труб $T_{ст} = 584^\circ K$. Одновременно для сравнения вести расчет для коридорного расположения пучка труб.

Расчет теплоотдачи при поперечном обтекании труб ведется для третьего ряда пучка по следующим уравнениям:

при коридорном расположении труб — по формуле (27-19):

$$Nu_{ж, d} = 0,26 Re_{ж, d}^{0,65} \cdot Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25},$$

при шахматном расположении труб — по формуле (27-20):

$$Nu_{ж, d} = 0,41 Re_{ж, d}^{0,6} \cdot Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25}.$$

За определяющий размер принят диаметр труб, за определяющую температуру — средняя температура жидкости:

$$T_{ж} = 0,5 (T_{ж,1} + T_{ж,2}) = 1273^\circ K.$$

Значение физических параметров при $T_{ж} = 1273^\circ K$: $\nu_{ж} = 174,3 \times 10^{-6}$ м²/сек; $\lambda_{ж} = 0,109$ вт/(м · град); $Pr_{ж} = 0,58$; $Pr_{ст} = 0,652$;

$$Pr_{ж}^{0,33} = 0,58^{0,33} = 0,835;$$

$$(Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} = 0,892^{0,25} = 0,97.$$

При этих условиях

$$Re_{ж, d} = wd/\nu = (10 \cdot 0,06 \cdot 10^6)/174,3 = 3450;$$

$$Re_{ж, d}^{0,65} = 200; \quad Re_{ж, d}^{0,6} = 3450^{0,6} = 133.$$

Для коридорного расположения труб подставляем все значения величин в уравнение (27-19):

$$Nu_k = 0,26 \cdot 200 \cdot 0,835 \cdot 0,97 = 42,1;$$

для шахматного расположения — в уравнение (27-20):

$$Nu_{ш} = 0,41 \cdot 133 \cdot 0,835 \cdot 0,97 = 44,2.$$

Коэффициент теплоотдачи для третьего ряда коридорного расположения пучка

$$\alpha_{k,3} = Nu_k \frac{\alpha_{жк}}{d} = \frac{42,1 \cdot 0,109}{0,06} = 76,7 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град});$$

для шахматного расположения пучка

$$\alpha_{ш,3} = Nu_{ш} \frac{\lambda_{жк}}{d} = \frac{44,2 \cdot 0,109}{0,06} = 80,3 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Коэффициент теплоотдачи для первого ряда обоих пучков:

$$\alpha_{k,1} = 0,6 \alpha_{k,3} = 76,7 \cdot 0,6 = 46,0 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град});$$

$$\alpha_{ш,1} = 0,6 \alpha_{ш,3} = 80,3 \cdot 0,6 = 48,2 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

Для труб второго ряда пучков:

$$\alpha_{k,2} = 0,9 \alpha_{k,3} = 0,9 \cdot 76,7 = 69,0 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град});$$

$$\alpha_{ш,2} = 0,7 \alpha_{ш,3} = 0,7 \cdot 80,3 = 56,2 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

При одинаковой поверхности рядов средний коэффициент теплоотдачи:

для коридорного расположения пучка

$$\bar{\alpha}_k = \frac{46,0 + 69,0 + 6 \cdot 76,7}{8} = 71,9 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град});$$

для шахматного расположения пучка

$$\bar{\alpha}_{ш} = \frac{48,2 + 56,2 + 6 \cdot 80,3}{8} = 73,4 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}).$$

При одинаковых условиях теплоотдача в пучках с шахматным расположением выше, чем с коридорным, в данной задаче на $\sim 3\%$.

Пример 27-6. Определить передачу теплоты при свободной конвекции от вертикального голого трубопровода диаметром $d = 120$ мм и высотой $h = 6$ м к воздуху. Температура стенки $T_{ст} = 523^\circ\text{К}$, температура воздуха $T_{жк} = 293^\circ\text{К}$.

Физические величины находим при температуре окружающей среды $T_{жк} = 293^\circ\text{К}$:

$$\lambda_{жк} = 0,026 \text{ вт}/(\text{м} \cdot \text{град}); \text{Pr}_{жк,d} = 0,703; \text{Pr}_{жк}/\text{Pr}_{ст} = 1;$$

$$\nu_{жк} = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}.$$

Число Грасгофа

$$Gr_{ж, d} = \frac{\beta h^3 g \Delta T}{\nu^2} = \frac{6^3 \cdot 9,81 \cdot 230 \cdot 10^{12}}{293 \cdot 15,06^2} = 7,34 \cdot 10^{12};$$

$$Gr_{ж, d} \cdot Pr_{ж, d} = 7,34 \cdot 10^{12} \cdot 0,703 = 5,16 \cdot 10^{12}.$$

При этих условиях движение воздуха будет турбулентными
коэффициент теплоотдачи определяем из уравнения (27-32):

$$Nu_{ж, d} = 0,15 (Gr \cdot Pr)_{ж, d}^{0,33} = 0,15 (5,16 \cdot 10^{12})^{0,33} = 2320.$$

Отсюда коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{Nu_{ж, d} \lambda_{ж}}{h} = \frac{2320 \cdot 0,026}{6} = 10,0 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Потеря теплоты трубопроводом

$$Q = \alpha F (T_{ст} - T_{ж}) = 10 \cdot 3,14 \cdot 0,12 \cdot 6 \cdot 230 = 5200 \text{ вт}.$$

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ИЗМЕНЕНИИ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

§ 28-1. Теплообмен при кипении жидкости

До сих пор изучались процессы, в которых рабочее тело не меняло своего агрегатного состояния. В данной же главе будут рассматриваться процессы кипения жидкости, при котором происходит переход жидкой фазы в парообразную, и конденсации пара, при которой происходит обратный процесс перехода парообразной фазы в жидкую.

Рассмотрим процесс теплоотдачи при кипении жидкости.

Кипением называется парообразование, характеризующееся возникновением новых свободных поверхностей раздела жидкой и паровой фаз внутри жидкости, нагретой выше температуры насыщения.

Характерной особенностью процесса кипения является образование пузырьков пара. Различают кипение жидкости на твердой поверхности теплообмена и кипение в объеме жидкости.

Процесс кипения на твердой поверхности может возникнуть тогда, когда температура жидкости выше температуры насыщения при данном давлении, а температура поверхности теплообмена выше температуры кипящей жидкости. Образование пузырьков пара происходит непосредственно на поверхности теплообмена.

Объемное кипение может происходить при перегреве жидкости относительно температуры насыщения при данном давлении. Объемное кипение можно получить при быстром уменьшении давления или при наличии в жидкости внутренних источников теплоты.

В современной теплоэнергетике обычно встречаются процессы кипения на твердых поверхностях, поэтому они и будут рассматриваться в дальнейшем.

Теплота от поверхности нагрева, имеющей температуру $t_{\text{ст}}$, превышающую $t_{\text{н}}$, передается пограничному слою жидкости, а от этого слоя — массе жидкости и образующемуся пару. Пограничный слой имеет, с одной стороны, температуру стенки, а с другой стороны, температуру кипящей жидкости, т. е. в пограничном слое жидкость перегрета относительно температуры жидкости в объеме на $\Delta t = t_{\text{ст}} - t_{\text{ж}}$. С увеличением плотности теплового потока q величина Δt возрастает. При $q = 22220 \text{ вт/м}^2$ и температуре водяного насыщенного пара $t_{\text{н}} = 100^\circ \text{С}$, температура всей массы жидкости равна $100,4^\circ \text{С}$, а температура пограничного слоя — $109,1^\circ \text{С}$.

Как показывают наблюдения, пузырьки пара зарождаются только на обогреваемой поверхности в перегретом пограничном слое жидкости и только в отдельных точках этой поверхности, называемых *центрами парообразования*. Центрами образования пузырьков пара являются неровности самой стенки, частицы накипи и выделяющиеся из жидкости пузырьки газа. Количество образующихся пузырьков пара будет тем больше, чем больше центров парообразования, тем больше

перегрет пограничный слой, чем больше температурный напор или чем больше тепловая нагрузка поверхности нагрева.

При достижении определенных размеров пузырьки пара отрываются от поверхности и всплывают наверх, а на их месте возникают новые пузырьки. Величина пузырьков пара в значительной степени зависит от смачивающей способности жидкости. Если кипящая жидкость хорошо смачивает поверхность теплообмена, то пузырек пара имеет тонкую ножку и легко отрывается (рис. 28-1, а). Если кипящая жидкость не смачивает поверхность, то пузырек пара имеет толстую ножку, при этом верхняя часть пузырька отрывается, а ножка остается на поверхности (рис. 28-1, б).

Рост пузырьков до отрыва от обогреваемой поверхности и движение их после отрыва вызывают интенсивную циркуляцию и перемешивание жидкости в пограничном слое, вследствие чего резко возрастает интенсивность теплоотдачи от поверхности к жидкости. Такой режим называется *пузырьковым кипением*.

Если жидкость еще недогрета (при атмосферном давлении $\Delta t \leq \leq 5^\circ \text{C}$), то образующиеся на самой поверхности теплообмена пузырьки пара после отрыва сразу конденсируются, а процесс кипения ограничивается тонким пограничным слоем перегретой жидкости у поверхности. В этом случае пузырьки пара слабо перемешивают пристеночный слой и теплоотдача в основном определяется свободной конвекцией. Этот режим называют *поверхностным*, или *конвективным, кипением*.

При пузырьковом кипении площадь соприкосновения ножки пузырька пара с поверхностью нагрева весьма мала, поэтому почти вся теплота от поверхности нагрева передается пограничному слою жидкости, а от последнего путем конвекции передается в объем жидкости.

С возрастанием температурного напора или с увеличением плотности теплового потока число центров парообразования непрерывно увеличивается и, наконец, их становится так много, что отдельные пузырьки пара сливаются в сплошной паровой слой, который периодически в некоторых местах разрывается, и образовавшийся пар прорывается в объем кипящей жидкости. Такой режим кипения называется *плотным*.

Сплошной паровой слой ввиду малой теплопроводности пара представляет большое термическое сопротивление [при $p = 1$ бар для воды $\lambda_{\text{ж}} \approx 0,68$, а для водяного пара $\lambda_{\text{п}} \approx 0,02 \text{ вт/(м} \cdot \text{град)}$]. Теплоотдача от стенки к жидкости резко падает, а температурный напор значительно возрастает. Коэффициент теплоотдачи при этом резко снижается и если количество передаваемой теплоты q остается неизменным, то, как следует из уравнения $q = \alpha (t_{\text{ст}} - t_{\text{ж}})$, при постоянной температуре жидкости должно произойти значительное увеличение тем-

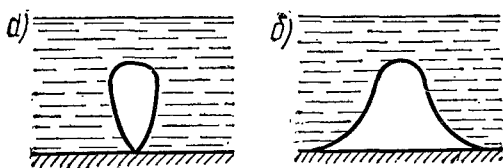


Рис. 28-1

пературы стенки $t_{ст}$. Увеличение температуры поверхности может привести к пережогу стенки и к аварии аппарата.

Как показывают исследования, при кипении жидкости в большом объеме в условиях свободного движения коэффициент теплоотдачи зависит от физических свойств жидкости, температурного напора и давления. Форма сосуда существенного влияния на теплоотдачу не оказывает.

На рис. 28-2 показан график изменения коэффициента теплоотдачи воды при кипении и зависимость плотности теплового потока от Δt .

При малых температурных напорах — до 5° — значение коэффициента теплоотдачи определяется условиями свободной конвекции

однофазной жидкости (участок AB). При увеличении Δt коэффициент теплоотдачи быстро возрастает и происходит интенсивное пузырьковое кипение. В точке K наступает изменение режима кипения. Пузырьковое кипение переходит в пленочное и при дальнейшем повышении Δt коэффициент теплоотдачи резко падает. Этот переход сопровождается таким интенсивным образованием пузырьков, что они не успевают отрываться и образуют сплошную паровую пленку, которая изолирует жидкость от стенки, а кипение переходит в пленочное.

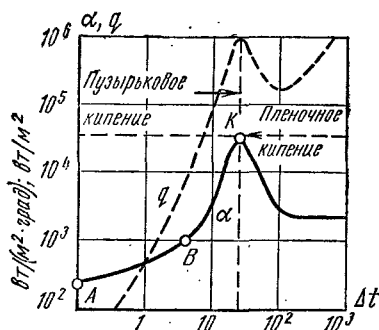


Рис. 28-2

Величины Δt , α и q , соответствующие моменту перехода пузырькового режима кипения в пленочный, называются *критическими*. Установление существования $\Delta t_{кр}$ имеет большое практическое значение для выбора оптимального режима работы кипятильных и выпарных аппаратов.

Для определения коэффициента теплоотдачи и критической величины теплового потока при пузырьковом кипении жидкости в условиях естественной конвекции и в большом объеме Г. Н. Кружилин, обработав опытные данные на основании теории подобия, предложил обобщенные формулы в следующем виде:

$$\alpha = 0,008 \left(\frac{\rho'' r}{\rho' - \rho''} \right)^{0,033} \left(\frac{\rho'}{\sigma} \right) \frac{\lambda^{0,75} q^{0,7}}{\mu^{0,45} c^{0,12} T_n^{0,37}}; \quad (28-1)$$

$$q_{кр} = 5466 \frac{\lambda^{0,4} (\rho' - \rho'')^{0,48} (\rho'' r)^{0,36} T_n^{0,32} \sigma^{0,21}}{\rho'^{0,31} \mu^{0,14} c^{0,8}}, \quad (28-2)$$

где ρ' и ρ'' — плотности жидкости и газа, кг/м^3 ; r — теплота парообразования, кДж/кг ; σ — коэффициент поверхностного натяжения, кг/м ; λ — коэффициент теплопроводности жидкости, $\text{Вт/(м} \cdot \text{град)}$; μ — динамический коэффициент вязкости жидкости; c — теплоемкость жидкости, $\text{кДж/(кг} \cdot \text{град)}$; T_n — абсолютная температура насыщенного пара при данном давлении, град .

Академик М. А. Михеев, используя данные Г. Н. Кружилина, рекомендует для $p = 0,2\text{--}80$ бар весьма простые расчетные формулы при пузырьковом кипении воды:

$$\alpha = 3,15 p^{0,15} q^{0,7}; \alpha = 46 \Delta t^{2,33} p^{0,5}, \quad (28-3)$$

где $\Delta t = t_{\text{ст}} - t_{\text{п}}$ — температурный напор, град; p — абсолютное давление пара, бар; q — плотность теплового потока, $\text{вт}/\text{м}^2$.

§ 28-2. Теплообмен при конденсации пара

Процесс конденсации заключается в том, что пар при определенных условиях может переходить как в жидкое, так и твердое состояние. Процесс конденсации очень часто встречается на практике — в конденсаторах паровых турбин, в опреснителях при получении питьевой воды из морей и океанов, в теплообменниках холодильных установок и др.

Конденсация пара всегда связана с отводом теплоты через поверхности конденсации и с одновременным отводом образующегося вещества — конденсата. Конденсация может происходить только при условии, что температура и давление пара ниже температуры и давления критической точки. Она протекает как в объеме пара, так и на твердых охлаждаемых поверхностях. Конденсация на твердых поверхностях применяется в технике наиболее часто.

Если насыщенный или перегретый пар соприкасается со стенкой, температура которой ниже температуры насыщения при данном давлении, то вследствие теплообмена пар охлаждается и конденсируется. Конденсат в виде пленки или капель оседает на поверхности и стекает вниз.

В зависимости от состояния поверхности различают два вида конденсации: *капельную* и *пленочную*. Если поверхность конденсата не смачивается жидкостью (покрыта каким-либо жиром, керосином, нефтяным продуктом и др.) и конденсат осаждается в виде отдельных капелек, то происходит капельная конденсация. На смачиваемой поверхности конденсатора конденсирующийся насыщенный пар образует сплошную пленку определенной толщины; такая конденсация называется пленочной.

Для водяного пара капельная конденсация явление случайное, неустойчивое и кратковременное. Она отличается интенсивным теплообменом, и коэффициент теплоотдачи в 15—20 раз выше пленочной. Объясняется это явление тем, что конденсирующийся пар находится в непосредственном соприкосновении с охлаждаемой поверхностью.

В настоящее время ведутся большие работы по созданию искусственной капельной конденсации с помощью специальных веществ, называемых *гидрофобизаторами* (при конденсации водяного пара — *гидрофобизаторами*). Эти вещества вводятся в водяной пар или наносятся на поверхность теплообменника. Для поддержания устойчивой капельной конденсации водяного пара требуется непрерывное добавление гидрофобизаторов, так как они со временем смываются конденсатом

или растворяются в нем. Такими веществами являются многие органические соединения, но они недолговечны.

Обычно в теплообменных аппаратах, работающих на чистом водяном паре, наблюдается пленочная конденсация. В верхней части вертикальной стенки или трубы пленка стекает с малыми скоростями и движение пленки будет ламинарным. По мере увеличения скорости конденсата движение пленки переходит в турбулентное.

При пленочной конденсации теплота пара передается поверхности пленки конденсата, а пленка передает теплоту стенке. Пленка конденсата представляет собой значительное термическое сопротивление и чем она толще, тем меньше теплоотдача.

Рассмотрим теплоотдачу при пленочной конденсации в случае ламинарного движения пленки конденсата.

В данном процессе перенос теплоты через пленку осуществляется только теплопроводностью. Пусть поверхность пленки конденсата, обращенная к пару, имеет температуру t_n (температуру насыщения), а поверхность пленки конденсата, соприкасающаяся со стенкой, имеет температуру $t_{ст}$. Тогда при коэффициенте теплопроводности конденсата λ и толщине пленки δ плотность теплового потока равна

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_n - t_{ст}).$$

Кроме того, из закона Ньютона — Рихмана известно, что при коэффициенте теплоотдачи α плотность теплового потока равна

$$q = \alpha (t_n - t_{ст}),$$

откуда

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta}. \quad (28-4)$$

Из уравнения (28-4) следует, что коэффициент теплоотдачи зависит от толщины слоя конденсата, стекающего по стенке вниз, и чем толще будет слой, тем меньше теплоотдача.

В основу теории конденсации пара положены исследования Нуссельта, который вычислил толщину пленки конденсата, а затем, интегрируя количество теплоты, проходящей через вертикальную стенку высотой H , нашел уравнение для определения коэффициента теплоотдачи.

Однако Нуссельт при создании своей теории конденсации принял ряд упрощающих предпосылок, которые заставляют считать полученное уравнение только приближенным.

В дополнение к исследованиям Нуссельта академик П. Л. Капица показал, что течение пленки жидкости по вертикальной поверхности может иметь волновой характер.

В результате теоретических исследований П. Л. Капица доказал, что коэффициент теплоотдачи при конденсации пара на вертикальной поверхности на 21% выше по сравнению со случаем чисто ламинарного течения, которому отвечает уравнение, полученное Нуссельтом. Поэтому при практических расчетах рекомендуются следующие формулы для определения среднего значения коэффициента теплоотдачи:

для вертикальной стенки

$$\bar{\alpha}_{\text{верт}} = 1,14 \sqrt[4]{\frac{g \rho_{\text{ж}} r \lambda_{\text{ж}}^3}{\nu_{\text{ж}} H (t_{\text{н}} - t_{\text{ст}})}}; \quad (28-5)$$

для горизонтальной стенки

$$\bar{\alpha}_{\text{гор}} = 0,72 \sqrt[4]{\frac{g \rho_{\text{ж}} r \lambda_{\text{ж}}^3}{\nu_{\text{ж}} d (t_{\text{н}} - t_{\text{ст}})}}; \quad (28-6)$$

где g — ускорение силы тяжести; $\lambda_{\text{ж}}$ — коэффициент теплопроводности жидкости; r — теплота парообразования; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости; $\nu_{\text{ж}}$ — кинематический коэффициент вязкости жидкости; H — высота вертикальной стенки; $t_{\text{н}}$ — температура насыщенного пара; $t_{\text{ст}}$ — температура поверхности стенки; d — наружный диаметр трубы.

Физические параметры конденсата $\lambda_{\text{ж}}$, $\nu_{\text{ж}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ берутся при средней температуре пленки конденсата, равной $t_{\text{ср}} = 0,5 (t_{\text{н}} + t_{\text{ст}})$. Теплота парообразования r берется при температуре насыщения $t_{\text{н}}$.

В общем виде уравнение теплообмена при конденсации в числах подобия при ламинарном движении имеет следующий вид:

$$\text{Nu} = C \sqrt[4]{\text{Ga} \cdot K \cdot \text{Pr} \cdot (\text{Pr}_{\text{ж}} / \text{Pr}_{\text{ст}})}, \quad (28-7)$$

где K — число фазового превращения, равное

$$K = r / (c_{p, \text{ж}} \Delta t).$$

Формула справедлива для паров различных веществ.

Масса конденсата, образующаяся на 1 м^2 поверхности, определяется по формуле

$$m = \frac{q}{r} = \frac{\lambda}{\delta r} (t_{\text{н}} - t_{\text{ст}}). \quad (28-8)$$

Размерность массы конденсата — $\text{кг}/(\text{сек} \cdot \text{м}^2)$.

Так как высота трубы всегда больше диаметра, то коэффициент теплоотдачи при горизонтальном расположении трубы выше, чем при вертикальном.

§ 28-3. Влияние различных факторов на теплообмен при конденсации

Формулы (28-5) и (28-6) относятся к неподвижному или медленно движущемуся пару ($w < 10 \text{ м/сек}$). Если движение пара совпадает по направлению с движением пленки конденсата, то толщина последней уменьшается, а коэффициент теплоотдачи увеличивается. При встречном движении пара и пленки конденсата толщина последней увеличивается, а коэффициент теплоотдачи уменьшается. Однако при сравнительно большой скорости пара происходит срыв конденсатной пленки, что приводит к значительному росту коэффициента теплоотдачи.

При конденсации перегретого пара температура его у стенки постепенно снижается и фактически конденсируется насыщенный пар.

Следовательно, конденсируясь, перегретый пар передает конденсату теплоту парообразования и теплоту перегрева $r' = r + c_{pm}(t - t_n)$, где c_{pm} — средняя теплоемкость перегретого пара при заданном давлении; t — температура перегретого пара. Поэтому коэффициент теплоотдачи для конденсирующегося перегретого пара можно вычислить по тем же формулам, что и для насыщенного пара, но вместо теплоты парообразования r необходимо подставлять величину r' . За разность температур при этом по-прежнему берется $\Delta t = t_n - t_{ст}$. Объясняется это тем, что если $t_{ст} < t_n$, то пар конденсируется в пленке конденсата и на границе раздела фаз всегда устанавливается температура t_n .

Состояние поверхности конденсатора также играет большую роль. На трубах, покрытых ржавчиной, с большой шероховатостью толщина пленки конденсата значительно увеличивается, что вызывает уменьшение коэффициента теплоотдачи более чем на 30% по сравнению с гладкой и чистой поверхностью.

Примеси различных газов в паре заметно уменьшают теплоотдачу при конденсации. Снижение теплоотдачи происходит потому, что пар конденсируется, а газ или воздух остается на холодной стенке в виде слоя, через который молекулы пара проникают из ядра потока лишь путем диффузии, тем самым увеличивая в значительной степени термическое сопротивление пленки. Так, наличие в паре 1% воздуха уменьшает коэффициент теплоотдачи при конденсации на 60% (для движущегося пара влияние воздуха меньше).

Большое значение для получения высоких коэффициентов теплоотдачи при конденсации пара имеет правильное расположение труб конденсатора. Вертикально расположенные трубы конденсатора обычно снабжаются через каждые 10 см колпачками, которые отводят конденсат от поверхности трубы, тем самым увеличивая теплоотдачу в 2—3 раза. При горизонтальном расположении пучка труб большой эффект получается в том случае, когда струйка конденсата с верхней трубы стекает на небольшую часть поверхности нижней трубы, т. е. попадает у горизонтального диаметра*.

Контрольные вопросы и примеры к XXVIII главе

1. При каких условиях возникают процессы кипения и конденсации жидкостей?
2. Где образуются пузырьки пара?
3. Какое кипение называется пузырьковым и пленочным?
4. Какой момент кипения называется критическим?
5. Какие уравнения рекомендуются для определения коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкости?
6. Какие различают виды конденсации?

* Более подробные сведения о кипении и конденсации пара, турбулентном течении пленки и теплообмене при капельной конденсации см. учебник «Теплопередача» Исаченко В. П., Осиповой В. А., Сукомел А. С. (М., «Энергия», 1969).

7. От чего зависит величина коэффициента теплоотдачи при конденсации?

8. Написать уравнения теплоотдачи для вертикальной и горизонтальной стенки.

9. Написать уравнение подобия для теплообмена при конденсации.

10. Как определяется масса образовавшегося конденсата?

11. Как влияет направление движения пара на теплоотдачу?

12. Как влияет на теплоотдачу состояние поверхности?

13. Как влияют примеси газа на теплоотдачу при конденсации?

14. Как влияет на теплоотдачу расположение поверхностей теплообмена в конденсаторе?

Пример 28-1. Вычислить коэффициент теплоотдачи при кипении воды и количество пара, получаемое в испарителе за 1 ч, общая поверхность которого $F = 5 \text{ м}^2$. Температура стенки испарителя $t_{\text{ст}} = 156^\circ \text{С}$. Давление пара $4,5 \text{ бар}$.

Температура насыщения при заданном давлении $t_{\text{н}} = 148^\circ \text{С}$. Теплота парообразования $r = 2120,9 \text{ кДж/кг}$; разность температур между поверхностью и паром $\Delta t = t_{\text{ст}} - t_{\text{н}} = 8^\circ$.

Коэффициент теплоотдачи определяем по уравнению (28-3):

$$\alpha = 46 \Delta t^{2,33} p^{0,5} = 46 \cdot 8^{2,33} \cdot 4,5^{0,5} = 12850 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Количество передаваемой теплоты равно

$$Q = \alpha \Delta t F = 12150 \cdot 8 \cdot 5 = 515000 \text{ Вт} = 515 \text{ кВт}.$$

Часовое количество пара, получаемое в испарителе,

$$m = \frac{515000 \cdot 3600}{2120900} = 875 \text{ кг/ч}.$$

Пример 28-2. Определить коэффициент теплоотдачи от пара к вертикальной трубе конденсата. Труба имеет наружный диаметр $d = 30 \text{ мм}$, высоту $H = 3 \text{ м}$ и температуру поверхности $t_{\text{ст}} = 11^\circ \text{С}$. На поверхности трубы конденсируется сухой насыщенный пар при давлении $p = 0,04 \text{ бар}$ и температуре $t_{\text{н}} = 29^\circ \text{С}$.

Физические величины определяем при

$$t_{\text{ср}} = 0,5 (11 + 29) = 20^\circ \text{С}; \rho = 998,2 \text{ кг/м}^3;$$

$$\lambda = 0,515 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}; \nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек};$$

теплота парообразования при $t_{\text{н}} = 29^\circ \text{С}$ равна $r = 2432,3 \text{ кДж/кг}$.

Коэффициент теплоотдачи определяем по уравнению (28-5):

$$\alpha_{\text{верт}} = 1,14 \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 998,2 \cdot 2432300 \cdot 0,515^3}{1,006 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 18}} = 3160 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Количество теплоты, переданное к поверхности трубы,

$$Q = \alpha F \Delta t = 3160 \cdot 3,14 \cdot 0,03 \cdot 3 \cdot 18 = 16000 \text{ Вт}.$$

Разделив полученное количество теплоты на теплоту парообразования, получим количество образовавшегося конденсата:

$$m = \frac{Q}{r} = \frac{16000 \cdot 3600}{2432300} = 79 \text{ кг/ч.}$$

В случае горизонтального расположения трубы при тех же условиях получаем

$$\alpha_{\text{гор}} = 0,72 \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 998,2 \cdot 2432300 \cdot 0,515^3}{1,006 \cdot 10^{-6} \cdot 0,03 \cdot 18}} = 6320 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Количество теплоты, переданное к поверхности трубы,

$$Q = 6320 \cdot 3,14 \cdot 0,03 \cdot 3 \cdot 18 = 32\,200 \text{ Вт.}$$

Количество образовавшегося конденсата

$$m = \frac{32200 \cdot 3600}{2432300} = 158 \text{ кг/ч.}$$

При горизонтальном расположении трубы будет получено конденсата в два раза больше, чем при вертикальном.

§ 29-1. Общие сведения о тепловом излучении

Энергия излучения возникает за счет энергии других видов в результате сложных молекулярных и внутриатомных процессов. Природа всех лучей одна и та же. Они представляют собой распространяющиеся в пространстве электромагнитные волны. Источником теплового излучения является внутренняя энергия нагретого тела. Количество энергии излучения в основном зависит от физических свойств и температуры излучающего тела. Электромагнитные волны различаются между собой или длиной волны, или частотой колебаний в секунду. Если обозначить длину волны через λ , а частоту колебаний — через N , то для лучей всех видов скорость ω в абсолютном вакууме равна $\omega = \lambda N = 300\,000 \text{ км/сек.}$

В зависимости от длины волны λ лучи обладают различными свойствами. Из всех лучей наибольший интерес для теплопередачи представляют тепловые лучи с $\lambda = 0,8 \div 40 \text{ мкм.}$

Излучение свойственно всем телам, и каждое из них излучает и поглощает энергию непрерывно, если температура его не равна 0°К. При одинаковых или различных температурах между телами, расположенными как угодно в пространстве, существует непрерывный теплообмен излучением.

При температурном равновесии тел количество отдаваемой энергии излучения будет равно количеству поглощаемой энергии излучения. Спектр излучения большинства твердых и жидких тел непрерывен. Эти тела испускают лучи всех длин волн, от малых до больших.

Спектр излучения газов имеет линейчатый характер. Газы испускают лучи не всех длин волн. Такое излучение называется *селективным (избирательным)*. Излучение газов носит объемный характер.

Опыты Мелони показали, что в излучении твердого тела участвуют не только поверхностные частицы, но и весьма тонкий слой определенной толщины. Суммарное излучение с поверхности тела по всем направлениям полусферического пространства и по всем длинам волн спектра называется *интегральным излучением* (Q).

Интегральный лучистый поток, излучаемый единицей поверхности по всем направлениям, называется *плотностью интегрального излучения тела*. Он измеряется в ваттах на квадратный метр и обозначается

$$E = dQ/dF,$$

где dQ — элементарный поток излучения, испускаемый элементом поверхности dF .

Каждое тело способно не только излучать, но и отражать, поглощать и пропускать через себя падающие лучи от другого тела. Если обозначить общее количество энергии излучения, падающей на тело,

через Q , то часть энергии, равная A , поглотится телом, часть, равная R , отразится, а часть, равная D , пройдет сквозь тело. Отсюда

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D,$$

или

$$A + R + D = 1.$$

Величину A называют *поглощательной способностью*. Она представляет собой отношение поглощенной энергии излучения ко всей энергии излучения, падающей на тело. Величину R называют *отражательной способностью*. R есть отношение отраженной энергии излучения ко всей падающей. Величину D называют *пропускательной способностью*. D есть отношение прошедшей сквозь тело энергии излучения ко всей энергии излучения, падающей на тело. Для большинства твердых тел, практически не пропускающих сквозь себя энергию излучения, $A + R = 1$.

Если поверхность поглощает все падающие на нее лучи, т. е. $A = 1$, $R = 0$ и $D = 0$, то такую поверхность называют *абсолютно черной*. Если поверхность отражает полностью все падающие на нее лучи, то такую поверхность называют *абсолютно белой*. При этом $D = 0$, $A = 0$, $R = 1$. Если тело абсолютно прозрачно для тепловых лучей, то $D = 1$, $R = 0$ и $A = 0$. В природе абсолютно черных, белых и прозрачных тел не существует, тем не менее понятие о них является очень важным для сравнения с реальными поверхностями.

Кварц для тепловых лучей непрозрачен, а для световых и ультрафиолетовых прозрачен. Каменная соль прозрачна для тепловых и непрозрачна для ультрафиолетовых лучей. Оконное стекло прозрачно для световых лучей, а для ультрафиолетовых и тепловых почти непрозрачно. Белая поверхность (ткань, краска) хорошо отражает лишь видимые лучи, а тепловые лучи поглощает так же хорошо, как и темная. Таким образом, свойства тел поглощать или отражать тепловые лучи зависят в основном от состояния поверхности, а не от ее цвета.

Если поверхность правильно отражает лучи (т. е. отражение следует законам геометрической оптики), то такую поверхность называют *зеркальной*. Если падающий луч при отражении расщепляется на множество лучей, идущих по всевозможным направлениям, то такое отражение называют *диффузным* (например, поверхность мела).

При исследовании потоков излучения большое значение имеет распределение энергии излучения, испускаемой абсолютно черным телом по отдельным длинам волн спектра. Каждой длине волны лучей при определенной температуре соответствует определенная интенсивность излучения $I_{s\lambda}$. *Интенсивность излучения*, или *спектральная* (монохроматическая) интенсивность излучения, представляет собой плотность потока излучения тела для длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, отнесенная к рассматриваемому интервалу длин волн $d\lambda$:

$$I_{s\lambda} = \frac{dF_{s\lambda}}{d\lambda}, \quad (29-1)$$

где $I_{s\lambda}$ — спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела, вт/м^2 .

§ 29-2. Основной закон поглощения

Излучать и поглощать энергию могут твердые и жидкие реальные тела конечной толщины, а также трех- и многоатомные газы. Если на какое-либо тело падает луч интенсивностью I_{λ_1} , то этот луч частично поглощается и выходит с другой стороны тела с интенсивностью I_{λ_2} , меньшей, чем I_{λ_1} . Коэффициент поглощения для луча с данной длиной волны определяется из уравнения

$$A_{\lambda} = (I_{\lambda_1} - I_{\lambda_2})/I_{\lambda_1}. \quad (a)$$

Опыты показывают, что падение интенсивности dI_{λ} пропорционально начальной интенсивности I_{λ} , пути dx и зависит от свойств тела:

$$dI = -kI_{\lambda}dx.$$

Знак минус в правой части указывает на убывание интенсивности. Коэффициент пропорциональности k , зависящий от физических свойств тела, температуры и длины волны, называется *коэффициентом поглощения*, или *коэффициентом поглощения вещества*, для лучей с данной длиной волны; k имеет размерность $1/m$.

Разделяя переменные, получаем

$$dI/I_{\lambda} = -kdx.$$

Интегрируя данное уравнение в пределах от $x = 0$ до $x = s$, находим

$$\int_{I_{\lambda_1}}^{I_{\lambda_2}} dI/I_{\lambda} = - \int_0^s kdx,$$

откуда при $k = \text{const}$

$$\ln I_{\lambda_2}/I_{\lambda_1} = -ks \text{ или } I_{\lambda_2}/I_{\lambda_1} = e^{-ks} \text{ и } I_{\lambda_2} = I_{\lambda_1} e^{-ks}.$$

Следовательно, коэффициент поглощения

$$A_{\lambda} = \frac{I_{\lambda_1} - I_{\lambda_2}}{I_{\lambda_1}} = \frac{I_{\lambda_1} - I_{\lambda_1} e^{-ks}}{I_{\lambda_1}} = 1 - e^{-ks} = 1 - \frac{1}{e^{ks}}. \quad (29-2)$$

Полученное уравнение показывает, что A_{λ} зависит от коэффициента поглощения k и толщины слоя тела s . При толщине $s = 0$ коэффициент $A_{\lambda} = 0$, т. е. поглощение может происходить только в слое вещества конечной толщины. Если $s = \infty$, то $A_{\lambda} = 1$, т. е. слой большой толщины поглощает луч целиком, как абсолютно черное тело. На величину A_{λ} влияет также коэффициент поглощения k : если k велик, то поглощение происходит в тонком поверхностном слое. В связи с этим состояние поверхности тела оказывает большое влияние на его поглощательную и излучательную способности. Если $k = 0$, то и $A_{\lambda} = 0$.

З а к о н П л а н к а. Интенсивности излучения абсолютно черного тела $I_{s\lambda}$ и любого реального тела I_λ зависят от температуры и длины волны.

Абсолютно черное тело при данной температуре испускает лучи всех длин волн от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$, но распределение энергии вдоль спектра различно.

По мере увеличения длины волны энергия лучей возрастает, при некоторой длине волны достигает максимума, затем убывает. Кроме того, для луча одной и той же длины волны энергия его увеличивается с возрастанием температуры тела, испускающего лучи (рис. 29-1).

Планк теоретически, исходя из электромагнитной природы излучения и используя представление о квантах энергии, установил следующий закон изменения интенсивности излучения абсолютно черного тела в зависимости от температуры и длины волны:

$$I_{s\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\frac{c_2}{\lambda T} - 1}, \quad (29-3)$$

где e — основание натуральных логарифмов; $c_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ вт} \cdot \text{м}^2$ — первая постоянная Планка; $c_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{град}$ — вторая постоянная Планка; λ — длина волны, м; T — температура излучающего тела, °К.

Из рис. 29-1 видно, что для любой температуры интенсивность излучения $I_{s\lambda}$ возрастает от нуля при $\lambda = 0$ до своего наибольшего значения при определенной длине волн, а затем убывает до нуля при $\lambda = \infty$. При повышении температуры интенсивность излучения для каждой длины волны возрастает.

Кроме того, из рис. 29-1 видно, что максимумы кривых с повышением температуры смещаются в сторону более коротких волн. Длина волны λ_{ms} в миллиметрах, отвечающая максимальному значению $I_{s\lambda}$, определяется законом смещения Вина:

$$\lambda_{ms} = 2,9/T. \quad (29-4)$$

С увеличением температуры λ_{ms} уменьшается, что и следует из закона.

З а к о н С т е ф а н а — Б о л ь ц м а н а. На основании опытных данных Стефан в 1879 г. установил, что плотность энергии излучения абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры: $u = aT^4$. В 1884 г. Больцман получил этот закон теоретическим путем исходя из второго закона термодинамики и допущения существования светового давления.

Для вывода арифметического выражения указанного закона воспользуемся термодинамическим тождеством

$$Tds = dU + p dV,$$

из которого, как это было показано в гл. X [уравнение (10-7)], следует, что

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p, \quad (a)$$

где p — световое давление; U — энергия равновесного излучения объема V .

Согласно законам электродинамики, рассматривающим равновесное излучение как фотонный газ, световое давление можно выразить так:

$$p = u/3, \quad (б)$$

где $u = U/V$ — объемная плотность энергии равновесного излучения. Тогда после простых преобразований, учитывая, что $U = u \cdot V$, уравнение (a) приводится к виду

$$T du/dT = 4u,$$

или

$$du/u = 4(dT/T).$$

После интегрирования и последующего потенцирования получим

$$u = aT^4. \quad (в)$$

Уравнение (в) является аналитическим выражением закона Стефана — Больцмана, т. е. объемная плотность энергии равновесного излучения пропорциональна абсолютной температуре в четвертой степени.

Постоянная a термодинамически не определяется; по данным опыта, $a = 7,64 \cdot 10^{-16} \text{ Дж/[м}^3 \cdot (\text{°K})^4]$.

Связь между объемной плотностью равновесного излучения u и плотностью интегрального излучения E устанавливается соотношением

$$u = 4E/c, \quad (г)$$

где c — скорость движения фотонов, равная скорости света в пустоте.

Подставляя в (в) значение u из (г), получим

$$E = (ac/4) T^4,$$

или

$$E = \sigma T^4. \quad (29-5)$$

Здесь σ — постоянная излучения Стефана — Больцмана для абсолютного черного тела:

$$\sigma = ac/4 = 5,77 \cdot 10^{-8} \text{ вт/[м}^2 \cdot (\text{°K})^4].$$

Аналитическое выражение закона Стефана — Больцмана можно получить также, используя закон Планка. Тепловой поток, излучаемый единицей поверхности черного тела в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, может быть определен из уравнения

$$dE_\lambda = I_\lambda d\lambda.$$

Элементарная площадка на рис. 29-1, ограниченная кривой $T = \text{const}$, основанием $d\lambda$ и ординатами λ и $\lambda + d\lambda$ ($I_{s\lambda}$), определяет количество энергии излучения dE_s и называется *плотностью интегрального излучения* абсолютно черного тела для длин волн $d\lambda$. Вся же площадь между любой кривой $T = \text{const}$ и осью абсцисс равна интегральному излучению черного тела в пределах от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$ при данной температуре, или

$$E_s = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} I_{s\lambda} d\lambda.$$

Подставляя в полученное уравнение закон Планка, получим

$$E_s = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda$$

и, интегрируя, найдем

$$E_s = \sigma_s T^4. \quad (29-5')$$

Таким образом, плотность интегрального полусферического излучения (тепловой поток) абсолютно черного тела прямо пропорциональна абсолютной температуре в четвертой степени.

Обычно в технической литературе закон Стефана — Больцмана пишут в следующем виде:

$$E_s = C_s (T/100)^4, \quad (29-6)$$

где C_s — коэффициент излучения абсолютно черного тела:

$$C_s = 5,77 \text{ вт}/[\text{м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4].$$

Для практических расчетов можно рекомендовать еще более удобную формулу, заменяя $\text{вт}/\text{м}^2$ на $\text{квт}/\text{м}^2$:

$$E_s = 57,7 (T/1000)^4, \text{ квт}/\text{м}^2.$$

Все реальные тела, используемые в технике, не являются абсолютными черными и при одной и той же температуре излучают меньше энергии, чем абсолютно черное тело. Излучение реальных тел также зависит от температуры и длины волны (при $\lambda_\lambda \cong \text{const} < 1$). Чтобы законы излучения черного тела можно было применить для реальных тел, вводится понятие о сером теле и сером излучении. Под серым излучением понимают такое, которое, аналогично излучению черного тела, имеет сплошной спектр, но интенсивность лучей для каждой волны длины λ при любой температуре составляет неизменную долю от интенсивности излучения черного тела $I_{s\lambda}$ (рис. 29-2). Следовательно, должно существовать следующее соотношение:

$$I_\lambda / I_{s\lambda} = \varepsilon = \text{const}. \quad (29-7)$$

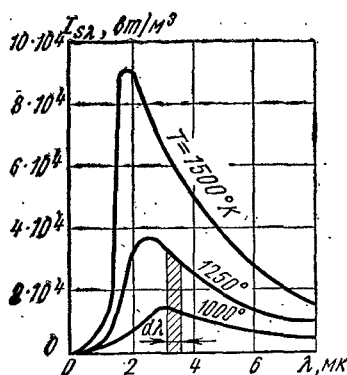


Рис. 29-1

Величину ϵ называют *спектральной степенью черноты*. Она зависит от физических свойств тела. Степень черноты серых тел всегда меньше единицы.

Большинство реальных твердых тел с определенной степенью точности можно читать серыми телами, а их излучение — серым излучением.

Плотность интегрального излучения серого тела равна

$$E = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} I_{\lambda} d\lambda,$$

но $I_{\lambda} = \epsilon I_{s\lambda}$, поэтому

$$E = \epsilon \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} I_{s\lambda} d\lambda = \epsilon E_s = \epsilon C_s (T/100)^4 = C (T/100)^4. \quad (29-8)$$

Плотность интегрального излучения серого тела составляет долю, равную ϵ от плотности интегрального излучения абсолютно черного тела.

Величину $C = \epsilon C_s$, $\text{вт}/[(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{К})^4]$ называют *коэффициентом излучения серого тела*. Величина C реальных тел в общем случае зависит не только от физических свойств тела, но и от состояния поверхности или от ее шероховатости, а также от температуры и длины волны. Значения коэффициентов излучения и степеней черноты тел берут из табл. 29-1.

З а к о н К и р х г о ф а. Для всякого тела энергия излучения и энергия поглощения зависят от температуры и длины волны. Различные тела имеют различные значения E и A . Зависимость между ними устанавливается законом Кирхгофа. Рассмотрим теплообмен излучением между двумя параллельными пластинами с неодинаковыми температурами, причем первая пластина является абсолютно черной с температурой T_s , вторая — серой с температурой T . Расстояние между пластинами значительно меньше их размеров, так что излучение каждой из них обязательно попадает на другую.

Вторая поверхность излучает на первую по закону Стефана — Больцмана энергию E , которая полностью поглощается черной поверхностью. В свою очередь первая поверхность излучает на вторую энергию E_s . Часть энергии $E_s A$ поглощается серой поверхностью, а оставшаяся энергия $(1 - A) E_s$, отражается на первую и ею полностью поглощается. При этих условиях серая поверхность получает энергию в количестве $E_s A$, а расходует E . Следовательно, уравнение теплового баланса имеет вид

$$Q = E - E_s A.$$

При равенстве температур T и T_s тепловой поток Q равен нулю. Отсюда получаем

$$E = E_s A, \text{ или } E/A = E_s = E_s/A_s = C_s (T/100)^4. \quad (29-9)$$

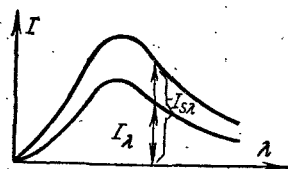


Рис. 29-2

**Степень черноты полного нормального излучения
для различных материалов**

Наименование материала	$t, ^\circ\text{C}$	ϵ
Алюминий полированный	50—500	0,04—0,06
Бронза	50	0,1
Железо листовое оцинкованное блестящее	30	0,23
Жесть белая, старая	20	0,28
Золото полированное	200—600	0,02—0,03
Латунь матовая	20—350	0,22
Медь полированная	50—100	0,02
Никель полированный	200—400	0,07—0,09
Олово блестящее	20—50	0,04—0,06
Серебро полированное	200—600	0,02—0,03
Стальной листовой прокат	50	0,56
Сталь окисленная	200—600	0,8
Сталь сильно окисленная	500	0,98
Чугунное литье	50	0,81
Асбестовый картон	20	0,96
Дерево строганое	20	0,8—0,9
Кирпич огнеупорный	500—1000	0,8—0,9
Кирпич шамотный	1000	0,75
Кирпич красный, шероховатый	20	0,88—0,93
Лак черный, матовый	40—100	0,96—0,98
Лак белый	40—100	0,8—0,95
Масляные краски различных цветов	100	0,92—0,96
Сажа ламповая	20—400	0,95
Стекло	20—100	0,91—0,94
Эмаль белая	20	0,9

Так как вместо второго тела можно взять любое другое, то уравнение (29-9) справедливо для любых тел и является математическим выражением закона Кирхгофа.

Отношение излучательной способности тела к его поглощательной способности одинаково для всех серых тел, находящихся при одинаковых температурах, и равно излучательной способности абсолютно черного тела при той же температуре.

Это отношение можно получить термодинамическим путем.

Пусть в замкнутой полости находятся два тела: одно черное, а другое серое. Согласно второму закону термодинамики, для соблюдения теплового равновесия необходимо, чтобы каждое тело испускало и поглощало равные количества энергии. Невыполнение этого условия повело бы к нарушению равенства температур между поверхностью полости и телами. На единицу поверхности абсолютно черного тела падает энергия излучения $I_{\lambda} d\lambda$, которая целиком им поглощается, и одновременно это же количество энергии тело излучает. Отсюда следует, что $I_{\lambda} d\lambda A_s = E_{\lambda} d\lambda$ и $I_{\lambda} = E_{\lambda}$, так как $A_s = 1$. Единица поверхности серого тела поглощает только часть падающей на нее энергии $I_{\lambda} d\lambda$. Если поглощательная способность тела будет равна A_{λ} , то тело поглотит количество энергии, равное $I_{\lambda} A_{\lambda} d\lambda$, испустив такое же

количество. Энергия излучения серого тела равна $E_\lambda d\lambda$. Отсюда следует, что $I_{s\lambda} A_\lambda d\lambda = E_\lambda d\lambda$.

Подставляя в последнее уравнение значение $I_{s\lambda}$ для черного тела, получим закон Кирхгофа:

$$E_{s\lambda} A_\lambda d\lambda = E_\lambda d\lambda, \text{ или } E_{s\lambda} = E_\lambda / A_\lambda.$$

Из закона Кирхгофа следует, что если тело обладает малой поглощательной способностью, то оно одновременно обладает и малой *излучательной способностью* (полированные металлы). Абсолютно черное тело, обладающее максимальной поглощательной способностью, имеет и наибольшую *излучательную способность*.

Закон Кирхгофа остается справедливым и для монохроматического излучения. Отношение интенсивности излучения тела при определенной длине волны к его поглощательной способности при той же длине волны для всех тел одно и то же, если они находятся при одинаковых температурах, и численно равно интенсивности излучения абсолютно черного тела при той же длине волны и температуре, т. е. является функцией только длины волны и температуры:

$$E_\lambda / A_\lambda = I_\lambda / A_\lambda = E_{s\lambda} = I_{s\lambda} = f(\lambda, T). \quad (29-10)$$

Поэтому тело, которое излучает энергию при какой-нибудь длине волны, способно поглощать ее при этой же длине волны. Если тело не поглощает энергию в какой-то части спектра, то оно в этой части спектра и не излучает.

Из закона Кирхгофа также следует, что степень черноты серого тела ϵ при одной и той же температуре численно равна коэффициенту поглощения A :

$$\epsilon = I_\lambda / I_{s\lambda} = E / E_s = C / C_s = A.$$

З а к о н Л а м б е р т а. Энергия, излучаемая телом, распространяется в пространстве с различной интенсивностью. Закон, устанавливающий зависимость интенсивности излучения от направления, называется *законом Ламберта*.

Согласно закону Ламберта количество энергии, излучаемое элементом поверхности dF_1 в направлении элемента dF_2 , пропорционально произведению количества энергии, излучаемого по нормали dQ_n , на величину пространственного угла $d\omega$ и $\cos \varphi$, составленного направлением излучения с нормалью (рис. 29-3, а):

$$d^2 Q_\varphi = dQ_n d\omega \cos \varphi,$$

или

$$d^2 Q_\varphi = E_n dF_1 d\omega \cos \varphi, \quad (29-11)$$

где E_n — энергия излучения в направлении нормали.

Следовательно, наибольшее количество энергии излучается в перпендикулярном направлении к поверхности излучения, т. е. при $\varphi = 0$. С увеличением φ количество энергии излучения уменьшается и при $\varphi = 90^\circ$ равно нулю.

Для определения величины E_n необходимо уравнение (29-11) проинтегрировать по поверхности полусферы, лежащей над плоскостью dF_1 (рис. 29-3, б).

Телесный угол $d\omega$ представляет собой угол, под которым из какой-либо точки dF_1 видна площадка dF_2 на поверхности сферы радиусом r . Отсюда следует, что

$$d\omega = dF_2/r^2,$$

или

$$d\omega = \sin \varphi d\psi d\varphi,$$

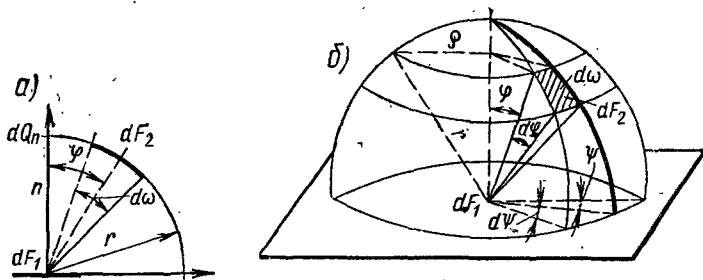


Рис. 29-3

где φ — угол, дополнительный к углу широты; ψ — угол долготы. Подставляя полученное выражение в уравнение (29-11), имеем

$$d^3Q_\varphi = E_n dF_1 \sin \varphi d\psi d\varphi \cos \varphi.$$

Проинтегрируем это выражение по всей поверхности полусферы, т. е. в пределах изменения угла φ от 0 до $\pi/2$ и угла ψ от 0 до 2π .

В результате интегрирования найдем энергию, излучаемую элементом dF_1 , в пределах полусферы, равную EdF_1 . Следовательно,

$$EdF_1 = E_n dF_1 \int_{\psi=0}^{2\pi} d\psi \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \pi E_n dF_1,$$

откуда

$$E_n = E/\pi = \frac{1}{\pi} C (T/100)^4 = \frac{\epsilon}{\pi} C_0 (T/100)^4.$$

Из последнего уравнения следует, что энергия излучения в направлении нормали в π раз меньше плотности интегрального полусферического излучения абсолютно черного (или серого) тела, определяемого по закону Стефана — Больцмана. Поэтому уравнение закона Ламберта (29-11) принимает вид

$$d^2Q_\varphi = \frac{\epsilon}{\pi} C_0 (T/100)^4 d\omega \cos \varphi dF_1. \quad (29-11')$$

Последняя формула получена для интегрального излучения элемента dF_1 , но она останется в силе и для монохроматического излучения.

Формула (29-11') является основой для расчета лучистого теплообмена между поверхностями конечных размеров.

Закон Ламберта полностью справедлив для абсолютно черного или серого тела, а для тел, обладающих диффузным излучением, только в пределах $\varphi = 0-60^\circ$. Для полированных поверхностей закон Ламберта неприменим.

§ 29-4. Теплообмен излучением между твердыми телами

Параллельные пластины

Закон Стефана — Больцмана позволяет определить плотность собственного излучения E_1 , которое возникает в поверхностном слое тела и полностью определяется его температурой и физическими свойствами. Если тело участвует в теплообмене излучением с другими телами, то на рассматриваемое тело падает извне энергия излучения в количестве $E_{\text{пад}}$. Часть падающей энергии излучения в количестве $AE_{\text{пад}}$ телом поглощается и превращается в его внутреннюю энергию. Остальная часть энергии излучения в количестве $RE_{\text{пад}}$ отражается от тела. Сумма собственного и отраженного излучений, испускаемых поверхностью данного тела, называется *эффективным* (фактическим) *излучением*:

$$E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}} + RE_{\text{пад}} = E_{\text{соб}} + (1 - A) E_{\text{пад}}.$$

Эффективное излучение зависит не только от физических свойств и температуры данного тела, но и от физических свойств, температуры и спектра излучения других окружающих тел. Кроме того, оно зависит от формы, размеров и относительного расположения тел в пространстве. Вследствие этого физические свойства эффективного и собственного излучений неодинаковы и спектры их излучения различны.

Для черного тела $E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}}$, так как для него $E_{\text{отр}} = 0$.

Рассмотрим теплообмен излучением между двумя серыми параллельными пластинами, разделенными прозрачной средой. Размеры пластин значительно больше расстояния между ними, так что излучение одной из них будет полностью попадать на другую. Поверхности пластин подчиняются закону Ламберта. Обозначим: температуры пластин T_1 и T_2 , коэффициенты поглощения A_1 и A_2 ; собственные излучения пластин, определяемые по закону Стефана — Больцмана, E_1 и E_2 ; эффективные излучения пластин $E_{1\text{эф}}$ и $E_{2\text{эф}}$, коэффициенты излучения C_1 и C_2 . Полагаем, что $T_1 > T_2$.

Первая пластина излучает на вторую энергию; вторая пластина часть этой энергии поглощает, а часть отражает обратно на первую, где снова первая пластина часть поглощает и часть излучает обратно на вторую, и т. д.

Суммарный поток излучения первой пластины, состоящий из собственного излучения E_1 и отраженного излучения второй пластины $(1 - A_1) E_{2\text{эф}}$, находим из уравнения

$$E_{1\text{эф}} = E_1 + (1 - A_1) E_{2\text{эф}}.$$

Аналогично найдем суммарное излучение второй пластины:

$$E_{2\text{эф}} = E_2 + (1 - A_2) E_{1\text{эф}}.$$

Решая эти два уравнения относительно $E_{1\text{эф}}$ и $E_{2\text{эф}}$, получаем

$$E_{1\text{эф}} = \frac{E_1 + E_2 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}; \quad E_{2\text{эф}} = \frac{E_1 + E_2 - A_2 E_1}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}.$$

Тепловое излучение, получаемое второй пластиной, находим из уравнения

$$q = E_{1\text{эф}} - E_{2\text{эф}}.$$

Подставляя значение $E_{1\text{эф}}$ и $E_{2\text{эф}}$ и произведя соответствующие преобразования, получаем

$$q = \frac{A_2 E_1 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2} = \frac{A_2 A_1 C_s (T_1/100)^4 - A_1 A_2 C_s (T_2/100)^4}{A_1 + A_2 - A_1 A_2},$$

или

$$q = \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{\frac{A_1}{A_1 A_2 C_s} + \frac{A_2}{A_1 A_2 C_s} - \frac{A_1 A_2}{A_1 A_2 C_s}} = \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}}.$$

Таким образом, тепловое излучение между параллельными поверхностями определяется уравнением

$$Q = C_{\text{пр}} [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] F, \quad (29-12)$$

где $C_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}}$ — приведенный коэффициент излучения.

Вместо $C_{\text{пр}}$ в расчетах можно применять приведенную степень черноты системы тел в следующем виде:

$$C_{\text{пр}} = \epsilon_{\text{пр}} C_s,$$

где $\epsilon_{\text{пр}}$ — приведенная степень черноты системы:

$$\epsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}. \quad (29-13)$$

Теплообмен излучением между телами,
одно из которых находится внутри другого

В технике часто приходится решать задачи теплообмена излучением, когда одно тело находится внутри другого (рис. 29-4). Поверхность внутреннего тела выпуклая; внутренняя поверхность внешнего тела вогнутая.

Обозначим величины внутреннего тела через $A_1, C_1, \epsilon_1, T_1, F_1$ и внешнего — $A_2, C_2, \epsilon_2, T_2, F_2$. В отличие от теплообмена между параллельными пластинами в данном случае на внутреннее тело падает лишь часть φ от эффективного излучения внешнего тела. Осталь-

ная часть энергии излучения $(1 - \varphi)$ падает на поверхность внешнего тела.

Эффективное излучение внутреннего тела состоит из собственного излучения и отраженного, полученного от внешнего тела:

$$E_{1\text{эф}} = E_1 F_1 + (1 - A_1) \varphi E_{2\text{эф}}. \quad (a)$$

Эффективное излучение внешнего тела состоит из собственного излучения, отраженного от внутреннего тела, и отраженного собственного излучения:

$$E_{2\text{эф}} = E_2 F_2 + (1 - A_2) E_{1\text{эф}} + (1 - A_2) (1 - \varphi) E_{2\text{эф}}. \quad (б)$$

Величина теплообмена излучением между телами равна

$$Q = E_{1\text{эф}} - E_{2\text{эф}}.$$

Решая совместно уравнения (a) и (б) и подставляя $E_{1\text{эф}}$ и $E_{2\text{эф}}$ в последнее уравнение, получаем*

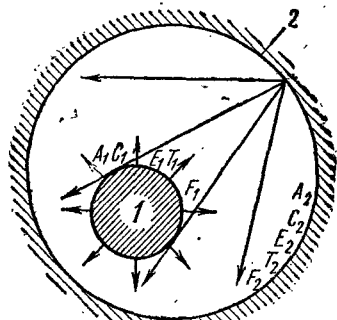


Рис. 29-4

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s} \right)} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1. \quad (29-14)$$

Обозначим величину $\frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s} \right)}$ через $C_{\text{пр}}$.

Тогда теплообмен излучением между телами, когда одно из них находится внутри другого, определяется уравнением

$$Q = C_{\text{пр}} F_1 [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]. \quad (29-15)$$

Если вместо $C_{\text{пр}}$ в расчете применить приведенную степень черноты системы тел, то уравнение теплообмена излучением имеет следующий вид:

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} C_s F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (29-16)$$

Если поверхность F_1 мала по сравнению с поверхностью F_2 , то отношение F_1/F_2 приближается к нулю и $C_{\text{пр}} = C_1$, а уравнение теплообмена принимает вид

$$Q = C_1 F_1 \left[(T_1/100)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (29-17)$$

* Принято, что $\varphi = F_1/F_2$. Это можно доказать, если рассмотреть предельный случай, когда $T_1 = T_2$.

Аналитический вывод уравнения теплообмена излучением между двумя произвольно расположенными телами очень сложен и может быть решен лишь для частных случаев.

Теплообмен излучением между двумя произвольными телами (рис. 29-5) рассчитывается по формуле

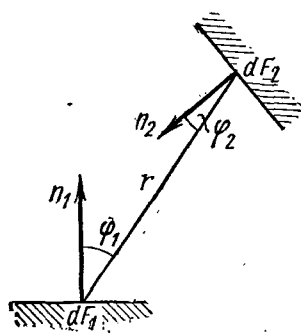


Рис. 29-5

$$Q = \frac{C_1 C_2}{C_s} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi r^2} dF_2, \quad (29-18)$$

где $\frac{C_1 C_2}{C_s}$ — приведенный коэффициент излу-

чения данной системы тел; $\int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi r^2} \times$

$\times dF_2$ — угловой коэффициент излучения. Он является геометрической характеристикой и зависит от размеров, формы обоих излучающих тел и их взаимного расположения.

Вычисление углового коэффициента представляет большие математические трудности даже для простейших случаев, и поэтому его определяют графическим путем. При решении технических задач угловой коэффициент обычно берут из таблиц.

§ 29-5. Экраны

В различных областях техники довольно часто встречаются случаи, когда требуется уменьшить передачу теплоты излучением. Например, нужно оградить рабочих от действия тепловых лучей в цехах, где имеются поверхности с высокими температурами. В других случаях необходимо оградить деревянные части зданий от энергии излучения в целях предотвращения воспламенения; следует защищать от энергии излучения термометры, так как в противном случае они дают неверные показания. Поэтому всегда, когда необходимо уменьшить передачу теплоты излучением, прибегают к установке экранов. Обычно экран представляет собой тонкий металлический лист с большой отражательной способностью. Температуры обеих поверхностей экрана можно считать одинаковыми.

Рассмотрим действие экрана между двумя плоскими безграничными параллельными поверхностями, причем передачей теплоты конвекцией будем пренебрегать. Поверхности стенок и экрана считаем одинаковыми. Температуры стенок T_1 и T_2 поддерживаются постоянными, причем $T_1 > T_2$. Допускаем, что коэффициенты излучения стенок и экрана равны между собой. Тогда приведенные коэффициенты излучения между поверхностями без экрана, между первой поверхностью и экраном, экраном и второй поверхностью равны между собой.

Тепловой поток, передаваемый от первой поверхности ко второй (без экрана), определяем из уравнения

$$q_0 = C_{\text{пр}} [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4].$$

Тепловой поток, передаваемый от первой поверхности к экрану, находим по формуле

$$q_1 = C_{\text{пр}} [(T_1/100)^4 - (T_{\text{эк}}/100)^4],$$

а от экрана ко второй поверхности — по уравнению

$$q_2 = C_{\text{пр}} [(T_{\text{эк}}/100)^4 - (T_2/100)^4].$$

При установившемся тепловом состоянии $q_1 = q_2$, поэтому

$$C_{\text{пр}} [(T_1/100)^4 - (T_{\text{эк}}/100)^4] = C_{\text{пр}} [(T_{\text{эк}}/100)^4 - (T_2/100)^4],$$

откуда

$$(T_{\text{эк}}/100)^4 = \frac{1}{2} [(T_1/100)^4 + (T_2/100)^4].$$

Подставляя полученную температуру экрана в любое из уравнений, получаем

$$q_{1-2} = \frac{1}{2} C_{\text{пр}} [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4].$$

Сравнивая первое и последнее уравнения, находим, что установка одного экрана при принятых условиях уменьшает теплоотдачу излучением в два раза:

$$q_{1-2} = \frac{1}{2} q_0. \quad (29-19)$$

Можно доказать, что установка двух экранов уменьшает теплоотдачу втрое, установка трех экранов уменьшает теплоотдачу вчетверо и т. д. Значительный эффект уменьшения теплообмена излучением получается при применении экрана из полированного металла, тогда

$$q_1 = 0,5 \left(\frac{C'_{\text{пр}}}{C_{\text{пр}}} \right) q_0, \quad (29-20)$$

где $C'_{\text{пр}}$ — приведенный коэффициент излучения между поверхностью и экраном; $C_{\text{пр}}$ — приведенный коэффициент излучения между поверхностями.

§ 29-6. Излучение газов

Излучение газообразных тел резко отличается от излучения твердых тел. Одноатомные и двухатомные газы обладают ничтожно малой излучательной и поглощательной способностью. Эти газы считаются прозрачными для тепловых лучей. Трехатомные (CO_2 и H_2O и др.) и многоатомные газы уже обладают значительной излучательной, а следовательно, и поглощательной способностью. При высокой темпе-

ратуре излучение трехатомных газов, образующихся при сгорании топлив, имеет большое значение для работы теплообменных устройств. Спектры излучения трехатомных газов в отличие от излучения серых тел имеют резко выраженный селективный (избирательный) характер. Эти газы поглощают и излучают энергию только в определенных интервалах длин волн, расположенных в различных частях спектра (рис. 29-6). Для лучей с другими длинами волн эти газы прозрачны. Когда луч встречает на своем пути слой газа, способного к поглощению луча с данной длиной волны, то этот луч частично поглощается, частично проходит через толщу газа и выходит с другой стороны слоя с интенсивностью меньшей, чем при входе. Слой очень большой толщины может практически поглотить луч целиком. Кроме того, поглощательная способность газа зависит от его парциального давления или числа молекул и температуры. Излучение и поглощение энергии в газах происходит по всему объему.

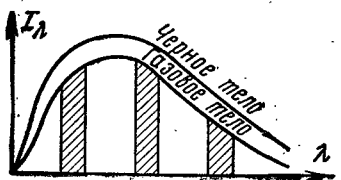


Рис. 29-6

Коэффициент поглощения газа может быть определен следующей зависимостью:

$$A_{\lambda} = f(T, p, s)$$

или общим уравнением (29-2):

$$A_{\lambda} = 1 - \frac{I}{e^{ks}}$$

Толщина слоя газа s зависит от формы тела и определяется как средняя длина луча по табл. 29-2.

Средняя длина лучей для газов, заполняющих объем различной формы

Таблица 29-2

Форма объема, заполненного газом	
Цилиндр — высота равна диаметру, излучение на боковую поверхность	0,6d
Цилиндр — высота равна ∞	0,9d
Шар диаметром d	0,6d
Плоскопараллельный газовый слой толщиной h и бесконечных диаметров	1,8h
Куб со стороной h	0,6h
Пучок труб:	
с расстоянием между поверхностями труб l и при расположении их по треугольнику $l=d$	2,8l
по треугольнику $l=2d$	3,8l
по квадрату $l=d$	3,5l

Давление продуктов сгорания обычно принимают равным 1 бар, поэтому парциальные давления трехатомных газов в смеси определяют по уравнениям $p_{\text{CO}_2} = r_{\text{CO}_2}$ и $p_{\text{H}_2\text{O}} = r_{\text{H}_2\text{O}}$, где r — объемная доля газа.

Средняя температура стенки подсчитывается по уравнению

$$T_{ст} = T'_{ст} + T''_{ст}/2, \quad (29-21)$$

где $T'_{ст}$ — температура стенки канала у входа газа;
 $T''_{ст}$ — температура стенки канала у выхода газа.

Средняя температура газа определяется по формуле

$$T_r = \frac{T'_{ст} + T''_{ст}}{2} \pm \frac{(T'_r - T'_{ст}) - (T''_r - T''_{ст})}{2,3 \lg \frac{(T'_r - T'_{ст})}{(T''_r - T''_{ст})}}, \quad (29-22)$$

где T'_r — температура газа у входа в канал; T''_r — температура газа у выхода из канала;

знак плюс берется в случае охлаждения, а минус — в случае нагревания газа в канале.

Расчет теплообмена излучением между газом и стенками канала очень сложен и выполняется с помощью целого ряда графиков и таблиц. Более простой и вполне надежный метод расчета разработан Шаком, который предлагает следующие уравнения, определяющие излучение газов в среду с температурой 0°K :

$$q_{\text{CO}_2} = 4,07 \sqrt{ps} (T/100)^{3,5}, \quad (29-23)$$

$$q_{\text{H}_2\text{O}} = 40,7 p^{0,8} s^{0,6} (T/100)^3, \quad (29-24)$$

где p — парциальное давление газа, бар; s — средняя толщина слоя газа, м; T — средняя температура газов и стенки, $^\circ\text{K}$.

Анализ приведенных уравнений показывает, что излучательная способность газов не подчиняется закону Стефана — Больцмана. Излучение водяного пара пропорционально T^3 , а излучение углекислого газа — $T^{3,5}$.

По этим же формулам вычисляется теплота, поглощаемая газами от излучения стенок канала, но вместо средней температуры газов в них берется средняя температура стенок канала.

Таким образом, количество теплоты, воспринятое стенками канала в результате теплообмена излучением между газом и стенкой, находим из уравнения

$$q_{изл} = \epsilon'_{ст} (q_r - q_{ст}), \quad (29-25)$$

где $\epsilon'_{ст}$ — эффективная степень черноты поверхностей канала $\epsilon'_{ст} = \frac{\epsilon_{ст} + 1}{2}$; q_r — количество теплоты, излучаемое углекислым газом и водяным паром при средней температуре газа; $q_{ст}$ — количество теплоты, поглощаемое углекислым газом и водяным паром при средней температуре стенок канала.

Полученный суммарный тепловой поток излучением $q_{изл}$ используется для определения коэффициента теплоотдачи излучением:

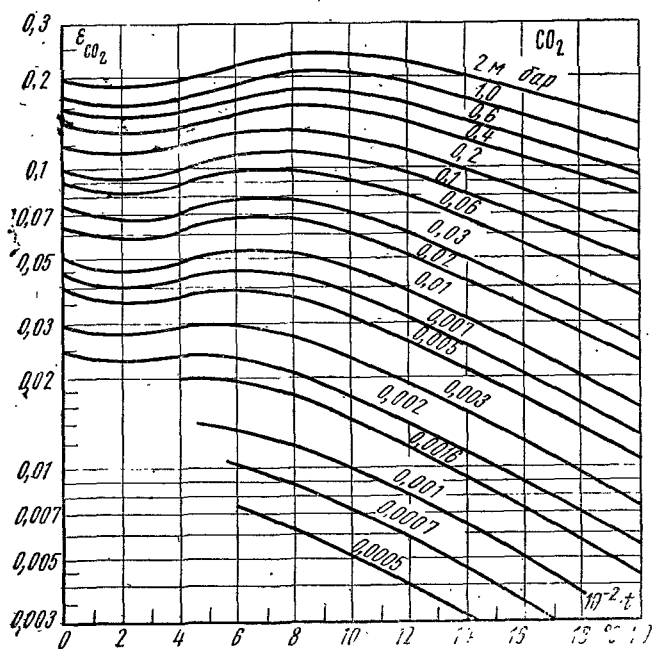
$$\alpha_{изл} = \frac{q_{изл}}{T_r - T_{ст}}. \quad (29-26)$$

Многие авторы для практических расчетов излучения газов рекомендуют пользоваться законом четвертых степеней, или законом Стефана — Больцмана.

Расчетное уравнение лучистого теплообмена между газом и стенками канала в этом случае имеет следующий вид:

$$q_{\text{изл}} = \epsilon'_{\text{ст}} C_s [\epsilon_r (T_r/100)^4 - \epsilon'_r (T_{\text{ст}}/100)^4], \quad (29-27)$$

где $\epsilon'_{\text{ст}} = \frac{\epsilon_{\text{ст}} + 1}{2}$ — эффективная степень черноты стенок канала, учитывающая излучение газа; $C_s = 5,77$ — коэффициент излучения



абсолютно черного тела, $\text{вт}/[\text{м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4]$; $\epsilon_r = q_r/q_*$ — отношение количества энергии излучения газа к количеству энергии излучения абсолютно черного тела и отнесенное к 1 м^2 поверхности; ϵ_r определяется по формуле

$$\epsilon_r = \epsilon_{\text{CO}_2} + \beta \epsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta \epsilon_r;$$

величины ϵ_{CO_2} , $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ и ρ определяют по графикам на рис. 29-7, 29-8 и 29-9;

$\Delta \epsilon_r$ — поправка, учитывающая взаимное поглощение энергии излучения газами; для дымовых газов эта поправка составляет 2—4%, поэтому ею обычно пренебрегают; β — поправочный коэффициент, учитывающий более сильное влияние парциального давления по сравнению с влиянием толщины слоя газа; T_r — средняя температура газа, $^\circ\text{K}$; $\epsilon_r = \epsilon_{\text{CO}_2} + \beta \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ — поглощательная способность газа при

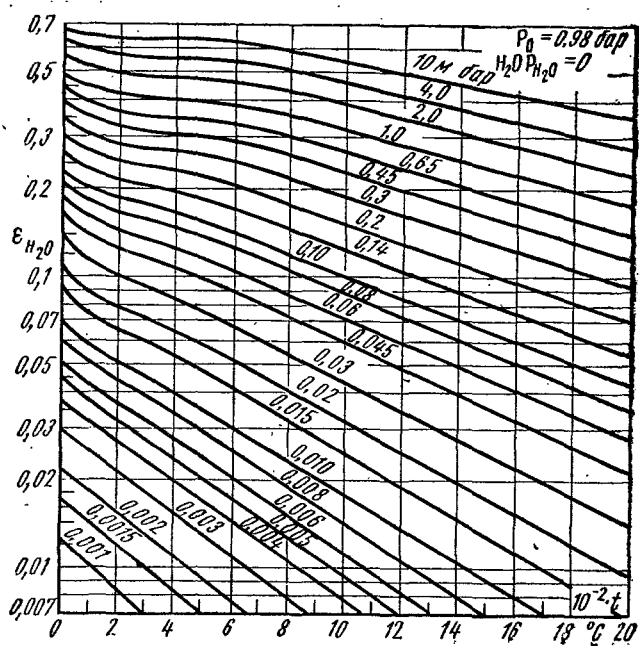


Рис. 29-8

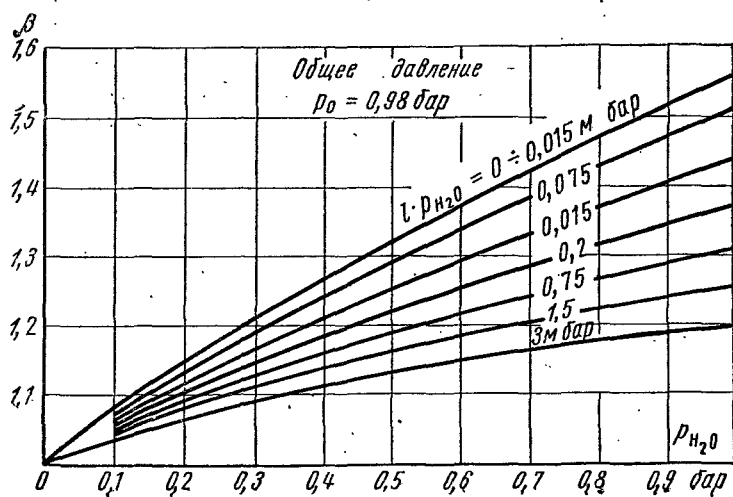


Рис. 29-9

средней температуре стенок канала; определяется по тем же графикам; $T_{ст}$ — средняя температура стенок канала, °К.

Эффективная толщина слоя газа s берется по табл. 29-2.

В дальнейшем $q_{изл}$ используется для определения коэффициента теплоотдачи излучением в формуле (29-26).

§ 29-7. Сложный теплообмен

Обычно передача теплоты от тела с высокой температурой к телу с низкой температурой происходит через разделительную стенку.

При этом в передаче теплоты одновременно принимают участие все виды теплообмена — теплопроводность, конвекция и излучение, которые были подробно изучены в предыдущих главах. Теплообмен, учитывающий все виды теплообмена, называется *сложным теплообменом* (рис. 29-10).

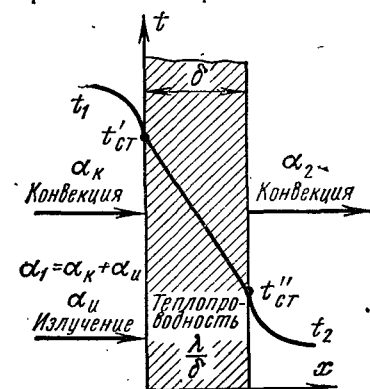


Рис. 29-10

Количественной характеристикой процесса теплообмена от газа к стенке (или наоборот) является суммарный коэффициент теплоотдачи $\alpha = \alpha_k + \alpha_l$, где α_k учитывает передачу теплоты теплопроводностью и конвекцией, а α_l — передачу теплоты излучением.

Плотность теплового потока рассчитываемого теплового аппарата определяется по уравнению

$$q = \alpha (t_r - t_{ст}), \quad (29-28)$$

где α — суммарный коэффициент теплоотдачи. Этот коэффициент входит в уравнение коэффициента теплопередачи.

В этом случае уравнение коэффициента теплопередачи для плоской стенки принимает вид

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{k1} + \alpha_{l1}} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{k2} + \alpha_{l2}}}$$

В дальнейшем будем обозначать буквой α_1 или α_2 суммарный коэффициент теплоотдачи, учитывающий конвекцию, теплопроводность и излучение.

§ 29-8. Теплообмен излучением в котельных топках

Сгорание топлива в топочных устройствах сопровождается образованием газов с высокой температурой, которые могут передавать излучением большое количество теплоты. Поэтому роль лучистого теплообмена в топках современных котлов весьма велика и общая передача теплоты излучением на стенки котельных труб доходит до

50% и больше от всей теплоты, выделяемой при сгорании топлива. Лучистый теплообмен в топках по своей интенсивности во много раз превышает конвективный теплообмен при средних скоростях перемещения газов.

Процесс эффективного излучения и конвективного теплообмена происходит одновременно с процессом горения топлива, что значительно усложняет изучение и расчет топок.

Советскими теплотехниками были разработаны методы расчетов теплопередачи в котельных топках, основанные на большом экспериментальном материале, и предложены практические расчеты топок по эмпирическим формулам (В. Н. Тимофеев, А. М. Гурвич и др.). Обычно расчет топки заключается в определении температуры дымовых газов на выходе из камеры горения котла. В 1949 г. в Энергетическом институте АН СССР его сотрудниками, проф. Г. Л. Поляк и С. Н. Шориным, была предложена сравнительно простая формула для расчета этой температуры:

$$\varepsilon K_T (\theta_1^4 - \theta_2^4) + \theta_1 - 1 = 0,$$

где $\theta_1 = T_1/T_r$ — безразмерная температура дымовых газов на выходе из топки; T_1 — температура дымовых газов на выходе из топки, °К; T_r — теоретическая температура горения топлива, °К; $\theta_2 = T_2/T_1$ — безразмерная температура котельной стенки; T_2 — температура стенок топки, °К; ε — условный коэффициент черноты излучения в топочной камере, учитывающий все особенности теплообмена излучением движущейся, горячей и излучающей среды, усреднение температур и конвективный теплообмен со стенками;

$$K_T = \frac{5,77 \cdot 10^{-8} F_d T_r}{BV_r c'_{T,r}} \text{ — топочный критерий,}$$

где F_d — тепловоспринимающая поверхность стенок топки; B — часовой расход топлива; V_r — количество получаемых продуктов сгорания, м³/кг; $c'_{T,r}$ — средняя объемная теплоемкость продуктов сгорания в интервале температур $T_r - T_1$.

Для многих промышленных топок при значениях топочного критерия $K_T = 0-2$ величину ε можно приближенно принимать равной $\varepsilon \approx 0,85$.

Условный коэффициент черноты ε должен отражать конструктивные формы топки, способы сжигания топлива в ней, особенности расположения излучающих поверхностей, характер движения топочных газов.

Более подробные сведения по расчету топок см. «Тепловой расчет котельных агрегатов» (нормативный метод), М., Госэнергоиздат, 1957 г.

Контрольные вопросы и примеры к XXIX главе

1. Природа энергии излучения.
2. Как различаются лучи между собой?
3. Классификация электромагнитных колебаний.

4. На какие части делится энергия излучения?
5. Что называется поглощательной, отражательной и пропускательной способностями?
6. Что называется абсолютно белой поверхностью, абсолютно черной, абсолютно прозрачной, диффузной и зеркальной?
7. Какой спектр излучения у твердых, жидких и газовых тел?
8. Что называется излучательной способностью тела?
9. Что называется интенсивностью излучения?
10. Основной закон поглощения.
11. Закон Планка и его графическое изображение.
12. Закон Вина.
13. Закон Стефана — Больцмана.
14. Коэффициент излучения абсолютно черного тела.
15. Серые тела. Что называется степенью черноты?
16. Закон Кирхгофа.
17. Анализ уравнения закона Кирхгофа.
18. Теплообмен излучением между параллельными пластинами.
19. Закон Ламберта. Для каких тел он справедлив?
20. Теплообмен излучением, когда одно тело находится внутри другого.
21. Уравнение теплообмена излучением для произвольно расположенных тел.
22. Экраны.
23. Какие газы обладают свойством излучать?
24. Коэффициент поглощения газовых тел.
25. Как определяют среднюю температуру газа, парциальные давления и среднюю длину лучей?
26. Расчет газового излучения по Шаку.
27. Определение суммарного теплового потока излучением и коэффициент теплоотдачи при излучении.
28. Что такое сложный теплообмен?
29. Как определяется суммарный коэффициент теплоотдачи?
30. Теплообмен излучением в топках.

Пример 29-1. Определить теплообмен излучением между двумя большими параллельно расположенными поверхностями с температурами $T_1 = 800^\circ\text{K}$ и $T_2 = 400^\circ\text{K}$. Коэффициент излучения первой поверхности $C_1 = 5,1$, второй $C_2 = 4,2 \text{ вт}/[\text{м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4]$.

Потери теплоты боковыми поверхностями не учитывать. Как изменится теплообмен, если при тех же условиях коэффициент излучения второй поверхности равен $C_2 = 0,4 \text{ вт}/[\text{м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4]$?

Теплообмен излучением между параллельными поверхностями определяем по уравнению (29-12):

$$\begin{aligned}
 \dot{q} &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{5,1} + \frac{1}{4,2} - \frac{1}{5,77}} \left[\left(\frac{800}{100} \right)^4 - \left(\frac{400}{100} \right)^4 \right] = 15\,000 \text{ вт}/\text{м}^2.
 \end{aligned}$$

Теплообмен излучением между параллельными поверхностями при условии, что $C_2 = 0,4 \text{ вт/м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4$,

$$q = \frac{1}{\frac{1}{5,1} + \frac{1}{0,4} - \frac{1}{5,77}} \left[\left(\frac{800}{100} \right)^4 - \left(\frac{400}{100} \right)^4 \right] = 1540 \text{ вт/м}^2.$$

Расчет показывает, что замена одной поверхности полированным материалом ведет к уменьшению теплообмена излучением почти в 10 раз.

Пример 29-2. В цехе установлен цилиндрический стальной подогреватель без изоляции. Поверхность подогревателя сильно окисленная с коэффициентом излучения $C_1 = 5,2 \text{ вт/м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4$; температура наружной поверхности $T_1 = 430^\circ\text{K}$; длина подогревателя $l = 2 \text{ м}$; диаметр $d = 1 \text{ м}$; температура помещения $T_2 = 300^\circ\text{K}$ и коэффициент излучения его стен $C_2 = 3,5 \text{ вт/м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4$; длина помещения 10 м, ширина 8 м и высота 4 м.

Определить величину теплообмена излучением между поверхностями подогревателя и помещения.

Величину теплообмена излучением между поверхностями определяем по уравнению (29-14):

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s} \right)} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1.$$

Поверхность подогревателя

$$F_1 = 3,14 \cdot 1 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 3,14}{4} = 7,85 \text{ м}^2.$$

Поверхность стенок помещения $F_2 = 304 \text{ м}^2$.

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{5,2} + \frac{7,85}{304} \left(\frac{1}{3,5} - \frac{1}{C_s} \right)} \left[\left(\frac{430}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] 7,85 = 10500 \text{ вт}.$$

Отношение $F_1/F_2 = 0,256$ мало, поэтому если принять $F_1/F_2 = 0$, то

$$Q = 5,2 \left[\left(\frac{430}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] 7,85 = 10640 \text{ вт}.$$

Расчет показывает, что при малых значениях отношения F_1/F_2 величину теплообмена излучением можно определять только по коэффициенту излучения внутреннего тела.

Пример 29-3. Между двумя поверхностями установлен экран, коэффициенты излучения их равны $C_1 = C_2 = 4,8 \text{ вт/м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4$, а температуры: $T_1 = 600^\circ\text{K}$, $T_2 = 300^\circ\text{K}$.

Определить теплообмен излучением до и после установки экрана, а также температуру экрана, если $C_{\text{экp}} = C_1 = C_2$.

Теплообмен между поверхностями до установки экрана

$$q = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{4,8} + \frac{1}{4,8} - \frac{1}{5,77}} \left[\left(\frac{600}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] = 5070 \text{ вт/м}^2,$$

а после установки экрана

$$q_1 = 0,5 \cdot q = 0,5 \cdot 5070 = 2535 \text{ вт/м}^2.$$

Температуру экрана определим из уравнения

$$\left(\frac{T_{\text{экp}}}{100} \right)^4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{600}{100} \right)^4 + \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] = 690,$$

откуда

$$T_{\text{экp}} = 512^\circ \text{K}.$$

Пример 29-4. Во сколько раз уменьшится теплообмен излучением между двумя поверхностями, коэффициенты излучения которых $C_1 = C_2 = 5,2 \text{ вт/[м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4]$, если между ними установить экран из полированного никеля с коэффициентом излучения $C_{\text{экp}} = 0,4 \text{ вт/[м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4]$?

Приведенный коэффициент излучения для поверхностей равен

$$C_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}} = \frac{1}{\frac{1}{5,2} + \frac{1}{5,2} - \frac{1}{5,77}} = 4,76 \text{ вт/[м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4].$$

Приведенный коэффициент излучения для поверхности и экрана

$$C'_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{5,2} + \frac{1}{0,4} - \frac{1}{5,77}} = 0,472 \text{ вт/[м}^2 \cdot (^\circ\text{K})^4].$$

Из сравнения уравнений теплообмена излучением между двумя поверхностями без экрана и с экраном получаем соотношение (29-20):

$$q_1 = 0,5 (C'_{\text{пр}}/C_{\text{пр}}) q_0 = 0,5 (0,472/4,76) q_0 = 0,0496 q_0.$$

Отсюда следует, что установка одного экрана из полированного никеля уменьшает теплообмен излучением в 20 раз и составляет 4,96% от величины теплообмена излучением без экрана.

Пример 29-5. Дымовые газы содержат 15% углекислоты и 10% водяного пара. Температура газа при входе в канал $T'_г = 1400^\circ \text{K}$, при выходе $T''_г = 1100^\circ \text{K}$, температура поверхности газохода у входа газов $T'_{\text{ст}} = 900^\circ \text{K}$, у выхода $T''_{\text{ст}} = 700^\circ \text{K}$. Степень черноты поверхности канала $\epsilon_{\text{ст}} = 0,85$. Общее давление дымовых газов равно 1 бар.

Определить количество теплоты, передаваемое излучением от дымовых газов на 1 м^2 поверхности цилиндрического газохода диаметром $d = 1 \text{ м}$, и коэффициент теплоотдачи излучением.

Средняя температура стенки подсчитывается по уравнению (29-21)

$$T_{ст} = (T'_{ст} + T''_{ст}/2) = (900 + 700)/2 = 800^\circ \text{K}.$$

Средняя температура дымовых газов определяется по уравнению (29-22):

$$\begin{aligned} T_r &= T_{ст} + \frac{(T'_r - T'_{ст}) - (T''_r - T''_{ст})}{2,3 \lg (T'_r - T'_{ст}) / (T''_r - T''_{ст})} = \\ &= 800 + \frac{(1400 - 900) - (1100 - 700)}{2,3 \lg \frac{500}{400}} = 1250^\circ \text{K}. \end{aligned}$$

Средняя длина лучей для бесконечного цилиндра определяется по табл. 29-2:

$$s = 0,9 \quad d = 0,9 \cdot 1 = 0,9 \text{ м}.$$

Количество теплоты, которое передается стенкам канала, определяем по уравнению (29-27):

$$q_{изл} = \epsilon'_{ст} C_s \left[\epsilon_r \left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \epsilon'_r \left(\frac{T_{ст}}{100} \right)^4 \right].$$

Произведение средней длины луча на парциальное давление углекислоты и водяного пара равно:

$$p_{CO_2} s = 0,15 \cdot 0,9 = 0,135 \text{ м} \cdot \text{бар};$$

$$p_{H_2O} s = 0,1 \cdot 0,9 = 0,09 \text{ м} \cdot \text{бар}.$$

По найденным величинам и средней температуре газов с помощью графиков, приведенных на рис. 29-7, 29-8 и 29-9, находим степень черноты CO_2 и H_2O :

$$\epsilon_{CO_2} = 0,116; \quad \beta_{H_2O} = 1,04 \cdot 0,096 = 0,1.$$

Таким же образом находим степень черноты газов при средней температуре поверхности газохода:

$$\epsilon'_{CO_2} = 0,1165; \quad \beta_{H_2O} = 1,04 \cdot 0,15 = 0,161.$$

Степень черноты дымовых газов при средней температуре газов равна

$$\epsilon_r = \epsilon_{CO_2} + \beta_{H_2O} = 0,1165 + 0,1 = 0,216.$$

Поглощательная способность газа при средней температуре стенок канала составляет

$$\epsilon'_r = \epsilon'_{CO_2} + \beta_{H_2O} = 0,1165 + 0,161 = 0,2775.$$

Эффективная степень черноты стенок канала

$$\epsilon'_{ст} = \frac{\epsilon_{ст} + 1}{2} = \frac{0,85 + 1}{2} = 0,925.$$

Величина теплообмена излучением

$$q_{изл} = 0,925 \cdot 5,67 \left[0,216 \left(\frac{1250}{100} \right)^4 - 0,2775 \left(\frac{800}{100} \right)^4 \right] = 21300 \text{ вт/м}^2.$$

Коэффициент теплоотдачи излучением равен

$$\alpha_{изл} = \frac{q_{изл}}{T_r - T_{ст}} = 21300 / (1250 - 800) = 47,3 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}.$$

Более простой метод подсчета теплообмена излучением разработан Шаком [уравнения (29-23) и (29-24)].

Величина излучения углекислоты при средней температуре газов составляет

$$q_{CO_2} = 4,07 \sqrt[3]{ps} \left(\frac{T_r}{100} \right)^{3,5} = 4,07 \sqrt[3]{0,15 \cdot 0,9} \left(\frac{1250}{100} \right)^{3,5} = 14850 \text{ вт/м}^2.$$

Величина излучения водяного пара при средней температуре газов

$$q_{H_2O} = 40,7 p^{0,8} s^{0,6} (T_r/100)^3 = 40,7 \cdot 0,15 \cdot 0,9 (1250/100)^3 = 16500 \text{ вт/м}^2.$$

Поглощение энергии излучения дымовыми газами при средней температуре стенки равно:

$$q_{CO_2} = 4,07 \sqrt[3]{0,15 \cdot 0,9} (800/100)^{3,5} = 4300 \text{ вт/м}^2;$$

$$q_{H_2O} = 40,7 \cdot 0,15^{0,8} \cdot 0,9^{0,6} (800/100)^3 = 4300 \text{ вт/м}^2.$$

Количество теплоты, переданное излучением, определяем по уравнению (29-25):

$$q_{изл} = \epsilon_{ст} (q_v - q_{ст}) = 0,925 (31350 - 8600) = 211000 \text{ вт/м}^2.$$

Коэффициент теплоотдачи излучением равен

$$\alpha_{изл} = 211000 / 450 = 46,8 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Пример 29-6. Определить температуру дымовых газов при выходе из топочной камеры котла, если дано, что количество сжигаемого топлива $B = 2000 \text{ кг/ч}$; количество продуктов сгорания на 1 кг сжигаемого топлива $V_r = 6 \text{ м}^3/\text{сек}$; теоретическая температура сгорания топлива $T_r = 2000^\circ \text{ К}$, средняя теплоемкость продуктов сгорания $C'_{T_r} = 1740 \text{ дж/(м}^3 \cdot \text{град)}$. Лучевоспринимающая поверхность котла $F_{л} = 10 \text{ м}^2$.

$$K_r = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 10 \cdot 2000^3 \cdot 3600}{2000 \cdot 6 \cdot 1740} = 0,78.$$

Условный коэффициент излучения топки принимаем $\epsilon = 0,85$. Решая уравнение

$$0,85 \cdot 0,78 \cdot \theta_1^4 + \theta - 1 = 0,$$

находим $\theta_1 = 0,769$.

Поэтому температуру дымовых газов при выходе из топочной камеры котла можно определить из соотношения $\theta = T_1/T_r$, откуда $T_1 = 1540^\circ \text{ К}$.

ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

§ 30-1. Типы теплообменных аппаратов

Теплообменным аппаратом называют всякое устройство, в котором одна жидкость — горячий теплоноситель — передает теплоту другой жидкости — холодному теплоносителю. В качестве теплоносителей в тепловых аппаратах используются разнообразные капельные и упругие жидкости в самом широком диапазоне давлений и температур. По принципу работы аппараты делят на *регенеративные, смешительные и рекуперативные*.

В регенеративных аппаратах горячий теплоноситель отдает свою теплоту аккумулирующему устройству, которое в свою очередь периодически отдает теплоту второй жидкости — холодному теплоносителю, т. е. одна и та же поверхность нагрева омывается то горячей, то холодной жидкостью.

В смешительных аппаратах передача теплоты от горячего к холодному теплоносителю происходит при непосредственном смешении обоих теплоносителей, например в смешивающих конденсаторах.

Особенно широкое развитие во всех областях техники получили рекуперативные аппараты, в которых теплота от горячего к холодному теплоносителю передается через разделительную стенку. Только такие аппараты будут рассмотрены в дальнейшем.

Теплообменные аппараты могут иметь самые разнообразные назначения — паровые котлы, конденсаторы, пароперегреватели, приборы центрального отопления и т. д. Теплообменные аппараты в большинстве случаев значительно отличаются друг от друга как по своим формам и размерам, так и по применяемым в них рабочим телам. Несмотря на большое разнообразие теплообменных аппаратов, основные положения теплового расчета для них остаются общими.

В теплообменных аппаратах движение жидкости осуществляется по трем основным схемам.

Если направление движения горячего и холодного теплоносителей совпадают, то такое движение называется *прямотоком* (рис. 30-1, а). Если направление движения горячего теплоносителя противоположно движению холодного теплоносителя, то такое движение называется *противотоком* (рис. 30-1, б). Если же горячий теплоноситель движется перпендикулярно движению холодного теплоносителя, то такое движение называется *поперечным током* (рис. 30-1, в). Кроме этих основных схем движения жидкостей в теплообменных аппаратах применяют более сложные схемы движения, включающие все три основные схемы.

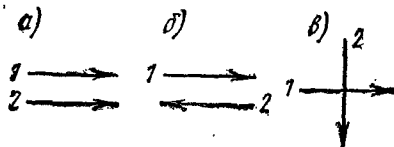


Рис. 30-1

§ 30-2. Основные положения теплового расчета

При проектировании новых аппаратов целью теплового расчета является определение поверхности теплообмена, а если последняя известна, то целью расчета является определение конечных температур рабочих жидкостей. Основными расчетными уравнениями теплообмена при стационарном режиме являются уравнение теплопередачи и уравнение теплового баланса.

Уравнение теплопередачи (24-6):

$$Q = \kappa F (t_1 - t_2),$$

где Q — тепловой поток, *вт*; κ — средний коэффициент теплопередачи, *вт/(м² · град)*; F — поверхность теплообмена в аппарате, *м²*; t_1 и t_2 — соответственно температуры горячего и холодного теплоносителей.

Уравнение теплового баланса при условии отсутствия тепловых потерь и фазовых переходов

$$Q = m_1 \Delta i_1 = m_2 \Delta i_2,$$

или

$$Q = V_1 \rho_1 c_{p1} (t'_1 - t''_1) = V_2 \rho_2 c_{p2} (t''_2 - t'_2), \quad (30-1)$$

где $V_1 \rho_1$ и $V_2 \rho_2$ — массовые расходы теплоносителей, *кг/сек*; c_{p1} и c_{p2} — средние массовые теплоемкости жидкостей в интервале температур от t' до t'' ; t'_1 и t'_2 — температуры жидкостей при входе в аппарат; t''_1 и t''_2 — температуры жидкостей при выходе из аппарата.

Величину произведения

$$V \rho c_p = W$$

называют *водяным*, или *условным эквивалентом*.

С учетом последнего уравнение теплового баланса может быть представлено в следующем виде:

$$(t'_1 - t''_1) / (t''_2 - t'_2) = W_2 / W_1, \quad (30-2)$$

где W_2 , W_1 — условные эквиваленты горячей и холодной жидкостей.

В тепловом аппарате температуры горячего и холодного теплоносителей изменяются обратно пропорционально их условным эквивалентам. Это соотношение сохраняется и для каждого элемента поверхности аппарата:

$$dt_1 / dt_2 = W_2 / W_1,$$

где dt_1 и dt_2 — изменения температуры горячего и холодного теплоносителей на элементе поверхности аппарата.

Соотношение между величинами условных эквивалентов горячего и холодного теплоносителей определяет наклон температурных кривых на графиках изменения температур. Например, если $W_1 = 2W_2$, то изменение температуры холодного теплоносителя будет вдвое больше изменения температуры горячего теплоносителя.

При выводе основного уравнения теплопередачи (24-6) принималось, что температуры горячего и холодного теплоносителей в тепло-

обменном аппарате не изменяются. В действительности температуры рабочих жидкостей при прохождении через аппарат изменяются, причем на изменение температур большое влияние оказывают схема движения жидкостей и величины условных эквивалентов.

Если по оси абсцисс откладывать значения поверхности аппарата, а по оси ординат — значения температур в различных точках поверхности, то для аппаратов с прямотоком можно дать температурные графики, представленные на рис. 30-2.

Для аппаратов с противотоком (рис. 30-3) верхние кривые показывают изменение температуры горячего теплоносителя, нижние — холодного.

Как видно из рис. 30-2, при прямотоке конечная температура холодного теплоносителя всегда ниже конечной температуры горячего

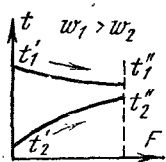


Рис. 30-2

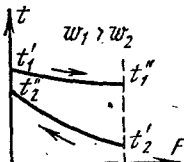
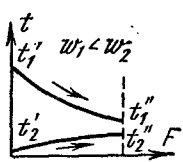


Рис. 30-3

теплоносителя. При противотоке (рис. 30-3) конечная температура холодного теплоносителя может быть значительно выше конечной температуры горячего теплоносителя. Следовательно, в аппаратах с противотоком можно нагреть холодный теплоноситель, при одинаковых начальных условиях, до более высокой температуры, чем в аппаратах с прямотоком. Кроме того, как видно из рисунков, наряду с изменениями температур изменяется также и разность температур между рабочими жидкостями, или температурный напор Δt .

Величины Δt и κ можно принять постоянными только в пределах элементарной поверхности теплообмена dF . Поэтому уравнение теплопередачи для элемента поверхности теплообмена dF справедливо лишь в дифференциальной форме:

$$dQ = \kappa dF \Delta t. \quad (30-3)$$

Тепловой поток, переданный через всю поверхность F , при постоянном среднем коэффициенте теплопередачи κ , определяется интегрированием уравнения (30-3):

$$Q = \int_0^F \kappa dF \Delta t = \kappa F \Delta t_{\text{ср}}, \quad (30-4)$$

где $\Delta t_{\text{ср}}$ — средний логарифмический температурный напор по всей поверхности нагрева (см. § 30-3).

Для случаев, когда коэффициент теплопередачи на отдельных участках поверхности теплообмена значительно изменяется, его усредняют:

$$\kappa_{\text{ср}} = \frac{F_1 \kappa_1 + F_2 \kappa_2 + \dots + F_n \kappa_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}.$$

Тогда при $\kappa_{\text{ср}} = \text{const}$ уравнение (30-4) примет вид

$$Q = \kappa_{\text{ср}} \int_0^F \Delta t dF, \text{ или } Q = \kappa_{\text{ср}} \Delta t_{\text{ср}} F.$$

§ 30-3. Средний температурный напор

Если температура теплоносителей изменяется по закону прямой линии (рис. 30-4, пунктирные линии), то средний температурный напор в аппарате равен разности среднеарифметических величин:

$$\Delta t_{\text{ср}} = (t'_1 + t''_1)/2 - (t'_2 + t''_2)/2. \quad (30-5)$$

Однако температуры рабочих жидкостей меняются не по линейному закону. Поэтому уравнение (30-5) будет только приближенным и может применяться при небольших изменениях температуры обеих жидкостей.

Определим величину $\Delta t_{\text{ср}}$ для аппарата с прямотоком при нелинейном изменении температур рабочих жидкостей (рис. 30-4).

Пусть в произвольном сечении A температура горячего теплоносителя t' , температура холодного теплоносителя t'' . Разность между ними

$$t' - t'' = \tau. \quad (a)$$

Количество теплоты, передаваемое от горячего к холодному теплоносителю через элементарную поверхность теплообмена dF , определяем следующим уравнением:

$$dQ = \kappa dF \tau. \quad (б)$$

При передаче теплоты dQ температура горячего теплоносителя понизится на dt' , а температура холодного теплоносителя повысится на dt'' , тогда

$$dQ = -m_1 c_{p1} dt' = m_2 c_{p2} dt'',$$

или

$$dt' = -\frac{dQ}{m_1 c_{p1}} \quad \text{и} \quad dt'' = \frac{dQ}{m_2 c_{p2}}.$$

Продифференцировав уравнение (а) и подставив в него значения dt' и dt'' , получаем

$$d\tau = -\frac{dQ}{m_1 c_{p1}} - \frac{dQ}{m_2 c_{p2}},$$

или

$$dQ = -\frac{d\tau}{\frac{1}{m_1 c_{p1}} + \frac{1}{m_2 c_{p2}}}.$$

Обозначим величину $\left(\frac{1}{m_1 c_{p1}} + \frac{1}{m_2 c_{p2}}\right) = n$, тогда

$$dQ = -d\tau/n. \quad (B)$$

Подставим значение dQ из (B) в уравнение (б):

$$-d\tau/n = \kappa dF\tau,$$

или

$$-d\tau/\tau = \kappa dFn. \quad (r)$$

Если величины n и κ — постоянные, то, интегрируя уравнение (r) в пределах от $t'_1 - t'_2 = \tau_1$ до $t''_1 - t''_2 = \tau_2$ и от 0 до F , находим

$$-\int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau/\tau = \kappa n \int_0^F dF,$$

или

$$\ln \tau_1/\tau_2 = \kappa n F,$$

откуда

$$n = \frac{\ln \tau_1/\tau_2}{\kappa F}. \quad (d)$$

Проинтегрируем уравнение (B)

$$Q = (\tau_1 - \tau_2)/n$$

и поставим в него значение n из уравнения (d):

$$Q = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\ln \tau_1/\tau_2} \kappa F. \quad (30-6)$$

Но тепловой поток Q из уравнения (30-4) равен

$$Q = \kappa F \Delta t_{cp},$$

поэтому

$$\Delta t_{cp} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\ln \tau_1/\tau_2}. \quad (30-7)$$

Величина Δt_{cp} в уравнении (30-7) называется *среднелогарифмическим температурным напором*. Здесь τ_1 — разность температур теплоносителей на одном конце аппарата, а τ_2 — на другом конце аппарата.

Для аппаратов с прямотоком

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{(t'_1 - t'_2) - (t''_1 - t''_2)}{2,3 \lg [(t'_1 - t'_2)/(t''_1 - t''_2)]}. \quad (30-8)$$

Точно так же выводится формула среднего температурного напора для аппаратов с противотоком:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{(t'_1 - t''_2) - (t''_1 - t'_2)}{2,3 \lg [(t'_1 - t''_2)/(t''_1 - t'_2)]}. \quad (30-9)$$

Численное значение $\Delta t_{\text{ср}}$ для аппаратов с противотоком при одинаковых условиях всегда больше $\Delta t_{\text{ср}}$ для аппаратов с прямотоком, поэтому аппараты с противотоком имеют меньшие размеры.

Если принять изменение температуры каждого из теплоносителей в аппарате по линейному закону (пунктирный температурный график на рис. 30-4), то среднеарифметическая разность температур будет несколько больше среднелогарифмической.

§ 30-4. Определение конечных температур теплоносителей

Иногда в практических расчетах возникает необходимость в определении конечных температур рабочих жидкостей при проходе их через теплообменный аппарат. В этом случае известными величинами являются поверхность нагрева F , коэффициент теплопередачи k , условные эквиваленты W_1 и W_2 и начальные температуры t'_1 и t'_2 . Требуется найти конечные температуры t''_1 , t''_2 и количество переданной теплоты Q .

Прямоток. Если предположить, что потери аппарата в окружающую среду равна нулю, то количество теплоты, передаваемое через элемент поверхности dF , равно

$$dQ = W_1 (-dt_1); \quad dQ = W_2 (+dt_2),$$

откуда

$$d(t_1 - t_2) = -dQ \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right).$$

Известно, что

$$dQ = k (t_1 - t_2) dF,$$

тогда

$$\frac{d(t_1 - t_2)}{t_1 - t_2} = - \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right) k dF.$$

Интегрируя полученное уравнение по всей поверхности F для аппаратов с прямотоком, получаем

$$\ln \frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = - \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right) kF,$$

или

$$\frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = e^{- \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right) kF}.$$

Чтобы получить конечные температуры рабочих жидкостей, вычтем из единицы обе части уравнения:

$$1 - \frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'} = 1 - e^{-\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) \kappa F},$$

или

$$(t_1' - t_1'') - (t_2' - t_2'') = (t_1' - t_2') \left(1 - e^{-\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) \kappa F} \right).$$

Из уравнения теплового баланса известно, что

$$t_2'' - t_2' = \frac{W_1}{W_2} (t_1' - t_1''),$$

или

$$t_2' - t_2'' = -\frac{W_1}{W_2} (t_1' - t_1'').$$

Подставляя в полученное уравнение значение $t_2' - t_2''$, получаем для горячего теплоносителя

$$(t_1' - t_1'') + \frac{W_1}{W_2} (t_1' - t_1'') = (t_1' - t_2') \left[1 - e^{-\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) \kappa F} \right],$$

$$t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2') \frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{\kappa F}{W_1}}}{1 + \frac{W_1}{W_2}} =$$

$$= (t_1' - t_2') \psi_{\text{прям}} \left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{\kappa F}{W_1} \right);$$

для холодного теплоносителя

$$t_2' - t_2'' = (t_1' - t_2') \frac{W_1}{W_2} \psi_{\text{прям}} \left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{\kappa F}{W_1} \right).$$

Количество переданной теплоты определим из уравнения

$$Q = W_1 (t_1' - t_1'') = W_1 (t_1' - t_2') \psi_{\text{прям}} \left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{\kappa F}{W_1} \right).$$

В этом уравнении $\psi_{\text{прям}}$ определяется по табл. 30-1.

Противоток. Аналитический вывод уравнений для определения конечных температур при противотоке производится так же, как и при прямотоке.

Изменение температуры горячего теплоносителя составит

$$t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2') \frac{1 - e^{-\left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{\kappa F}{W_1}}}{1 - \frac{W_1}{W_2} e^{-\left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{\kappa F}{W_1}}} = (t_1' - t_2') \psi_{\text{прот}} \left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{\kappa F}{W_1} \right).$$

Значение функции $\psi_{\text{прям}}$ для прямотока

$\kappa F/W_1$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	∞
W_1/W_2								
0	0,033	0,1	0,28	0,39	0,63	0,86	0,96	1,00
0,01	0,033	0,1	0,28	0,39	0,63	0,86	0,95	0,99
0,05	0,033	0,1	0,28	0,39	0,62	0,84	0,91	0,95
0,1	0,033	0,1	0,28	0,38	0,61	0,81	0,89	0,91
0,2	0,033	0,1	0,27	0,38	0,58	0,76	0,81	0,83
0,5	0,033	0,1	0,26	0,35	0,52	0,63	0,66	0,67
1,0	0,033	0,09	0,25	0,32	0,43	0,49	0,5	0,5
2,0	0,033	0,09	0,21	0,26	0,32	0,33	0,33	0,33
5,0	0,032	0,08	0,14	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17
10,0	0,028	0,06	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
20,0	0,024	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
50,0	0,016	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
100,0	0,009	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
∞	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Изменение температуры холодного теплоносителя будет следующим:

$$t'_2 - t''_2 = (t'_1 - t'_2) \frac{W_1}{W_2} \psi_{\text{прот}} \left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{\kappa F}{W_1} \right).$$

Количество переданной теплоты равно

$$Q = W_1 (t'_1 - t'_2) \psi_{\text{прот}} \left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{\kappa F}{W_1} \right).$$

В этом уравнении $\psi_{\text{прот}}$ определяется по табл. 30-2.

Таблица 30-2

Значение функции $\psi_{\text{прот}}$ для противотока

$\kappa F/W_1$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	∞
W_1/W_2								
0,0	0,033	0,1	0,28	0,39	0,63	0,86	0,95	1,0
0,01	0,033	0,1	0,28	0,39	0,63	0,86	0,95	1,0
0,05	0,033	0,1	0,28	0,39	0,62	0,86	0,94	1,0
0,1	0,033	0,1	0,28	0,38	0,61	0,85	0,94	1,0
0,2	0,033	0,1	0,28	0,38	0,60	0,83	0,93	1,0
0,5	0,033	0,1	0,26	0,36	0,57	0,78	0,89	1,0
1,0	0,033	0,1	0,25	0,34	0,51	0,68	0,77	1,0
2,0	0,033	0,09	0,23	0,29	0,39	0,46	0,49	0,5
5,0	0,032	0,08	0,16	0,18	0,2	0,2	0,2	0,2
10,0	0,028	0,06	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
20,0	0,024	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
50,0	0,016	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
100,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
∞	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Перекрестный ток. Аналитический расчет тепловых аппаратов с перекрестным током довольно сложен и базируется на работе, выполненной Нуссельтом в 1911 г. Для приближенных расчетов можно рекомендовать уравнения, в которых известными величинами являются поверхность аппарата F , коэффициент теплопередачи k , условные эквиваленты W_1 и W_2 и начальные температуры t'_1 и t'_2 . Требуется найти конечные температуры t''_1 , t''_2 и количество теплоты Q .

Количество теплоты, отдаваемое горячим теплоносителем, составляет

$$Q = W_1 (t'_1 - t''_1),$$

откуда конечная температура равна

$$t''_1 = t'_1 - Q/W_1.$$

Для холодного теплоносителя

$$Q = W_2 (t''_2 - t'_2),$$

откуда

$$t''_2 = t'_2 + Q/W_2.$$

Предположим, что температуры рабочих жидкостей меняются по линейному закону, тогда

$$Q = \kappa F \left(\frac{t'_1 + t''_1}{2} - \frac{t'_2 + t''_2}{2} \right).$$

Подставляя в это уравнение вместо t''_1 и t''_2 их значения, получаем

$$Q = \kappa F \left(\frac{t'_1 + t'_1 - Q/W_1}{2} - \frac{t'_2 + t'_2 + Q/W_2}{2} \right) = \kappa F (t'_1 - Q/2W_1 - t'_2 - Q/2W_2),$$

или

$$Q/\kappa F = t'_1 - Q/2W_1 - t'_2 - Q/2W_2,$$

откуда

$$Q = \frac{t'_1 - t'_2}{1/\kappa F + 1/2W_1 + 1/2W_2}.$$

Зная количество теплоты Q , можно определить по формулам конечные температуры t''_1 и t''_2 .

Контрольные вопросы и примеры к XXX главе

1. Что называется теплообменным аппаратом?
2. На какие группы делятся теплообменные аппараты?
3. По каким схемам осуществляется движение жидкостей?
4. Основное уравнение теплопередачи и теплового баланса.
5. Какая величина называется условным эквивалентом?
6. Как изменяются температуры жидкостей и условные эквиваленты в аппаратах?
7. Графики изменения температур рабочих жидкостей в аппаратах с прямотоком и противотоком.
8. Как производится усреднение коэффициента теплопередачи?

9. Как определяется среднеарифметический температурный напор в аппарате?

10. Вывод уравнения среднелогарифмического температурного напора.

11. Написать уравнения среднелогарифмического температурного напора для аппаратов с прямотоком и противотоком.

12. Как определяются конечные температуры рабочих жидкостей в аппаратах с прямотоком, противотоком и поперечным током?

Пример 30-1. В противоточном водяном теплообменнике типа труба в трубе определить поверхность нагрева, если греющая вода поступает с температурой $t'_1 = 97^\circ \text{C}$ и ее расход равен $m_1 = 1 \text{ кг/сек}$. Греющая вода движется по внутренней стальной трубе с диаметрами $d_2/d_1 = 40/37 \text{ мм}$. Коэффициент теплопроводности стальной трубы $\lambda = 50 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$.

Нагреваемая жидкость движется по кольцевому каналу между трубами и нагревается от температуры $t'_2 = 17^\circ \text{C}$ до $t'' = 47^\circ \text{C}$. Внутренний диаметр внешней трубы 54 мм. Расход нагреваемой жидкости $m_2 = 1,14 \text{ кг/сек}$.

Потери от теплообменника в окружающую среду пренебречь. Количество передаваемой теплоты равно

$$Q = m_2 c_{p2} (t'' - t'_2) = 1,14 \cdot 4190 (47 - 17) = 140\,000 \text{ Вт}.$$

Температура греющей воды у выхода из аппарата составляет

$$t'_1 = t'_2 - \frac{Q}{m_1 c_{p1}} = 97 - \frac{140\,000}{4190} = 63^\circ \text{C}.$$

Физические свойства теплоносителя — воды при средней температуре, равной

$$t_1 = \frac{t'_1 + t'_2}{2} = \frac{97 + 63}{2} = 80^\circ \text{C},$$

следующие: плотность $\rho_1 = 972 \text{ кг/м}^3$; кинематическая вязкость $\nu_1 = 0,365 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$; коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,674 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$; коэффициент температуропроводности $a_1 = 1,66 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$; критерий Прандтля $\text{Pr}_1 = 2,2$.

Физические свойства нагреваемой воды при средней температуре, равной

$$t_2 = \frac{t'_2 + t''}{2} = \frac{17 + 47}{2} = 32^\circ \text{C},$$

следующие: плотность $\rho_2 = 995 \text{ кг/м}^3$; кинематическая вязкость $\nu_2 = 0,776 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$; коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,62 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$; коэффициент температуропроводности $a = 1,495 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$; критерий Прандтля $\text{Pr}_2 = 5,2$.

Скорости движения равны:
греющей воды

$$w_1 = \frac{4m_1}{\rho_1 \pi d_1^2} = \frac{1}{972 \cdot 3,14 \cdot 0,037^2} = 0,96 \text{ м/сек};$$

нагреваемой воды

$$w_2 = \frac{4m_2}{\rho_2 \pi (D^2 - d_2^2)} = \frac{4 \cdot 1,14}{995 \cdot 3,14 (0,054^2 - 0,04^2)} = 1,03 \text{ м/сек.}$$

Число Рейнольдса для греющей воды составляет

$$Re_1 = \frac{w_1 d_1}{\nu_1} = \frac{0,96 \cdot 0,037 \cdot 10^6}{0,365} = 97 \ 300.$$

Коэффициент теплоотдачи определяем из уравнения (27-8):

$$Nu = 0,021 Re_1^{0,8} Pr_1^{0,43} (Pr_{ж1}/Pr_{ст})^{0,25} \epsilon_l \quad l/d > 50, \text{ поэтому } \epsilon_l = 1.$$

Температуру стенки принимаем равной

$$t_{ст1} = 0,5 (t_1 + t_2) = 0,5 (80 + 32) = 56^\circ \text{C.}$$

При этой температуре по табл. XI приложения $Pr_{ст1} = 3,2$, тогда

$$Nu = 0,021 \cdot 97300^{0,8} \cdot 2,2^{0,43} (2,2/3,2)^{0,25} = 262,$$

а коэффициент теплоотдачи α_1 от греющей воды к стенке трубы равен

$$\alpha_1 = Nu_1 \frac{\lambda_1}{d_1} = \frac{262 \cdot 0,674}{0,037} = 4770 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Число Рейнольдса для нагреваемой воды

$$Re_2 = \frac{w_2 d_{\text{вн}}}{\nu_2} = \frac{1,03 \cdot 0,014 \cdot 10^6}{0,776} = 18600,$$

где $d_{\text{вн}} = D - d_2 = 54 - 40 = 14 \text{ мм.}$

Принимаем, что $t_{ст2} = t_{ст1}$, поэтому $Pr_{ст2} = 3,2$, тогда

$$Nu = 0,021 Re_2^{0,8} Pr_2^{0,43} (Pr_{ж2}/Pr_{ст})^{0,25} = 0,021 \cdot 18600^{0,8} \times \\ \times 5,2^{0,43} (5,2/3,2)^{0,25} = 121,$$

откуда коэффициент теплоотдачи α_2 от стенки трубы к нагреваемой воде равен

$$\alpha_2 = Nu_2 \frac{\lambda_2}{d_{\text{вн}}} = \frac{121 \cdot 0,62}{0,014} = 5360 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Коэффициент теплопередачи для аппарата

$$\kappa_{\text{ц}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}}} = \frac{1}{\frac{1}{4770 \cdot 0,037} + \frac{2,3}{2 \cdot 50} \lg \frac{40}{37} + \frac{1}{5360 \cdot 0,04}} = \\ = 86,3 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}.$$

Средняя логарифмическая разность температур составляет

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{2,3 \lg \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} = \frac{(97 - 47) - (63 - 17)}{2,3 \lg \frac{97 - 47}{63 - 17}} = 48,4^\circ.$$

Плотность теплового потока на 1 м трубы равна

$$q_1 = \kappa \Delta t_{cp} = 86,3 \cdot 48,4 = 4170 \text{ вт/м.}$$

Длина трубы теплообменника

$$l = \frac{Q}{q_1} = \frac{140\,000}{4170} = 33,6 \text{ м,}$$

а поверхность нагрева

$$F = \pi d_1 l = 3,14 \cdot 0,037 \cdot 33,6 = 3,9 \text{ м}^2.$$

Если применить в аппарате движение жидкостей по прямотоку, то средняя логарифмическая разность температур равна

$$\Delta t_{cp} = \frac{(97-17)-(63-47)}{2,3 \lg \frac{97-17}{63-47}} = 39,7^\circ;$$

плотность теплового потока

$$q_1 = 86,3 \cdot 39,7 = 3440 \text{ вт/м;}$$

длина трубы теплообменника

$$l = \frac{140\,000}{3440} = 40,7 \text{ м,}$$

а поверхность нагрева при прямотоке

$$F = 3,14 \cdot 0,037 \cdot 40,7 = 4,73 \text{ м}^2,$$

т. е. поверхность нагрева в аппарате с прямотоком по сравнению с противотоком увеличивается на 21%.

Пример 30-2. В теплообменном аппарате требуется охлаждать за 1 ч $0,25 \text{ м}^3$ горячего теплоносителя с плотностью 1100 кг/м^3 и теплоемкостью $3046 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$. Начальная температура жидкости равна 120°С . Для охлаждения применяется 1 м^3 воды в час при температуре 10°С . Для данного аппарата известны значения коэффициента теплопередачи $\kappa = 35 \text{ вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$ и поверхность аппарата $F = 8 \text{ м}^2$. Определить конечные температуры обеих жидкостей и расход теплоты при прямотоке.

Определяем численное значение условных эквивалентов:

$$W_1 = V_1 \rho_1 c_{p1} = \frac{0,25 \cdot 1100 \cdot 3046}{3600} = 233 \text{ вт/град;}$$

$$W_2 = V_2 \rho_2 c_{p2} = \frac{1,0 \cdot 1,0 \cdot 4190}{3600} = 1165 \text{ вт/град,}$$

$$W_1/W_2 = 233/1165 = 1/5; \kappa F/W_1 = (35 \cdot 8)/233 = 1,2.$$

Из табл. 30-1 находим:

$$\psi_{\text{прям}} (1/5; 1,2) = 0,62.$$

Температура горячего теплоносителя на выходе из аппарата при $t'_1 - t''_1 = (120 - 10) 0,62 = 68^\circ \text{C}$ равна

$$t''_1 = 120 - 68 = 52^\circ \text{C}.$$

Расход теплоты составит

$$Q = W_1 (t'_1 - t''_1) = 233 (120 - 52) = 15\,850 \text{ вт}.$$

Конечная температура холодного теплоносителя при

равна $t''_2 - t'_2 = Q/W_2 = 15\,850/1165 = 13,6^\circ \text{C}$

$$t''_2 = 10 + 13,6 = 23,6^\circ \text{C}.$$

Пример 30-3. Если рассчитать теплообменный аппарат примера 30-2 при противотоке, сохраняя условия теплопередачи без изменения, то получаем следующее:

$$W_1 = 233 \text{ вт/град}; W_2 = 1165 \text{ вт/град};$$

$$W_1/W_2 = 0,2; \kappa F/W_1 = 1,2.$$

По табл. 30-2 находим значение функции $\psi_{\text{прот}}$:

$$\psi_{\text{прот}}(0,2; 1,2) = 0,65.$$

Температура горячего теплоносителя на выходе из аппарата при

равна $t'_1 - t''_1 = (120 - 10) 0,65 = 73^\circ \text{C}$

$$t''_1 = 120 - 73 = 47^\circ \text{C}.$$

Расход теплоты

$$Q = W_1 (t'_1 - t''_1) = 233 (120 - 47) = 17000 \text{ вт}.$$

Конечная температура холодного теплоносителя при

равна $Q = W_2 (t''_2 - t'_2); t''_2 - t'_2 = Q/W_2 = \frac{17\,000}{1165} = 15^\circ \text{C}$

$$t''_2 = 10 + 15 = 25^\circ \text{C}.$$

Применение в теплообменном аппарате противотока позволяет при одинаковых условиях с прямотоком передать количество теплоты на 7,5% больше.

ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС ВО ВЛАЖНЫХ ТЕЛАХ

§ 31-1. Основные закономерности тепло- и массопереноса

Многие процессы теплообмена, протекающие в природе и технике, сопровождаются процессами переноса массы вещества. Эти процессы имеют широкое распространение при различных видах технологической обработки материалов во многих отраслях современного производства.

Значительное количество материалов, применяемых в сельском хозяйстве, химической, пищевой, лесной, нефтяной, строительной и других отраслях промышленности, являются коллоидными капиллярно-пористыми телами, которые в ходе технологических процессов производства подвергаются увлажнению, нагреванию и охлаждению. В этих процессах наблюдается не только передача теплоты внутри обрабатываемого материала (теплоперенос), но и одновременно перемещение вещества одного компонента в другом (массоперенос), или наблюдается диффузия.

Поэтому расчеты технологических процессов необходимо базировать на закономерностях одновременного перемещения теплоты и вещества, а для этого изучение скорости передачи теплоты в материале должно быть неразрывно связано с одновременным изучением скорости перемещения вещества.

Диффузией называют самопроизвольный процесс проникновения одного вещества в другое и установления внутри их равновесного распределения концентраций.

Когда наблюдается четкая граница между взаимодействующими веществами, перенос вещества происходит вследствие так называемой *молекулярной диффузии*. Причиной возникновения молекулярной диффузии является тепловое движение молекул. В других случаях перенос вещества осуществляется не только вследствие молекулярной диффузии, но и вследствие интенсивного перемешивания отдельных частей взаимодействующих веществ. Такая диффузия называется *молярной*.

Переход вещества из одной фазы в другую путем молекулярной и молярной диффузии называется *массообменом*. Последний протекает до тех пор, пока не установится подвижное (динамическое) равновесие, при котором из одного вещества в другое переходит столько молекул, сколько из второго в первое.

В технологических процессах практически используют следующие диффузионные процессы: абсорбцию и адсорбцию газов и паров; десорбцию газов из жидкостей и твердых поглотителей; перегонку жидкостей; экстракцию жидких и твердых веществ; кристаллизацию и растворение твердых веществ; сушку влажных материалов и др.

Если вещества в смеси по всем направлениям имеют различную концентрацию, то каждый компонент* движется в направлении мень-

* Компонентом называется всякое химически однородное вещество.

шей концентрации, в результате чего концентрация компонентов в смеси выравнивается. Такую диффузию называют *концентрационной*.

Молекулярная диффузия, вызываемая неоднородным распределением температуры, называется *термодиффузией*.

Диффузия, возникающая от неоднородности давления, называется *бародиффузией*. Последняя появляется при значительных перепадах давления, что в процессах теплообмена встречается редко.

При изотермных условиях интенсивность концентрационной диффузии характеризуется плотностью потока массы вещества, которая определяется по закону Фика: *плотность диффузионного потока вещества* (количество вещества, диффундирующего в единицу времени через единицу площади из концентрационной поверхности) *прямо пропорциональна градиенту концентраций*.

Если в процессе переноса массы одного компонента в другом имеют место все виды диффузии, то плотность диффузионного потока G , или плотность потока массы, определяют по уравнению

$$G = G_{к.д} + G_{тд} + G_{бд} = -D \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial n} + \rho \frac{\kappa_T}{T} \frac{\partial T}{\partial n} + \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \cdot \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \right),$$

где $G_{к.д} = -D \frac{\partial \rho_i}{\partial n}$ — плотность потока массы, учитывающая концентрационную диффузию (где ρ_i — плотность (концентрация) данного компонента, равная отношению массы этого компонента к объему смеси, $кг/м^3$; D — коэффициент взаимной молекулярной диффузии или коэффициента диффузии, зависящий от свойства диффундирующего компонента и от свойств среды, в которой он распространяется, $м^2/сек$; $\frac{\partial \rho_i}{\partial n}$ — градиент концентрации, он всегда направлен в сторону увеличения концентрации; n — направление нормали к поверхности одинаковой концентрации данного вещества); $G_{тд} = -D \rho \frac{\kappa_T}{T} \frac{\partial T}{\partial n}$ — плотность потока массы, учитывающая термодиффузию; ρ — плотность смеси, $кг/м^3$; ρ_1, ρ_2 — плотности компонентов; T — местная температура смеси, $^{\circ}K$; $\kappa_T = D_{тд}/D$ — термодиффузионное отношение (где $D_{тд}$ — коэффициент термодиффузии); $\frac{\partial T}{\partial n}$ — температурный градиент; $G_{бд}$ — плотность потока массы, учитывающая бародиффузию:

$$G_{бд} = -D \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \cdot \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial n},$$

где $\partial p / \partial n$ — градиент полного давления; p — местное полное давление смеси (сумма местных парциальных давлений); μ_1, μ_2 — молекулярные массы компонентов $\left(\mu = \mu_1 \frac{\rho_1}{\rho} + \mu_2 \frac{\rho_2}{\rho} \right)$.

Как указывалось, бародиффузия возникает только при значительных перепадах давлений и в большинстве процессов тепло- и массообмена не учитывается.

Знак минус в уравнении указывает на то, что перенос вещества происходит в сторону меньшей концентрации.

Таким образом, диффузионный поток или суммарный перенос массы какого-либо компонента путем молекулярной диффузии является следствием концентрационной диффузии, термодиффузии и бародиффузии.

Явление термодиффузии в жидкостях было обнаружено Людвигом и Соре в 1856—1870 гг. и известно под названием эффекта Соре. Термическая диффузия в газах была предсказана Чемпеном и Энскогом в 1911—1917 гг. и подтверждена экспериментально Чемпеном и Дутсоном. Явление перемещения влаги в коллоидных капиллярно-пористых телах под влиянием разности температур (термовлагопроводность) впервые было открыто в 1935 г. академиком АН БССР А. В. Лыковым.

В движущейся среде вещество переносится не только путем молекулярной диффузии, но и конвекцией. При перемещении какого-либо объема смеси плотностью ρ со скоростью w происходит перенос массы смеси:

$$G_R = \rho w = \Sigma \rho_i w_i.$$

Суммарная плотность потока вещества за счет молекулярного и конвективного переносов определяется из выражения

$$G_i = G_{\text{мд}i} + G_{\text{к}i}.$$

Суммарная плотность потока массы и ее составляющие являются векторными величинами, поэтому важно знать не только абсолютное значение их величин, но и направления потоков.

Основные виды связи влаги с материалом. При рассмотрении законов перемещения теплоты и влаги в коллоидных капиллярно-пористых телах, влажных материалах необходимо учитывать формы связи влаги с твердым скелетом тела, так как с изменением характера этой связи меняются физические свойства вещества и энергия связи влаги с материалом, а это важно при выборе метода (способа) удаления влаги из материала.

В настоящее время принята классификация форм связи влаги в коллоидных капиллярно-пористых телах, предложенная академиком П. А. Ребиндером. По этой классификации приняты следующие формы связи влаги: химическая связь, физико-химическая связь и физико-механическая связь.

Химически связанная влага наиболее прочно удерживается в веществе и может быть удалена из него путем интенсивного теплового воздействия (прокаливания), которое обычно связано с изменением структуры материала. Эта влага в большинстве технологических процессов из материала не удаляется, поэтому в дальнейшем она из рассмотрения исключается.

Физико-химическая связь влаги с материалом включает следующие формы: адсорбционно связанную влагу и осмотически связанную влагу (влагу набухания).

Адсорбционно связанная влага представляет собой жидкость, которая удерживается на поверхности частиц коллоидного тела. Поглощение адсорбционно связанной жидкости сопровождается выделением теплоты. Удаление прочно связанной с телом адсорбционной влаги связано с соответствующей затратой энергии. При удалении адсорбционно связанной влаги она сначала испаряется в материале, а затем перемещается в виде пара и его поверхности.

Осмотически связанная влага (влага набухания) находится в замкнутых ячейках структуры тела. Этой влаге соответствует весьма малая энергия связи. Осмотически поглощенная влага может диффундировать внутри тела в виде жидкости через стенки клеток благодаря разности концентраций внутри и вне клеток.

Влага, имеющая физико-механическую связь, удерживается в капиллярах. Все капилляры делятся на микрокапилляры (радиус меньше 10^{-5} см) и макрокапилляры (радиус больше 10^{-5} см). Капиллярная влага в зависимости от режима нагревания может перемещаться в теле как в виде жидкости, так и в виде пара.

Используя основные термодинамические соотношения, можно показать, что для расчета энергии связи влаги с материалом в качестве единственного критерия для классификации форм связи с материалом используют величину так называемой свободной энергии изотермного обезвоживания. Вследствие связывания воды с материалом понижается давление пара воды над его поверхностью, что приводит к уменьшению свободной энергии системы.

Уменьшение свободной энергии ΔF при постоянной температуре T (или энергию связи), выраженное работой L , которую необходимо затратить для отрыва 1 кмоль воды от материала, можно определить по формуле

$$\Delta F = L = RT \ln p_n/p_n = -RT \ln \varphi,$$

где R — универсальная газовая постоянная; p_n — давление насыщенного пара свободной воды; p_n — парциальное давление пара воды над материалом.

Очевидно, $\varphi = p_n/p_n$ — влажность над поверхностью материала. Чем прочнее связана вода с материалом, тем меньше величина p_n и, наоборот, для свободной воды p_n достигает значения p_n и $\varphi = 1$, а энергия связи $L = 0$.

В зависимости от преобладающей формы связи влаги с материалом все влажные материалы можно разделить на три группы. Если жидкость, содержащаяся в теле, в основном связана капиллярными силами, то тело называется *капиллярно-пористым* (влажный кварцевый песок, древесный уголь, некоторые строительные материалы). Если в теле преобладает осмотическая форма связи жидкости, то тело называется *коллоидным* (желатин, агар-агар, прессованное тесто и др.).

Если тело содержит осмотически связанную и капиллярную жидкость, то оно называется *коллоидным капиллярно-пористым* телом (торф, глина, древесина, ткани, зерно, кожа и др.).

§ 31-2. Основные законы переноса теплоты и массы вещества в коллоидных капиллярно-пористых телах

При наличии температурного градиента внутри влажного материала влага будет перемещаться в направлении потока теплоты. Это создаст в материале градиент влагосодержания.

При наличии градиента влагосодержания в коллоидном капиллярно-пористом теле влага перемещается от мест с большей влажностью к местам с меньшей влажностью. Перемещение влаги происходит как в виде пара, так и в виде жидкости. Плотность потока жидкости и пара, проходящих через единицу поверхности, перпендикулярной направлению перемещения, в единицу времени, пропорционально градиенту влагосодержания коллоидного капиллярно-пористого тела:

$$G_{ж} = -D_{ж}\rho_0 (\partial u/\partial n); G_{п} = -D_{п}\rho_0 (\partial u/\partial n),$$

где $G_{ж}$, $G_{п}$ — плотность потока жидкости и пара, $кг/(м^2 \cdot сек)$; $D_{ж}$, $D_{п}$ — коэффициенты пропорциональности (коэффициенты диффузии для жидкости и пара); ρ_0 — плотность абсолютно сухого материала; $\partial u/\partial n$ — градиент влагосодержания.

Знак минус в уравнениях указывает на то, что в направлении нормали влагосодержание уменьшается.

Если влага перемещается одновременно в виде пара и в виде жидкости, то общий поток влаги G_u равен

$$G_u = G_{ж} + G_{п} = -D\rho_0 (\partial u/\partial n), \quad (31-1)$$

где $D = D_{ж} + D_{п}$ — коэффициент диффузии коллоидного капиллярно-пористого тела, $м^2/сек$.

Он зависит от влагосодержания и температуры.

Коэффициент диффузии D состоит из суммы четырех слагаемых, каждое из которых характеризует перемещение определенного вида влаги:

$$D = \frac{D_a \mu_p}{RT\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial u} + D_0 + D_{к.п} + D_{к.ж},$$

где D_0 — коэффициент диффузии, характеризующий перемещение осмотической влаги; $D_{к.п}$ — коэффициент диффузии, характеризующий перемещение капиллярной влаги в виде пара; $D_{к.ж}$ — коэффициент диффузии, характеризующий перемещение капиллярной влаги в виде жидкости; $\frac{D_a \mu_p}{RT\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial u}$ — коэффициент диффузии, характеризующий перемещение адсорбционной влаги; μ_p — молекулярная масса пара; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура; $\frac{\partial p}{\partial u}$ — учитывает зависимость между давлением пара p коллоидного тела и его влагосодержанием u .

Соотношение (31-1) является основным законом перемещения влаги в коллоидном капиллярно-пористом теле как в виде пара, так и в виде жидкости при наличии градиента влагосодержания.

Если в коллоидном капиллярно-пористом теле имеется перепад температуры, то будет иметь место еще поток влаги, обусловленный

температурным градиентом. Плотность этого потока G_t пропорциональна температурному градиенту:

$$G_t = -D\rho_0\delta (\partial t/\partial n), \quad (31-2)$$

где D — коэффициент диффузии коллоидного капиллярно-пористого тела, $\text{м}^2/\text{сек}$; δ — термоградиентный коэффициент, $1/\text{град}$; $\partial t/\partial n$ — градиент температуры, $\text{град}/\text{м}$.

Уравнение (31-2) является аналитическим выражением закона термовлагопроводности.

Если внутри влажного материала существует градиент влагосодержания и градиент температуры, то влага будет перемещаться вследствие влагопроводности и термовлагопроводности. Например, при контактной сушке направления градиента влагосодержания и градиента температуры совпадают, поэтому явление термовлагопроводности усиливает общую влагопроводность и процесс сушки происходит более интенсивно (рис. 31-1). Действительно, из-за отдачи теплоты в окружающую среду поверхностные слои материала охлаждаются и температура их становится ниже, чем внутри материала. Такое распределение температуры вызывает температурный градиент, направленный от поверхности материала к середине, который увеличивает общую влагопроводность.

В этом случае общий поток влаги равен сумме этих потоков:

$$G = G_u + G_t = -D\rho_0 (\partial u/\partial n) + + [-D\rho_0\delta (\partial t/\partial n)] = -D\rho_0[(\partial u/\partial n) + \delta (\partial t/\partial n)]. \quad (31-3)$$

Уравнение (31-3) является аналитическим выражением обобщенного закона перемещения влаги в коллоидных капиллярно-пористых телах.

Если градиенты влагосодержания и температуры обратны по направлению, то направление суммарного потока влаги зависит от соотношения сил влагопроводности $(\partial u/\partial n)$, термовлагопроводности $(\delta\partial t/\partial n)$. Например, при конвективной сушке из-за испарения влаги и прогрева материала с поверхности внутри материала (рис. 31-2) появится градиент влагосодержания $(\partial u/\partial n)$, направленный от поверхности к середине материала, и вследствие термовлагопроводности — градиент влагосодержания $(\delta\partial t/\partial n)$, направленный от середины к поверхности материала. Вследствие этого возникают два противоположно направленных потока влаги: за счет влагопроводности G_u — от середины к поверхности материала и за счет термовлагопроводности G_t — от поверхности к середине.

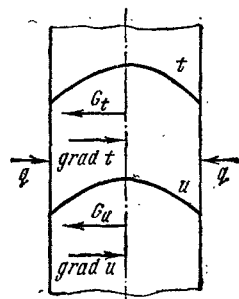


Рис. 31-1

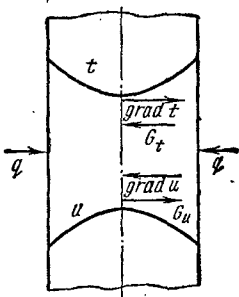


Рис. 31-2

Суммарный поток влаги определяется уравнением

$$\begin{aligned} G &= G_u + G_t = -D\rho_0 (\partial u/\partial n) - [-D\rho_0 \delta (\partial t/\partial n)] = \\ &= -D\rho_0 [(\partial u/\partial n) - \delta (\partial t/\partial n)]. \end{aligned} \quad (31-4)$$

Если влагопроводность более интенсивна (поток влаги, вызванный влагопроводностью, значительно превышает поток влаги, вызванный термовлагопроводностью), чем термовлагопроводность, то влага будет перемещаться в направлении уменьшения влажности материала — от внутренних слоев материала к поверхности, а термовлагопроводность будет препятствовать перемещению потока влаги.

Если термовлагопроводность более интенсивна, чем влагопроводность, то влага будет перемещаться по направлению потока теплоты, т. е. в направлении увеличения влагосодержания — от поверхности материала вглубь, а влагопроводность будет уменьшать поток влаги. Например, это явление наблюдается в первый момент сушки инфракрасными лучами или в процессе выпечки хлеба: перемещение влаги в направлении потока теплоты будет постепенно увеличивать градиент влажности, от чего влагопроводность становится более интенсивной и, наконец, наступит равенство этих «движущих сил» — термовлагопроводность будет полностью уравнивать влагопроводность. С этого момента влажность в центральных слоях остается постоянной, а сушка происходит за счет углубления зоны испарения, при этом перемещения влаги в центральных слоях не будет.

Поток влаги, вызванный термовлагопроводностью, будет переносить с собой и дополнительную теплоту в направлении основного теплого потока. Поэтому уравнение Фурье

$$q = -\lambda (\partial t/\partial n) = \alpha \rho (\partial t/\partial n),$$

которое является основным законом теплопроводности, для случая нагревания влажных материалов принимает вид

$$q = -\alpha \rho (\partial t/\partial n) - iG, \quad (31-5)$$

где λ — коэффициент теплопроводности; $\partial t/\partial n$ — градиент температуры; α — коэффициент температуропроводности, равный

$$\alpha = \lambda / \rho c;$$

c — удельная теплоемкость; ρ — плотность тела; i — энтальпия жидкости; G — плотность потока влаги.

Величина iG в уравнении (31-5) определяет собой количество теплоты, переносимое влагой.

Пользуясь основным законом перемещения влаги (31-4) и законом Фурье применительно к влажным материалам (31-5), можно получить систему дифференциальных уравнений, описывающих перемещение теплоты и влаги во влажных материалах.

Дифференциальное уравнение переноса вещества выводится из основного закона переноса с применением закона сохранения массы вещества к некоторому произвольно взятому объему тела, ограниченному замкнутой поверхностью.

Коэффициенты диффузии D , теплопроводности λ и термодиффузионный коэффициент δ зависят от влажности и температуры. Учитывая это, можно получить систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, решение которой представляет большие трудности. Если эти коэффициенты считать постоянными и воспользоваться выражением закона переноса жидкости и преобразованием Остроградского — Гаусса, то дифференциальное уравнение переноса жидкости можно написать так:

$$\frac{du}{d\tau} = D_{\text{ж}} \nabla^2 u + D_{\text{ж}} \delta_{\text{ж}} \nabla^2 t + \epsilon \left(\frac{du}{d\tau} \right), \quad (31-6)$$

где ϵ — коэффициент пропорциональности, характеризующий долю влаги, перемещающейся в виде пара. Этот коэффициент называется критерием внутреннего испарения (фазового превращения).

Если внутреннего испарения нет ($\epsilon = 0$) и внутренние источники теплоты, связанные с испарением и конденсацией, отсутствуют, то влага перемещается в виде жидкости. Если критерий внутреннего испарения равен единице ($\epsilon = 1$), то изменение влагосодержания в теле происходит только за счет испарения жидкости и конденсации пара; перенос жидкости отсутствует. Следовательно, критерий внутреннего испарения может изменяться от 0 до 1. Он является функцией влажности и температуры, но в определенном интервале температуры и влажности его можно считать постоянным.

Дифференциальное уравнение переноса пара для случая, когда критерий внутреннего испарения равен единице ($\epsilon = 1$), остается тем же, что и для жидкости, только коэффициенты переноса вещества будут тождественно равны коэффициентам переноса пара:

$$\frac{du}{d\tau} = D_{\text{п}} \nabla^2 u + D_{\text{п}} \delta_{\text{п}} \nabla^2 t. \quad (31-7)$$

Если расчеты производить по зонам, на которые разбивается нестационарный тепло- и массоперенос, то для каждой зоны коэффициенты $D_{\text{ж}}$ и $\delta_{\text{ж}}$ можно принять постоянными и в общем случае, когда $\epsilon < 1$, дифференциальное уравнение (31-6) можно написать так:

$$\frac{du}{d\tau} = D_{\text{п}} \nabla^2 u + D \delta_{\text{ж}} \nabla^2 t, \quad (31-8)$$

где

$$D = \frac{D_{\text{ж}}}{1 - \epsilon};$$

$$\delta = \delta_{\text{ж}} = \delta_{\text{п}}.$$

Для зональной системы расчета процесса тепло- и массопереноса дифференциальные уравнения переноса принимают вид

$$\frac{dt}{d\tau} = a \nabla^2 t + \epsilon (r/\bar{c}) \cdot \left(\frac{du}{d\tau} \right); \quad (31-9)$$

$$\frac{du}{d\tau} = D \nabla^2 u + D \delta \nabla^2 t, \quad (31-10)$$

где t — температура тела; u — удельное влагосодержание материала; $\bar{c}$ — удельная теплоемкость влажного материала: $\bar{c} = c_0 + c_{\text{в}} u$; c_0 и $c_{\text{в}}$ — соответственно удельная теплоемкость сухого материала и находящейся в нем влаги; r — удельная теплота испарения (фазового

перехода); $\partial u/\partial \tau$ — изменение влагосодержания в элементарном объеме за единицу времени, обусловленное испарением или конденсацией влаги внутри материала; ∇^2 — оператор Лапласа.

Дифференциальные уравнения для переноса теплоты и массы вещества (31-9) и (31-10) полностью описывают внутренний тепло- и массообмен. Решение этих уравнений при условии постоянства массообменных характеристик дает возможность теоретически рассчитать поле температуры и влагосодержания влажного материала. Числовые значения массообменных характеристик D , δ , α , ϵ материалов при различных температурах и влагосодержаниях определяются экспериментально. В настоящее время известно несколько методов определения массообменных характеристик, разработанных советскими и зарубежными исследователями.

§ 31-3. Числа подобия тепло- и массообмена

Строгое аналитическое решение дифференциальных уравнений (31-9) и (31-10) для коллоидных капиллярно-пористых тел не всегда возможно. Однако наличие дифференциальных уравнений совместно с условиями однозначности позволяет воспользоваться теорией подобия для получения чисел подобия и уравнений подобия, с помощью которых можно рассчитывать процессы переноса.

Из системы дифференциальных уравнений (31-9) и (31-10) и граничных условий, характеризующих баланс влаги и баланс теплоты на поверхности материала,

$$-D\rho_0 (\partial u/\partial n)_n - D\rho_0 \delta (\partial t/\partial n)_n = G; \quad (31-11)$$

$$-\lambda (\partial t/\partial n)_n + \alpha (t_c - t_n) - r (1 - \epsilon) G = 0 \quad (31-12)$$

(где ρ_0 — плотность абсолютно сухого тела; t_c — температура среды; t_n — температура поверхности тела; G — плотность потока массы) выводится ряд чисел подобия:

число Фурье

$$Fo = \frac{\alpha \tau}{l^2}; \quad Fo = \frac{D \tau}{l^2},$$

характеризующее гомохронность полей переноса теплоты и массы вещества;

число Лыкова

$$Lu = \frac{D}{a},$$

характеризующее инерционность поля влажности по сравнению с инерционностью температурного поля;

число Писнова

$$Pn = \frac{\delta \Delta t}{\Delta u},$$

равное отношению перепада удельного влагосодержания, вызванного перепадом температуры в стационарном состоянии;

число Кирпичева для переноса теплоты и влаги

$$Ki = \frac{ql}{\lambda \Delta t}; \quad Ki_D = \frac{Gl}{D \rho_0 \Delta u}.$$

Числа Ki и Ki_D характеризуют: первый — отношение потока теплоты, подводимой к поверхности тела, к потоку теплоты, отводимой внутрь тела, а второй — соотношение между интенсивностями внешней и внутренней переноса массы;

тепловое и диффузионное (для переноса вещества) числа Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a}; \quad Pr_D = \frac{\nu}{D},$$

учитывающие соотношения между полями скоростей, температур и концентрации;

число Нуссельта

$$Nu_D = \frac{\alpha_D l}{D},$$

где α_D — коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности концентраций диффундирующего вещества, *м/сек.* Этот коэффициент является аналогом коэффициента теплоотдачи.

Диффузионное число Нуссельта Nu_D характеризует соотношение между интенсивностью массообмена и влагонепроводностью в пограничном слое;

число Гухмана

$$Gu = \frac{T_c - T_m}{T_c},$$

где T_c и T_m — абсолютная температура парогазовой смеси по сухому и мокрому термометрам.

Термодинамическое число испарения Гухмана характеризует влияние массопереноса на теплообмен.

При экспериментальном изучении чистого внешнего теплообмена искомой величиной является, как правило, коэффициент теплоотдачи α , а число Nu будет определяемым, числа Fo , Re , Pr , Gr , Gu — определяющими. Зависимость между числами подобия определяется соотношением

$$Nu = f(Fo, Re, Gr, Pr, Gu).$$

Результаты обработки экспериментальных данных по массообмену обычно представляются в виде уравнения подобия

$$Nu_D = f(Fo_D, K_1, Re, Ar, Pr_D, Gu).$$

где число $K_1 = \frac{1}{1 - \rho_{10}}$, а ρ_{10} определяется из уравнения $\rho_{10} = u/(1 - u)$ (u — влагосодержание).

В применении к отдельным задачам уравнения подобия могут быть упрощены. Например, при стационарном процессе выпадают числа Fo и For ; при вынужденном турбулентном движении можно пренебречь влиянием свободного движения, вследствие чего выпадают числа Gr и Ag .

§ 31-4. Внешний тепло- и массоперенос

Механизм теплообмена при наличии массопереноса отличается от механизма чистого теплообмена. Обычно интенсивность внешнего тепло- и массообмена при испарении жидкости определяется следующими соотношениями:

$$q = \alpha (t_r - t_{ж}) = Nu (\lambda_r/l) \Delta t; \quad (31-13)$$

$$G = \alpha_D (\rho_r - \rho_{ж}), \quad (31-14)$$

где q и G — плотность потока теплоты и массы вещества соответственно, $вт/м^2$ и $кг/(м^2 \cdot сек)$; $\Delta t = t_r - t_{ж}$ — разность температур между температурами парогазовой среды и поверхности жидкости или тела, $^{\circ}C$; ρ_r и $\rho_{ж}$ — плотности пара в окружающей парогазовой среде и у поверхности тела или жидкости, $кг/м^3$; α и α_D — коэффициенты теплоотдачи и массоотдачи соответственно, $вт/(м^2 \cdot град)$ и $м/сек$; λ_r — коэффициент теплопроводности парогазовой смеси у поверхности жидкости, $вт/(м \cdot град)$; l — характерный размер, $м$.

Если считать пар в парогазовой смеси идеальным газом, то, используя уравнение $p = \rho RT$, можно соотношение (31-14) выразить так:

$$G = \alpha_D^p (p_r - p_{ж}) = Nu_D \frac{\lambda_{rD}}{l} \Delta p,$$

где $\alpha_D^p = \frac{\alpha_D}{RT}$ — коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности парциальных давлений Δp , $кг/(м^2 \cdot сек \cdot н/м^2)$ или $сек/м$; p_r и $p_{ж}$ — парциальные давления пара в окружающей парогазовой среде и у поверхности тела или жидкости, $н/м^2$; λ_{rD} — коэффициент массопроводности парогазовой смеси у поверхности жидкости, $кг/(м \cdot сек \cdot н/м^2)$; Δp — разность парциальных давлений пара в окружающей парогазовой среде и у поверхности тела или жидкости, $н/м^2$.

Числа Nu и Nu_D определяют экспериментально по известным плотностям потока теплоты q и вещества G , перепадам температур Δt и парциальных давлений Δp . Коэффициенты λ_r и λ_{rD} вычисляют по соответствующим формулам или берут из таблиц.

В условиях вынужденной конвекции числа Nu и Nu_D зависят не только от характера потока (Re) и физических свойств среды $(Pr$ и $Pr_D)$, но и от термодинамических свойств среды (Gu) . Термодинамическое число испарения Gu характеризует аккумулирующую способность парогазовой смеси к поглощению пара жидкости.

А. В. Нестеренко в результате обработки многочисленных экспериментальных данных по испарению жидкости со свободной поверх-

ности для условий адиабатного процесса и вынужденного движения воздуха получил следующие эмпирические формулы:

$$Nu = k Pr^{0,33} Re^n Gu^m, \quad (31-15)$$

$$Nu_D = k' Pr_D^{0,33} Re^{n'} Gu^{m'} \quad (31-16)$$

где $Pr = \nu/a_v$ — тепловой критерий Прандтля; ν — коэффициент кинематической вязкости, $m^2/сек$; a_v — коэффициент температуропроводности парогазовой среды, $m^2/сек$; $Pr_D = \nu/D_{\pi}$ — диффузионное число Прандтля; D_{π} — коэффициент диффузии пара, $m^2/сек$.

Значения постоянных k, n, m, k', n', m' в формулах (31-15) и (31-16) по данным Нестеренко приведены в табл. 31-1.

Таблица 31-1

Значение постоянных в формулах (31-15) и (31-16)

Пределы изменения критерия Re	k	n	m	k'	n'	m'
1—2·10 ²	1,07	0,48	0,175	0,83	0,53	0,135
3,15·10 ² —2,2·10 ⁴	0,51	0,61	0,175	0,49	0,61	0,135
2,2·10 ⁴ —3,15·10 ⁵	0,027	0,9	0,175	0,0248	0,9	0,135

При значении $Re < 200$ из числа Nu [уравнение (31-15)] необходимо вычитать 2, т. е. надо писать $(Nu - 2)$. То же самое необходимо сделать для диффузионного числа Nu_D .

Коэффициенты тепло- и массопереноса при испарении жидкости со свободной поверхности в условиях естественной конвекции рассчитываются по следующим формулам А. В. Нестеренко:

$$Nu = 5,0 (Pr \cdot Ar)^{0,104} \text{ при } (Pr \cdot Ar) = 3 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^8; \quad (31-17)$$

$$Nu_D = 0,66 (Pr_D \cdot Ar)^{0,20} \text{ при } (Pr \cdot Ar) = 3 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^8. \quad (31-18)$$

При вычислении чисел Nu и Ar в качестве определяющего размера берется сторона квадрата, эквивалентного по площади поверхности жидкости.

В указанных уравнениях коэффициент теплопроводности λ подсчитывается по формуле

$$\lambda = \lambda_0 + 0,0041 \varphi,$$

где λ_0 — коэффициент теплопроводности сухого газа; φ — влажность газа.

Коэффициент диффузии (массопроводности), отнесенный к разнице парциальных давлений, подсчитывается по формуле

$$D = D_0 \frac{\mu_{\pi} T}{RT_0^2} \left(\frac{p_0}{p_{\pi}} \right),$$

где D_0 — коэффициент диффузии для влажного газа при нормальных условиях (для водяного пара при диффузии в воздух $D_0 = 0,079 m^2/сек$); μ_{π} — масса киломоля пара, $кг/моль$; p_0 и T_0 — барометрическое дав-

ление и температура при нормальных условиях ($p_0 = 101325 \text{ н/м}^2$; $T_0 = 273,15^\circ \text{ К}$); R — универсальная газовая постоянная, $\text{дж/кмоль} \cdot \text{град}$; T — средняя абсолютная температура пограничного слоя:

$$T = 273,15 + \frac{1}{2} (t_c + t_n);$$

p_n — парциальное давление сухого пара, н/м^2 .

Физические параметры сухого воздуха и воды берутся из таблиц приложения.

При определении потоков теплоты и массы при внешнем тепло- и массообмене необходимо вычислять температуру поверхности, которая всегда отличается от температуры в глубине жидкости, за исключением адиабатного процесса, когда она равна температуре воздуха по мокрому термометру.

Для неадиабатных условий температуру поверхности с достаточным приближением можно определить по формулам, полученным А. В. Нестеренко при испарении воды из сосудов диаметром 210 мм:

для условий свободной конвекции

$$\psi = 0,0135 \text{ К}^{-1,5} (\text{Ar} \cdot \text{Pr})^{0,06};$$

для условий вынужденной конвекции

$$\psi = 0,00615 \text{ К}^{-0,96} \text{ Re}^{0,34}.$$

В этих формулах определяемый критерий ψ описывается выражением

$$\psi = (t_{\text{ж}} - t_n)/(t_c - t_m),$$

а определяющий критерий K —

$$K = (t_c - t_m)/(t_{\text{ж}} - t_m),$$

где $t_{\text{ж}}$ — температура в толще воды; t_n — температура поверхности воды; t_m — температура воздуха по мокрому термометру.

Г. Т. Сергеев своими исследованиями подтверждает выводы А. В. Нестеренко о влиянии массообмена на теплообмен и расширяет диапазон применения формул А. В. Нестеренко до значений $\text{Re} = 1,5 \cdot 10^6$.

Г. Т. Сергеев провел большие экспериментальные исследования процессов внешнего тепло- и массопереноса при испарении жидкости с поверхности капиллярно-пористого тела, а также теплообмена сухого тела в турбулентном потоке воздуха.

Результаты обработки опытных данных представлены следующими уравнениями подобия:

для теплообмена

$$\text{Nu} = 0,061 \text{ Re}^{0,77} \text{ Pr}^{0,33} \text{ Gu}^{0,09};$$

для массообмена

$$\text{Nu}_D = 0,096 \text{ Re}^{0,75} \text{ Pr}_D^{0,33} \text{ Gu}^{0,144}.$$

В этих уравнениях все параметры отнесены к температуре среды. Опыты проводились при скорости потока воздуха от 3 до 15 м/сек,

температурах — от 25 до 90° С, относительной влажности от 5 до 80% и до значений $Re = 1,6 \cdot 10^5$.

Анализ опытных данных показал, что интенсивность тепло- и массопереноса прямо пропорциональна температуре, скорости движения потока и обратно пропорциональна влажности паровоздушной среды.

Исследования полностью подтвердили целесообразность введения числа Гухмана (разброс опытных точек значительно уменьшился) и обработки опытных данных по зависимостям вида

$$Nu = f(Re, Pr, Gu)$$

или

$$Nu_D = f(Re, Pr_D, Gu),$$

которые однозначно характеризуют процесс испарения жидкости как с открытой поверхности, так и с поверхности капиллярно-пористого тела.

В реальных условиях в большинстве случаев отдельно протекающих процессов, обусловленных только одной свободной или одной вынужденной конвекцией, не наблюдается. Поэтому в развитие работы А. В. Нестеренко в лаборатории отопления и вентиляции МИСИ им. Куйбышева Л. В. Петровым произведено экспериментальное исследование процессов испарения, протекающих при совместном взаимодействии свободной и вынужденной конвекции.

Коэффициент теплоотдачи в процессе испарения жидкости со свободной поверхности по сравнению с коэффициентом теплоотдачи при теплообмене, не осложненном массообменом («сухой» теплообмен), имеет большее значение. Одной из основных причин интенсификации теплообмена при испарении по сравнению с «сухим» теплообменом является объемное испарение. Согласно теории объемного испарения, при соприкосновении потока газа с поверхностью жидкости происходят неравномерные процессы очаговой конденсации вдоль ее поверхности. В результате этого имеет место отрыв субмикроскопических частиц жидкости, которые испаряются в пограничном слое. Второй причиной увеличения $\alpha_{исп}$ по сравнению с $\alpha_{сух}$ является наличие очаговых процессов испарения и конденсации, в результате которых вследствие попеременного изменения объема вещества (пара) в 10^3 раз происходит нарушение структуры ламинарного пограничного слоя, что и приводит к интенсификации тепло- и массообмена. Наибольший эффект это явление имеет при испарении в вакууме.

Механизм переноса теплоты и влаги при испарении из влажного материала (сушка) существенно отличается от механизма переноса при испарении со свободной поверхности жидкости.

Как показали исследования Н. С. Михеевой, процесс сушки происходит при непрерывном углублении поверхности испарения, в результате чего образуется зона испарения, толщина которой постепенно увеличивается. Если испарение происходит на поверхности материала, то в адиабатных условиях температура поверхности постоянна и равна температуре мокрого термометра.

При углублении поверхности испарения температура внутри материала ниже, чем на его внешней поверхности. Таким образом, в зоне испарения создается температурный напор, увеличивающийся от t_c — $t_{\text{пов}}$ на поверхности материала до t_c — t_m на поверхности испарения. А с увеличением температурного напора в направлении потока теплоты (от поверхности материала внутрь) увеличивается коэффициент теплоотдачи. Следовательно, при углублении поверхности испарения коэффициент теплоотдачи больше, чем при испарении на внешней поверхности. При этом с уменьшением интенсивности массообмена (к концу процесса сушки) снижается и интенсивность теплообмена. Поэтому массообмен влияет на теплообмен.

При испарении влаги из влажного материала с углублением поверхности испарения перенос пара происходит через зону испарения. В микрокапиллярах молекулы пара и воздуха движутся с большой скоростью независимо друг от друга, т. е. перенос пара происходит не диффузией, а эффузией.

Плотность эффузионного потока вещества определяется по формуле

$$G_m = 1,064 \psi \sqrt{\mu_n / R} \nabla (p_n / \sqrt{T}),$$

где μ_n — молекулярная масса пара; R — универсальная газовая постоянная; p_n — парциальное давление пара; ψ — коэффициент молекулярного течения, пропорциональный среднему радиусу капилляра.

Плотность диффузионного потока вещества определяется по следующей формуле:

$$G_m = - \frac{\mu_n D p}{RT(p - p_n)} \varepsilon \nabla p_n,$$

где p и p_n — соответственно барометрическое и парциальное давления пара; ε — коэффициент, характеризующий пористость материала; ∇ — оператор Гамильтона.

Потенциалом диффузионного переноса является p_n , а потенциалом эффузионного переноса — $p/\sqrt{T}$. Так как температура поверхности испарения t_m меньше температуры на внешней поверхности материала, то в зоне испарения возникает значительный градиент эффузионного переноса, что обуславливает интенсивный перенос пара через зону испарения.

Если в материале имеются капилляры радиусом $r \geq 10^{-5}$ см, то через зону испарения происходит смешанный диффузионно-эффузионный перенос пара.

Диффузионный перенос пара в макрокапиллярах осложняется явлением теплового скольжения. Если по длине капилляра имеется перепад температуры, то возникают циркуляционные токи воздуха: у стенок капилляра против потока теплоты, а по оси — в направлении потока теплоты. Так как у поверхности испарения внутри материала температура капилляров ниже, чем у внешней поверхности, то возникает движение газа к поверхности материала. Таким образом, тепловое скольжение усиливает перенос пара через зону испарения к поверхности материала, т. е. повышает интенсивность массопереноса.

Перенос теплоты и вещества с поверхности материала в окружающую среду происходит в основном молекулярным путем (теплопроводность и диффузия). Но наличие интенсивного эффузионного переноса пара в зоне испарения, усиливающегося явлением теплового скольжения, создает градиент давления в зоне. Это изменяет механизм переноса пара в пограничном слое. Пар, выходя с большой интенсивностью из зоны испарения, турбулизирует пограничный слой воздуха вблизи поверхности материала, что приводит к изменению гидродинамических условий. В результате повышается интенсивность массообмена. Таким образом, интенсивность тепло- и массообмена при испарении влаги из влажного материала выше, чем при испарении жидкости со свободной поверхности.

Основным фактором, влияющим на тепло- и массообмен между влажным капиллярно-пористым материалом и влажным воздухом (процессы сушки, испарительного пористого охлаждения), является углубление поверхности испарения, чего нет в процессе испарения жидкости со свободной поверхности.

Углубление поверхности испарения видоизменяет механизм переноса теплоты и массы вещества как внутри материала (внутренний тепло- и массоперенос), так и вне его (внешний тепло- и массообмен). Поэтому тепло- и массообмен между поверхностью влажного высушиваемого материала и окружающей средой должен рассматриваться как сочетание тепло- и массопереноса в зоне испарения внутри материала и в пограничном слое воздуха.

§ 31-5. Коэффициенты переноса теплоты и вещества

Основными коэффициентами переноса являются коэффициент теплопроводности, коэффициент диффузии, коэффициент температуропроводности, термоградиентный коэффициент.

В абсолютно сухом состоянии теплообмен не осложнен массообменом и коэффициенты теплопроводности, рассчитанные по аналитическим соотношениям, близки к действительным.

В абсолютно сухом капиллярно-пористом теле передача теплоты может осуществляться теплопроводностью через твердый скелет тела, конвекцией и излучением между стенками пор. Все эти виды переноса теплоты обычно определяются эквивалентным коэффициентом теплопроводности λ_a :

$$q = \frac{\lambda_a}{l} \Delta t,$$

где q — плотность теплового потока; Δt — перепад температуры в порах тела; l — диаметр или ширина поры.

Эквивалентный коэффициент теплопроводности равен

$$\lambda_a = \lambda_\mu + \lambda_K + \lambda_\lambda,$$

где λ_μ — коэффициент молекулярной теплопроводности; λ_K — коэффициент конвективной теплопроводности, равный произведению коэффициента теплоотдачи α на характерный размер: $\lambda_K = \alpha l$; λ_λ — коэф-

коэффициент лучистой теплопроводности, определяемый соотношением

$$\lambda_{\text{л}} = Q_{\text{л}} / \Delta t,$$

где $Q_{\text{л}}$ — лучистый тепловой поток.

(Например, эквивалентный коэффициент теплопроводности воздуха при температуре 273,15°K больше истинного в 1,95 раза.) Коэффициенты теплопроводности абсолютно сухих тел одинаковой пористости отличаются друг от друга весьма незначительно.

Во влажных телах теплообмен всегда сопровождается массообменом. При этом возникает градиент переноса вещества, который зависит от температуры, и поэтому экспериментальные значения коэффициентов λ соответствуют эквивалентным, а не истинным значениям коэффициентов теплопроводности.

Большое влияние на величину λ оказывает форма связи влаги с материалом. Коэффициент теплопроводности влажного тела зависит от температуры и влагосодержания. Экспериментальные значения коэффициента теплопроводности влажных тел в гигроскопической области свидетельствуют о значительном увеличении коэффициента теплопроводности с повышением температуры, что объясняется интенсификацией массообмена по мере роста температуры. В этом случае перенос вещества в основном происходит в виде пара.

Разница между эквивалентным коэффициентом теплопроводности $\lambda_{\text{в}}$ и истинным λ равна дополнительному потоку теплоты, вызванному переносом вещества и отнесенному к единичному градиенту температуры ($\Delta t = 1 \text{ град/м}$). Следовательно, коэффициент $\lambda_{\text{в}}$ равен $\lambda_{\text{в}} = \lambda + rD\rho_0\delta$.

Коэффициент температуропроводности a равен отношению коэффициента теплопроводности к полной теплоемкости влажного тела:

$$a = \lambda / c_{\text{в}}\rho_0,$$

где $c_{\text{в}}$ — удельная теплоемкость влажного тела, рассчитанная на 1 кг абсолютно сухого тела ($c_{\text{в}} = c_0 + c_{\text{ж}}$, где c_0 и $c_{\text{ж}}$ — соответственно удельные теплоемкости абсолютно сухого тела и жидкости). При этом различают удельные теплоемкости влажного тела, рассчитанные на единицу массы абсолютно сухого c и влажного $c_{\text{в}}$ тела.

Между c и $c_{\text{в}}$ существует следующая зависимость:

$$c_{\text{в}}\rho = c\rho_0.$$

Удельные теплоемкости абсолютно сухих тел незначительно отличаются друг от друга, и температура практически не влияет на величины этих теплоемкостей.

Для большинства влажных тел коэффициент температуропроводности с повышением влагосодержания вначале увеличивается, а потом уменьшается, так что кривая изменения коэффициента температуропроводности от влагосодержания $a = f(u)$ имеет максимум. Этот максимум соответствует переходу от одной формы связи поглощенного вещества к другой.

Термоградиентный коэффициент, или *коэффициент термовлагопроводности*, δ характеризует относительный термический массоперенос пара и жидкости.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица I

Сухой насыщенный пар и вода по кривой насыщения (по температурам)

$t, ^\circ\text{C}$	$p_{\text{п}}, \text{бар}$	$v', \text{м}^3/\text{кг}$	$v'', \text{м}^3/\text{кг}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	$l', \text{кДж}/\text{кг}$	$l'', \text{кДж}/\text{кг}$	$r, \text{кДж}/\text{кг}$	$s', \text{кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{град})$	$s'', \text{кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{град})$
0	0,006108	0,0010002	206,3	0,004847	0,000	2500,8	2500,8	0	9,1644
5	0,008718	0,0010001	147,2	0,006793	21,06	2510,0	2489,0	0,0762	9,0242
10	0,012271	0,0010004	106,42	0,009398	42,04	2519,2	2477,3	0,1511	8,8995
15	0,01704	0,0010010	77,97	0,01282	62,97	2528,4	2465,4	0,2244	8,7806
20	0,02337	0,0010018	57,84	0,01729	83,90	2537,2	2453,4	0,2964	8,6663
25	0,03167	0,0010030	43,40	0,02304	104,80	2546,4	2441,7	0,3672	8,5570
30	0,04241	0,0010044	32,93	0,03036	125,69	2555,6	2430,0	0,4367	8,4523
35	0,05622	0,0010060	25,25	0,03960	146,58	2564,8	2418,3	0,5049	8,3518
40	0,07375	0,0010079	19,55	0,05115	167,51	2573,6	2406,1	0,5723	8,2560
45	0,09582	0,0010099	15,28	0,06545	188,41	2582,4	2394,0	0,6385	8,1638
50	0,12335	0,0010121	12,05	0,08302	209,30	2591,6	2382,3	0,7038	8,0751
55	0,15741	0,0010145	9,578	0,1044	230,19	2600,4	2370,1	0,7679	7,9901
60	0,1992	0,0010171	7,678	0,1302	251,12	2609,2	2358,0	0,8311	7,9084
65	0,2501	0,0010199	6,201	0,1613	272,06	2617,6	2345,4	0,8935	7,8297
70	0,3116	0,0010228	5,045	0,1982	292,99	2626,4	2333,3	0,9550	7,7544
80	0,4736	0,0010290	3,409	0,2933	334,94	2643,1	2308,2	1,0752	7,6116
90	0,7011	0,0010359	2,361	0,4235	376,98	2659,5	2282,5	1,1924	7,4785
100	1,0132	0,0010435	1,673	0,5977	419,10	2675,8	2256,7	1,3071	7,3545
110	1,4327	0,0010515	1,210	0,8263	416,34	2691,3	2230,0	1,4185	7,2386
120	1,9854	0,0010603	0,8917	1,122	503,7	2706,3	2202,7	1,5278	7,1289
130	2,7011	0,0010697	0,6683	1,496	546,4	2720,6	2174,2	1,6345	7,0271
140	3,614	0,0010798	0,5087	1,966	589,1	2734,0	2144,9	1,7392	6,9304
150	4,760	0,0010906	0,3926	2,547	632,2	2746,5	2114,3	1,8418	6,8383
160	6,180	0,0011021	0,3068	3,259	675,3	2757,8	2082,5	1,9427	6,7508
170	7,920	0,0011144	0,2426	4,122	719,3	2768,7	2049,4	2,0419	6,6666
180	10,027	0,0011275	0,1939	5,157	763,3	2778,4	2015,1	2,1395	6,5858
190	12,553	0,0011415	0,1564	6,395	807,6	2786,3	1978,7	2,2358	6,5075
200	15,550	0,0011565	0,1272	7,863	852,4	2793,0	1940,6	2,3308	6,4318
210	19,080	0,0011726	0,1044	9,578	897,6	2798,0	1900,4	2,4246	6,3577
220	23,202	0,0011900	0,08606	11,62	943,7	2801,4	1857,7	2,5179	6,2848
230	27,979	0,0012087	0,07147	13,99	990,2	2803,1	1812,7	2,6101	6,2132
240	33,480	0,0012291	0,05967	16,76	1037,5	2803,1	1765,6	2,7022	6,1425
250	39,78	0,0012512	0,05005	19,98	1086,1	2801,0	1714,9	2,7934	6,0721
260	46,94	0,0012755	0,04215	23,72	1135,0	2796,4	1661,3	2,8851	6,0014
270	55,05	0,0013023	0,03560	28,09	1185,3	2789,7	1604,4	2,9764	5,9298
280	64,19	0,0013321	0,03013	33,19	1236,8	2779,6	1542,8	3,0685	5,8573
290	74,45	0,0013655	0,02553	39,17	1290,0	2766,2	1476,3	3,1610	5,7824
300	85,92	0,0014036	0,02164	46,21	1344,8	2749,1	1404,3	3,2548	5,7049
310	98,69	0,001447	0,01831	54,61	1402,2	2727,3	1325,1	3,3507	5,6233
320	112,80	0,001499	0,01545	64,74	1462,0	2699,6	1237,6	3,4495	5,5354
330	128,64	0,001562	0,01297	77,09	1526,1	2665,7	1139,6	3,5521	5,4412
340	146,08	0,001639	0,01078	92,77	1594,8	2621,8	1027,0	3,6605	5,3361

$t, ^\circ\text{C}$	$p_{\text{н}}, \text{ бар}$	$v', \text{ м}^3/\text{кг}$	$v'', \text{ м}^3/\text{кг}$	$\rho, \text{ кг/м}^3$	$i', \text{ кДж/кг}$	$i'', \text{ кДж/кг}$	$r, \text{ кДж/кг}$	$s', \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}$	$s'', \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}$
350	165,37	0,001741	0,008805	113,6	1671,4	2564,4	893,0	3,7786	5,2117
360	186,74	0,001894	0,006943	144,1	1761,4	2481,1	719,7	3,9163	5,0530
370	210,53	0,00222	0,00493	202,4	1892,4	2330,8	438,4	4,1135	4,7951
374	220,87	0,00280	0,00347	288,0	2031,9	2147,0	114,7	4,3258	4,5029

Параметры критической точки:

температура $t_{\text{кр}} = 374,12^\circ\text{C}$;давление $p_{\text{кр}} = 221,15 \text{ бар}$;удельный объем $v_{\text{кр}} = 0,003147 \text{ м}^3/\text{кг}$;энтальпия $i_{\text{кр}} = 2095,2 \text{ кДж/кг}$;энтропия $s_{\text{кр}} = 4,424 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}$

Таблица II

Сухой насыщенный пар и вода на кривой насыщения (по давлению)

$p, \text{ бар}$	$t_{\text{н}}, ^\circ\text{C}$	$v', \text{ м}^3/\text{кг}$	$v'', \text{ м}^3/\text{кг}$	$\rho, \text{ кг/м}^3$	$i', \text{ кДж/кг}$	$i'', \text{ кДж/кг}$	$r, \text{ кДж/кг}$	$s', \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}$	$s'', \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}$
0,010	6,936	0,0010001	130,04	0,007690	29,18	2513,4	2484,2	0,1053	8,9749
0,020	17,486	0,0010014	67,24	0,01487	73,40	2533,1	2459,7	0,2603	8,7227
0,025	21,071	0,0010021	54,42	0,01838	88,36	2539,5	2451,1	0,3119	8,6424
0,030	24,078	0,0010028	45,77	0,02185	100,93	2545,3	2444,4	0,3547	8,5784
0,040	29,95	0,0010042	34,93	0,02863	121,33	2553,7	2432,3	0,4225	8,4737
0,05	32,89	0,0010054	28,24	0,03541	137,79	2560,9	2423,1	0,4764	8,3943
0,06	36,17	0,0010065	23,77	0,04208	151,49	2567,1	2415,6	0,5209	8,3297
0,08	41,53	0,0010085	18,13	0,05516	173,89	2576,4	2402,5	0,5919	8,2273
0,10	45,82	0,0010102	14,70	0,06805	191,84	2583,9	2392,1	0,6496	8,1494
0,14	52,57	0,0010132	10,69	0,09353	220,05	2596,1	2376,0	0,7368	8,0305
0,18	57,82	0,0010159	8,448	0,1184	242,03	2605,4	2363,3	0,8040	7,9445
0,20	60,08	0,0010171	7,652	0,1307	251,48	2609,2	2357,7	0,8324	7,9075
0,25	64,99	0,0010198	6,201	0,1613	272,03	2617,6	2345,5	0,8934	7,8300
0,30	69,12	0,0010223	5,232	0,1911	289,30	2624,6	2335,3	0,9441	7,7673
0,4	75,87	0,0010264	3,999	0,2501	317,62	2636,3	2318,7	1,0261	7,6710
0,5	81,33	0,0010299	3,243	0,3083	340,53	2645,2	2304,7	1,0912	7,5923
0,6	85,94	0,0010330	2,734	0,3658	359,90	2653,1	2293,2	1,1453	7,5313
0,8	93,50	0,0010385	2,089	0,4787	391,75	2665,3	2273,5	1,2331	7,4342
1,0	99,62	0,0010432	1,696	0,5896	417,47	2674,9	2257,5	1,3026	7,3579
1,2	104,80	0,0010472	1,430	0,6992	439,34	2683,0	2243,6	1,3610	7,2972
1,6	113,31	0,0010543	1,092	0,9160	475,41	2696,3	2220,8	1,4550	7,2017
2,0	120,23	0,0010606	0,8860	1,129	504,74	2706,8	2202,0	1,5306	7,1279
2,6	128,73	0,0010684	0,6929	1,443	541,2	2718,9	2177,7	1,6213	7,0399
3,0	133,54	0,0010733	0,6055	1,652	561,7	2725,5	2163,8	1,6716	6,9922
4,0	143,62	0,0010836	0,4623	2,163	604,3	2738,7	2134,1	1,7766	6,8969
5,0	151,84	0,0010927	0,3749	2,667	640,1	2748,9	2108,7	1,8605	6,8221
6,0	158,84	0,0011009	0,3156	3,169	670,6	2756,9	2086,3	1,9311	6,7609
8,0	170,41	0,0011149	0,2403	4,161	720,9	2769,0	2048,1	2,0461	6,6630
10	179,88	0,0011273	0,1945	5,143	762,4	2777,8	2015,3	2,1383	6,5867
12	187,95	0,0011385	0,1633	6,125	798,4	2784,6	1986,2	2,2156	6,5224

p , бар	t , °C	v' , м ³ /кг	v'' , м ³ /кг	ρ , кг/м ³	i' , кДж/кг	i'' , кДж/кг	h , кДж/кг	s' , кДж/(кг·град)	s'' , кДж/(кг·град)
14	195,04	0,0011488	0,1408	7,102	830,0	2789,7	1959,7	2,2841	6,4699
16	201,36	0,0011587	0,1238	8,080	858,3	2793,5	1935,2	2,3437	6,4221
18	207,10	0,0011678	0,1104	9,055	884,2	2796,5	1212,3	2,3975	6,3794
20	212,36	0,0011768	0,09961	10,04	908,6	2799,2	1890,7	2,4471	6,3411
24	221,77	0,0011932	0,08324	12,01	951,8	2801,8	1850,0	2,5346	6,2727
28	230,04	0,0012088	0,01742	14,00	990,2	2803,1	1812,8	2,6101	6,2129
30	233,83	0,0012164	0,06663	15,01	1009,4	2803,1	1794,7	2,6455	6,1859
35	242,54	0,0012344	0,05706	17,53	1049,8	2802,8	1753,0	2,7251	6,1249
40	250,33	0,0912520	0,04977	20,09	1087,5	2800,6	1713,2	2,7965	6,0689
50	263,91	0,0012858	0,03943	25,36	1154,2	2793,9	1639,6	2,9210	5,9739
60	275,56	0,0013185	0,03243	30,84	1213,9	2784,4	1570,5	3,0276	5,8894
70	285,80	0,0013510	0,02738	36,53	1267,6	2772,3	1504,7	3,1221	5,8143
80	294,98	0,0013838	0,02352	42,52	1317,3	2758,6	1441,2	3,2079	5,7448
90	303,31	0,0014174	0,02049	48,80	1363,9	2742,6	1378,8	3,2866	5,6783
100	310,96	0,0014522	0,01803	55,47	1407,9	2724,8	1316,9	3,3601	5,6147
110	318,64	0,0014886	0,01597	62,62	1450,2	2705,2	1255,0	3,4297	5,5528
120	324,64	0,001527	0,01426	70,15	1491,1	2684,6	1193,5	3,4966	5,4930
130	330,81	0,001568	0,01278	78,22	1531,3	2662,3	1131,1	3,5606	5,4333
140	330,63	0,001611	0,01149	87,04	1570,8	2637,9	1067,0	3,6233	5,3731
160	347,32	0,001710	0,009319	107,3	1649,6	2581,7	932,1	3,7456	5,2478
180	356,96	0,001839	0,007505	133,2	1732,2	2510,6	778,4	3,8708	5,1054
200	365,71	0,00203	0,00586	170,5	1826,8	2410,3	583,4	4,0147	4,9280
220	373,7	0,00273	0,00367	272,5	2016,0	2168,0	152,0	4,3030	4,5910

Таблица III

Средняя молярная теплоемкость газов при постоянном давлении
 c_{pT} , кДж (моль·град)

t , °C	O ₂	N ₂	CO	CO ₂	H ₂ O	SO ₂	Воздух (абсолютно сухой)
0	29,274	29,019	29,123	35,860	33,499	38,85	29,073
100	29,538	29,048	29,178	88,112	33,741	40,65	29,152
200	29,931	29,132	29,303	40,059	34,118	42,33	29,299
300	30,400	29,287	29,517	41,755	34,575	43,88	29,521
400	30,878	29,500	29,789	43,250	35,090	45,22	29,789
500	31,334	29,764	30,099	44,573	35,630	46,39	30,095
600	31,761	30,044	30,425	45,453	36,195	47,35	40,405
700	32,150	30,341	30,752	46,813	36,789	48,23	30,723
800	32,502	30,635	31,070	47,763	37,392	48,94	31,028
900	32,825	30,924	31,376	48,617	38,008	49,61	31,321
1000	33,118	31,196	31,665	49,392	38,619	50,16	31,598
1100	33,386	31,455	31,937	50,099	39,226	50,66	31,862
1200	33,633	31,707	32,192	50,740	39,825	51,08	32,109
1300	33,863	31,941	32,427	51,322	40,407	—	32,343
1400	34,076	32,163	32,653	51,858	40,976	—	32,575
1500	34,282	32,372	32,858	52,348	41,525	—	32,774
1600	34,474	32,565	33,051	52,800	42,056	—	32,967
1700	34,658	32,749	33,231	53,218	42,576	—	33,151
1800	34,834	32,917	33,402	53,504	43,070	—	33,319
1900	35,006	33,080	33,561	53,959	43,539	—	33,482
2000	35,169	33,231	33,708	54,290	43,995	—	33,641

Средняя молярная теплоемкость газов при постоянном объеме $\mu_{\text{ср}}$,
кДж/(моль·град)

$t, ^\circ\text{C}$	O_2	N_2	CO	CO_2	H_2O	SO_2	Воздух (абсолютно сухой)
0	20,959	20,704	20,808	27,545	25,184	30,52	20,758
100	21,223	20,733	20,863	29,797	25,426	32,52	20,838
200	21,616	20,800	20,988	31,744	25,803	34,00	20,984
300	22,085	20,972	21,202	33,440	26,260	35,55	21,206
400	22,563	21,185	21,474	34,935	26,775	36,89	21,474
500	23,019	21,449	21,784	36,258	27,315	38,06	21,780
600	23,446	21,729	22,110	37,438	27,880	39,02	22,090
700	23,835	22,027	22,437	38,498	28,474	39,90	22,408
800	24,187	22,320	22,755	39,448	29,077	40,61	22,713
900	24,510	22,609	23,061	40,302	29,693	42,28	23,006
1000	24,803	22,881	23,350	41,077	30,304	41,83	23,283
1100	25,071	23,140	23,622	41,784	30,911	42,33	23,547
1200	25,318	23,322	23,877	42,425	31,510	42,75	23,794
1300	25,548	23,626	24,112	43,007	32,092	—	24,028
1400	25,761	23,848	24,338	43,543	32,661	—	24,250
1500	25,967	24,057	24,543	44,033	33,210	—	24,459
1600	26,159	24,250	24,736	44,485	33,741	—	24,652
1700	26,343	24,434	24,916	44,903	34,261	—	24,836
1800	26,519	24,602	25,087	45,289	34,755	—	25,004
1900	26,691	24,765	25,246	45,644	35,224	—	25,167
2000	26,854	24,916	25,393	45,975	35,680	—	25,326

Таблица V

Средняя массовая теплоемкость газов при постоянном давлении
рт., кдж/(кг·град)

t, °C	O ₂	N ₂	CO	CO ₂	H ₂ O	SO ₂	Воздух (абсолютно сухой)
0	0,9148	1,0304	1,0396	0,8148	1,8594	0,607	1,0036
100	0,9232	1,0316	1,0417	0,8658	1,8728	0,636	1,0061
200	0,9353	1,0346	1,0463	0,9102	1,8937	0,662	1,0115
300	0,9500	1,0400	1,0538	0,9487	1,9192	0,687	1,0191
400	0,9651	1,0475	1,0634	0,9826	1,9477	0,708	1,0283
500	0,9793	1,0567	1,0748	1,0128	1,9778	0,724	1,0387
600	0,9927	1,0668	1,0861	1,0396	2,0092	0,737	1,0496
700	1,0048	1,0777	1,0978	1,0639	2,0419	0,754	1,0605
800	1,0157	1,0881	1,1091	1,0852	2,0754	0,762	1,0710
900	1,0258	1,0982	1,1200	1,1045	2,1097	0,775	1,0815
1000	1,0350	1,1078	1,1304	1,1225	2,1436	0,783	1,0907
1100	1,0434	1,1170	1,1401	1,1384	2,1771	0,791	1,0999
1200	1,0509	1,1258	1,1493	1,1530	2,2106	0,795	1,1082
1300	1,0580	1,1342	1,1577	1,1660	2,2429	—	1,1166
1400	1,0647	1,1422	1,1656	1,1782	2,2743	—	1,1242
1500	1,0714	1,1497	1,1731	1,1895	2,3048	—	1,1313
1600	1,0773	1,1564	1,1798	1,1995	2,3346	—	1,1380
1700	1,0831	1,1631	1,1865	1,2091	2,3630	—	1,1443
1800	1,0886	1,1690	1,1924	1,2179	2,3907	—	1,1501
1900	1,0940	1,1748	1,1983	1,2259	2,4166	—	1,1560
2000	1,0990	1,1803	1,2033	1,2334	2,4422	—	1,1610

Таблица VI

Средняя массовая теплоёмкость газов при постоянном объеме $c_{рт}$,
кдж/(кг·град)

$t, ^\circ\text{C}$	O ₂	N ₂	CO	CO ₂	H ₂ O	SO ₂	Воздух абсолютно сухой
0	0,6548	0,7352	0,7427	0,6259	1,3980	0,477	0,7164
100	0,6632	0,7365	0,7448	0,6770	1,4114	0,507	0,7193
200	0,6753	0,7394	0,7494	0,7214	1,4323	0,532	0,7243
300	0,6900	0,7448	0,7570	0,7599	1,4574	0,557	0,7319
400	0,7051	0,7524	0,7666	0,7938	1,4863	0,578	0,7415
500	0,7193	0,7616	0,7775	0,8240	1,5160	0,595	0,7519
600	0,7827	0,7716	0,7892	0,8508	1,5474	0,607	0,7624
700	0,7448	0,7821	0,8009	0,8746	1,5805	0,624	0,7733
800	0,7557	0,7926	0,8122	0,8964	1,6140	0,632	0,7842
900	0,7658	0,8030	0,8231	0,9157	1,6483	0,645	0,7942
1000	0,7750	0,8127	0,8336	0,9332	1,6823	0,653	0,8039
1100	0,7834	0,8219	0,8432	0,9496	1,7158	0,662	0,8127
1200	0,7913	0,8307	0,8566	0,9638	1,7488	0,666	0,8215
1300	0,7984	0,8390	0,8608	0,9772	1,7815	—	0,8294
1400	0,8051	0,8470	0,8688	0,9893	1,8129	—	0,8369
1500	0,8114	0,8541	0,8763	1,0006	1,8434	—	0,8441
1600	0,8173	0,8612	0,8830	1,0107	1,8728	—	0,8508
1700	0,8231	0,8675	0,8893	1,0203	1,9016	—	0,8570
1800	0,8286	0,8738	0,8956	1,0291	1,9293	—	0,8633
1900	0,8340	0,8792	0,9014	1,0371	1,9552	—	0,8688
2000	0,8390	0,8847	0,9064	1,0446	1,9804	—	0,8742

Таблица VII

Средняя объемная теплоемкость газов при постоянном давлении
 $c_{рт}$, кдж/(м³·град)

$t, ^\circ\text{C}$	O ₂	N ₂	CO	CO ₂	H ₂ O	SO ₂	Воздух абсолютно сухой
0	1,3059	1,2946	1,2992	1,5998	1,493	1,733	1,2971
100	1,3176	1,2958	1,3017	1,7003	1,502	1,813	1,3004
200	1,3352	1,2996	1,3071	1,7873	1,5223	1,888	1,3071
300	1,3561	1,3067	1,3167	1,8627	1,5424	1,955	1,3172
400	1,3775	1,3163	1,3289	1,9297	1,5654	2,018	1,3289
500	1,3980	1,3276	1,3427	1,9887	1,5897	2,068	1,3427
600	1,4168	1,3402	1,3574	2,0411	1,6148	2,114	1,3565
700	1,4344	1,3536	1,3720	2,0884	1,6412	2,152	1,3708
800	1,4499	1,3670	1,3862	2,1311	1,6680	2,181	1,3842
900	1,4645	1,3796	1,3996	2,1692	1,6957	2,215	1,3976
1000	1,4775	1,3917	1,4126	2,2035	1,7229	2,236	1,4097
1100	1,4892	1,4034	1,4248	2,2349	1,7501	2,261	1,4214
1200	1,5005	1,4143	1,4361	2,2638	1,7769	2,278	1,4327
1300	1,5106	1,4252	1,4465	2,2898	1,8028	—	1,4432
1400	1,5202	1,4348	1,4566	2,3136	1,8280	—	1,4528
1500	1,5294	1,4440	1,4658	2,3354	1,8527	—	1,4620
1600	1,5378	1,4528	1,4746	2,3555	1,8761	—	1,4708
1700	1,5462	1,4612	1,4825	2,3743	1,8996	—	1,4867
1800	1,5541	1,4687	1,4901	2,3915	1,9213	—	1,4867
1900	1,5617	1,4758	1,4972	2,4074	1,9423	—	1,4939
2000	1,5692	1,4825	1,5039	2,4221	1,9628	—	1,5010

Средняя объемная теплоемкость газов при постоянном объеме

 $c_{\text{ср}}, \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{град})$

$t, ^\circ\text{C}$	O_2	N_2	CO	CO_2	H_2O	SO_2	Воздух абсолютно сухой
0	0,9349	0,9236	0,9282	1,2288	1,1237	1,361	0,9261
100	0,9466	0,9249	0,9307	1,3293	1,1342	1,440	0,9295
200	0,9642	0,9286	0,9362	1,4164	1,1514	1,516	0,9362
300	0,9852	0,9357	0,9458	1,4918	1,1715	1,587	0,9462
400	1,0065	0,9454	0,9579	1,5587	1,1945	1,645	0,9579
500	1,0270	0,9567	0,9718	1,6178	1,2188	1,700	0,9718
600	1,0459	0,9692	0,9864	1,6701	1,2439	1,742	0,9856
700	1,0634	0,9826	1,0011	1,7174	1,2703	1,779	0,9998
800	1,0789	0,9960	1,0153	1,7601	1,2971	1,813	1,0132
900	1,0936	1,0086	1,0287	1,7982	1,3247	1,842	1,0262
1000	1,1066	1,0207	1,0417	1,8326	1,3519	1,867	1,0387
1100	1,1183	1,0325	1,0538	1,8640	1,3791	1,888	1,0505
1200	1,1296	1,0434	1,0651	1,8929	1,4059	1,905	1,0618
1300	1,1396	1,0542	1,0756	1,9188	1,4319	—	1,0722
1400	1,1493	1,0639	1,0856	1,9427	1,4570	—	1,0819
1500	1,1585	1,0731	1,0948	1,9644	1,4817	—	1,0911
1600	1,1669	1,0819	1,1036	1,9845	1,5052	—	1,0999
1700	1,1752	1,0902	1,1116	2,0034	1,5286	—	1,1078
1800	1,1832	1,0978	1,1191	2,0205	1,5504	—	1,1158
1900	1,1907	1,1049	1,1262	2,0365	1,5713	—	1,1229
2000	1,1978	1,1116	1,1329	2,0511	1,5918	—	1,1296

Средняя теплоемкость перегретого водяного пара, отсчитанная от температуры насыщения C_{pm} , кДж/(кг·град)

Т, °К p, бар	393	433	473	533	573	593	633	673	733	773	833	873
	2,043	1,993	1,985	1,985	1,989	1,993	1,997	2,006	2,022	2,031	2,047	2,060
0,98066	—	—	—	—	—	1,993	1,997	2,006	2,022	2,031	2,047	2,060
9,8066	—	—	2,416	2,294	2,261	2,244	2,219	2,206	2,194	2,190	2,190	2,194
19,61	—	—	—	2,621	2,525	2,487	2,424	2,378	2,341	2,324	2,307	2,299
29,42	—	—	—	2,968	2,801	2,734	2,634	2,558	2,487	2,454	2,416	2,399
39,23	—	—	—	3,483	3,136	3,027	2,851	2,742	2,634	2,579	2,525	2,499
49,03	—	—	—	—	3,467	3,299	3,090	2,931	2,776	2,705	2,633	2,596
58,84	—	—	—	—	3,848	3,655	3,345	3,128	2,927	2,834	2,738	2,692
78,45	—	—	—	—	5,054	4,563	3,948	3,580	3,253	3,115	2,964	2,893
98,07	—	—	—	—	—	5,719	4,719	4,111	3,622	3,421	3,207	3,111
117,68	—	—	—	—	—	—	5,694	4,773	4,048	3,764	3,479	3,345
137,29	—	—	—	—	—	—	7,192	5,593	4,547	4,162	3,781	3,605
156,91	—	—	—	—	—	—	9,659	6,716	5,158	4,631	4,128	3,902
176,52	—	—	—	—	—	—	—	8,336	5,949	5,221	4,555	4,262
196,13	—	—	—	—	—	—	—	11,007	7,063	6,016	5,112	4,727
215,75	—	—	—	—	—	—	—	17,212	9,140	7,453	6,092	5,535

Таблица X

Физические параметры для сухого воздуха при давлении 101325 н/м²

Т, °К	ρ , кг/м ³	c_p , кдж/(кг·град)	$\lambda \cdot 10^3$, вт/(м·град)	$\alpha \cdot 10^4$, м ² /ч	$\mu \cdot 10^4$, (н·сек)/м ²	$\nu \cdot 10^4$, м ² /сек	Pr
263	1,342	1,009	2,361	6,28	1,67	12,43	0,712
273	1,293	1,005	2,442	6,77	1,72	13,28	0,707
283	1,247	1,005	2,512	7,22	1,77	14,16	0,705
293	1,205	1,005	2,593	7,71	1,81	15,06	0,703
303	1,165	1,005	2,675	8,23	1,86	16,00	0,701
313	1,128	1,005	2,756	8,75	1,91	16,96	0,699
323	1,093	1,005	2,826	9,26	1,96	17,95	0,698
333	1,060	1,005	2,896	9,79	2,01	18,97	0,696
343	1,029	1,009	2,966	10,28	2,06	20,02	0,694
353	1,000	1,009	2,047	10,87	2,11	21,09	0,692
363	0,972	1,009	3,128	11,48	2,15	22,10	0,690
373	0,946	1,009	3,210	12,11	2,19	23,13	0,688
393	0,898	1,009	3,338	13,26	2,29	25,45	0,686
413	0,854	1,013	3,489	14,52	2,37	27,80	0,684
433	0,815	1,017	3,640	15,80	2,45	30,09	0,682
453	0,779	1,021	3,780	17,10	2,53	32,49	0,681
473	0,746	1,026	3,931	18,49	2,60	34,85	0,680
523	0,674	1,038	4,268	21,96	2,74	40,61	0,677
573	0,615	1,047	4,606	25,76	2,97	48,33	0,674

Физические параметры воды на линии насыщения

Таблица XI

Т, °К	p , бар/см ²	c_p , кдж/(кг· град)	λ , вт/(м· град)	$\alpha \cdot 10^4$, м ² /ч	$\mu \cdot 10^4$, (н·сек)/м ²	$\nu \cdot 10^4$, м ² /сек	Pr
273	0,006108	4,212	0,551	4,71	178,8	1,789	13,67
283	0,012271	4,191	0,575	4,94	130,5	1,306	9,52
293	0,02337	4,183	0,599	5,16	100,4	1,006	7,02
303	0,04241	4,174	0,618	5,35	80,1	0,805	5,42
313	0,07375	4,174	0,634	5,51	65,3	0,659	4,31
323	0,12335	4,174	0,648	5,65	54,9	0,556	3,54
333	0,1992	4,178	0,659	5,78	47,0	0,478	2,98
343	0,3116	4,187	0,668	5,87	40,60	0,415	2,55
353	0,4736	4,195	0,675	5,96	35,5	0,365	2,21
363	0,7011	4,208	0,680	6,03	31,5	0,326	1,95
373	1,0132	4,220	0,683	6,08	28,2	0,295	1,75
383	1,4327	4,233	0,685	6,13	25,9	0,272	1,60
393	1,9854	4,250	0,686	6,16	23,7	0,252	1,47
403	2,7011	4,266	0,686	6,19	21,8	0,233	1,36
413	3,614	4,287	0,685	6,21	20,1	0,217	1,26
423	4,760	4,312	0,684	6,22	18,6	0,203	1,17
433	6,180	4,346	0,683	6,23	17,4	0,191	1,10
443	7,920	4,379	0,679	6,22	16,3	0,181	1,05
453	10,027	4,417	0,675	6,20	15,3	0,173	1,00
463	12,553	4,459	0,670	6,17	14,4	0,165	0,96
473	15,550	4,505	0,663	6,14	13,6	0,158	0,93
493	23,202	4,614	0,645	5,99	12,5	0,148	0,89
513	33,480	4,756	0,628	5,84	11,5	0,141	0,87
533	46,94	4,949	0,605	5,61	10,6	0,135	0,87
553	64,19	5,229	0,575	5,27	9,8	0,131	0,90
573	85,92	5,736	0,540	4,75	9,1	0,128	0,97
593	112,90	6,473	0,506	4,15	8,5	0,128	1,11
613	146,08	8,163	0,457	3,30	7,7	0,127	1,39
633	186,74	13,984	0,395	1,93	6,7	0,126	2,35

Физические параметры ртути и некоторых расплавленных металлов

Наименование металла	$T, ^\circ K$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\lambda, \text{вт/(м}^\circ K \times \text{град)}$	$c, \text{кдж/(кг}^\circ K \times \text{град)}$	$\alpha \cdot 10^2, \text{м}^2/\text{с}$	$\nu \cdot 10^8, \text{м}^2/\text{сек}$	$\rho_f \cdot 10^3$
Ртуть Hg:	293	13550	7,9	0,139	1,57	11,4	2,72
$T_{\text{пл}}=234,25^\circ K$	373	13350	9,0	0,137	1,76	9,4	1,92
$T_{\text{кип}}=630^\circ K$	423	13230	9,7	0,137	1,91	8,6	1,62
$r_{\text{пл}}=11,7 \text{ кдж/кг}$	473	13120	10,4	0,137	2,06	8,0	1,40
$r_{\text{ис}}=291,8 \text{ кдж/кг}$	573	12880	11,8	0,137	2,39	7,1	1,07
Олово Sn:	523	6980	34,1	0,255	6,90	27,0	1,41
$T_{\text{пл}}=505^\circ K$	573	6940	33,7	0,255	6,85	24,0	1,26
$T_{\text{кип}}=2543^\circ K$							
$r_{\text{пл}}=58,2 \text{ кдж/кг}$	673	6865	33,2	0,255	6,80	20,0	1,06
$r_{\text{ис}}=3015 \text{ кдж/кг}$	773	6790	32,6	0,255	6,75	17,3	0,92
Висмут Wi:	573	10030	13,0	0,151	3,1	17,1	1,98
$T_{\text{пл}}=544^\circ K$	673	9910	14,4	0,151	3,5	14,2	1,46
$T_{\text{кип}}=1750^\circ K$							
$r_{\text{пл}}=49 \text{ кдж/кг}$	773	9785	15,8	0,151	3,9	12,2	1,13
$r_{\text{ис}}=855 \text{ кдж/кг}$	873	9660	17,2	0,151	4,3	10,8	0,91
Литий Li:	473	515	37,2	4,19	6,2	111,0	6,43
$T_{\text{пл}}=452^\circ K$							
$T_{\text{кип}}=1590^\circ K$	573	505	39,0	4,19	6,6	92,7	5,03
$r_{\text{пл}}=662 \text{ кдж/кг}$	673	495	41,9	4,19	7,3	81,7	4,04
$r_{\text{ис}}=19594 \text{ кдж/кг}$	773	484	45,4	4,19	8,1	73,4	3,28
Натрий Na:	423	916	85	1,357	24,6	59,4	0,87
$T_{\text{пл}}=371^\circ K$	473	903	81	1,327	24,4	50,6	0,75
$T_{\text{кип}}=1156^\circ K$	573	878	71	1,281	22,7	39,4	0,63
$r_{\text{пл}}=113 \text{ кдж/кг}$	673	854	64	1,273	21,2	33,0	0,56
$r_{\text{ис}}=4208 \text{ кдж/кг}$	773	829	57	1,273	19,5	28,9	0,53

Энтальпия, энтропия и внутренняя энергия газов

$t, ^\circ\text{C}$	Воздух			O_2			H_2			N_2			CO			CO_2		
	i	s	u	i	s	u	i	s	u	i	s	u	i	s	u	i	s	u
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	100,60	3128	71,9	92,32	0	2826	66,2	1435	4,388	1022	103,20	3215	80,8	104,20	3249	86,58	0,2692	67,9
200	202,30	5543	144,8	187,5	0,5083	134,9	2884	7,838	2056	206,90	5681	155,0	209,30	5744	150,0	182,0	0,4957	144,7
300	305,70	7524	219,5	285,0	0,6958	206,8	4333	10,62	3095	312,00	7695	230,4	316,10	7792	227,1	284,6	0,6921	228,7
400	411,30	9224	296,4	386,0	0,8583	281,9	5790	12,96	4138	419,10	9416	307,8	425,40	9550	306,7	393,1	0,8662	318,6
500	519,61	071	375,7	489,4	1,002	359,5	7256	14,99	5188	528,41	1093	387,8	537,61	1110	388,9	506,6	1,023	413,5
600	629,71	206	457,4	595,8	1,131	439,4	8723	16,78	6246	640,21	1229	470,0	651,51	1249	473,8	623,8	1,166	512,4
700	742,31	328	541,2	703,4	1,247	521,2	10212	18,39	7320	754,51	1352	554,6	768,81	1376	561,0	744,8	1,297	614,7
800	856,61	440	627,1	812,7	1,354	604,5	11715	19,86	8410	870,41	1466	650,9	887,21	1492	650,2	868,3	1,418	720,1
900	973,41	544	714,6	923,2	1,453	689,2	13234	21,21	9519	988,51	1571	729,1	1008	1,599	741,3	993,9	1,530	827,7
1000	1091	1,640	803,7	1035	1,544	774,8	14775	22,48	10649	1108	1,671	818,8	1130	1,699	834,0	1122	1,635	937,5
1100	1210	1,730	894,1	1148	1,630	861,6	16337	23,65	12800	1229	1,761	910,3	1254	1,793	928,1	1252	1,733	1049,0
1200	1330	1,815	985,7	1261	1,709	949,2	17920	24,77	12971	1351	1,846	1002,8	1379	1,881	1023,4	1384	1,825	1162,1
1300	1452	1,893	1078,3	1375	1,784	1037,6	19531	25,83	14164	1475	1,927	1096,6	1505	1,964	1119,7	1516	1,913	1276,5
1400	1574	1,969	1171,8	1491	1,856	1126,8	21156	26,83	15379	1599	2,004	1191,0	1632	2,042	1216,8	1650	1,995	1392,1
1500	1697	2,041	1266,2	1607	1,928	1216,8	22801	27,78	16615	1725	2,077	1286,3	1760	2,116	1314,8	1784	2,073	1508,7

Примечание. Обозначения и единицы измерения величин: энтальпия— i , кДж/кг; энтропия— s , кДж/(кг·град); внутренняя энергия— u , кДж/кг

Таблица XIV

Средняя теплоемкость газов в пределах от 0 до 1500°С
(линейная зависимость)

Газ	Массовая теплоемкость $c_{хм}$, кдж/(кг·град)	Объемная теплоемкость $c_{хт}$, кдж/(м³·град)
Воздух	$c_{vm}=0,7088+0,000093\ t$	$c_{vt}=0,9157+0,0001201\ t$
	$c_{pm}=0,9956+0,000093\ t$	$c_{pt}=1,287+0,0001201\ t$
H ₂	$c_{vm}=10,12+0,0005945\ t$	$c_{vt}=0,9094+0,0000523\ t$
	$c_{pm}=14,33+0,0005945\ t$	$c_{pt}=1,28+0,0000523\ t$
N ₂	$c_{vm}=0,7304+0,00008955\ t$	$c_{vt}=0,9131+0,0001107\ t$
	$c_{pm}=1,032+0,00008955\ t$	$c_{pt}=1,306+0,0001107\ t$
O ₂	$c_{vm}=0,6594+0,0001065\ t$	$c_{vt}=0,943+0,0001577\ t$
	$c_{pm}=0,919+0,0001065\ t$	$c_{pt}=1,313+0,0001577\ t$
CO	$c_{vm}=0,7331+0,00009681\ t$	$c_{vt}=0,9173+0,000121\ t$
	$c_{pm}=1,035+0,00009681\ t$	$c_{pt}=1,291+0,000121\ t$
H ₂ O	$c_{vm}=1,372+0,0003111\ t$	$c_{vt}=1,102+0,0002498\ t$
	$c_{pm}=1,833+0,0003111\ t$	$c_{pt}=1,473+0,0002498\ t$
CO ₂	$c_{vm}=0,6837+0,0002406\ t$	$c_{vt}=1,3423+0,0004723\ t$
	$c_{pm}=0,8725+0,0002406\ t$	$c_{pt}=1,7132+0,0004723\ t$

ЛИТЕРАТУРА

1. Аношин И. М. Теоретические основы массообменных процессов пищевых производств. «Пищевая промышленность», 1970.
2. Андрияшенико А. И. Перспективы развития парогазовых установок. Известия высших учебных заведений, 1961, № 1.
3. Андреев П. А., Гремиллов Д. И. и Федорович Е. Д. Теплообменные аппараты ядерных энергетических установок. «Судостроение», 1965.
4. Андрианов и др. Сборник задач по технической термодинамике. «Энергия», 1971.
5. Бошнякович Ф. Техническая термодинамика (перевод с немецк. под ред. М. В. Вукаловича и В. А. Кириллина). Госэнергоиздат, 1955.
6. Базаров И. П. Термодинамика. Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
7. Бродянский В. М. Энергетический метод и его приложения (перевод), «Мир», 1967.
8. Болгарский А. В., Мухачев Г. А., Щукин В. К. Термодинамика и теплопередача. «Высшая школа», 1964.
9. Вукалович М. П., Кириллин В. А., Ремизов С. А., Силецкий В. С. и Тимофеев В. Н. Термодинамические свойства газов. Mashgiz, 1953.
10. Вукалович М. П. и Новиков Н. И. Техническая термодинамика. «Энергия», 1968.
11. Вукалович М. П., Ривкин С. Л., Александров А. А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. Комитет стандартов мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР. «Стандарты», 1969.
12. ВТИ. Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. Госэнергоиздат, 1956.
13. Вукалович М. П., Новиков И. И. Термодинамика. «Машиностроение», 1972.
14. Гребер Г. и Эрк С. Основы учения о теплообмене. ОНТИ, 1958.
15. Герш С. Я. Глубокое охлаждение. Госэнергоиздат, 1957.
16. Гинзбург А. С. Теплофизические основы процесса выпечки. Пищепромиздат, 1955.
17. Дрыжаков Е. В. и др. Под ред. В. И. Крутова. Техническая термодинамика. «Высшая школа», 1971.
18. Жуковский В. С. Техническая термодинамика. Энергоиздат, 1952.
19. Жуковский В. С. Основы теории теплопередачи. Госэнергоиздат, 1960.
20. Зайцев В. М. Техническая термодинамика. Изд. МИФИ, 1963.
21. Зубарев В. Н., Александров А. А. Практикум по технической термодинамике. «Энергия», 1971.
22. Зысин В. А. Комбинированные парогазовые установки и циклы. Госэнергоиздат, 1962.
23. Исаченко В. П., Осипова В. А. и Сукомел А. С. Теплопередача. «Энергия», 1969.
24. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. Госхимиздат, 1961.
25. Кирпичев В. В., Михеев М. А. и Эйгенсон Л. С. Теплопередача, ГЭИ, 1940.
26. Кирпичев М. В. Теория подобия. Изд. АН СССР, 1953.
27. Кирпичев М. В. и Михеев М. А. Моделирование тепловых устройств. Изд. АН СССР, 1936.
28. Краснопецев Н. И. Основы технической термодинамики. «Советская наука», 1953.
29. Киреев В. А. Курс физической химии. ГНТИ, 1966.

30. К а л а ф а т и Д. Д. Термодинамические циклы атомных станций. Госэнергоиздат, 1963.
31. Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейдлин Л. Е. Техническая термодинамика «Энергия», 1968.
32. Кондратьев Г. М. Регулярный тепловой режим. ГИТТЛ, 1954.
33. Краснощеков Е. А., и Сукомел А. С. Задачник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1963.
34. Кутателадзе С. С. и Цукерман Р. В. Развитие теории теплоты в работах русских ученых. Госэнергоиздат, 1949.
35. Литвин А. М. Техническая термодинамика. Госэнергоиздат, 1963.
36. Леонова В. Ф. Термодинамика. «Высшая школа», 1969.
37. Лыков А. В. Теория сушки. Госэнергоиздат, 1950.
38. Лыков А. В. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
39. Лыков А. В. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1952.
40. Лыков А. В. и Михайлов Ю. А. Теория тепло- и массопереноса. Госэнергоиздат, 1963.
41. Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. Металлургиздат, 1961.
42. Мартыновский В. С. Теория термодинамических циклов. Госэнергоиздат, 1962.
43. Микрюков В. Е. Курс термодинамики. Издательство Московского университета, 1965.
44. Михеев М. А. Основы теплопередачи. Госэнергоиздат, 1956.
45. Мурзаков В. В. Основы технической термодинамики. «Энергия», 1973.
46. Михеев М. А. и Михеева И. М. Краткий курс теплопередач, Госэнергоиздат, 1960.
47. Новиков И. И. и Зайцев В. М. Сборник задач по технической термодинамике. Атомиздат, 1959.
48. Новиков И. И. и Зайцев В. М. Термодинамика в вопросах и ответах. Атомиздат, 1961.
49. Новиков И. И. и Воскресенский К. Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. Атомиздат, 1961.
50. Ноздрев В. Ф. Курс термодинамики. «Высшая школа», 1961.
51. Петухов Б. С. Опытное изучение процессов теплопередачи. ГЭИ, 1952.
52. Путилов К. А. Термодинамика, «Наука», 1971.
53. Рабинович О. М. Сборник задач по технической термодинамике. «Машиностроение», 1969.
54. Ривкин С. Л. Термодинамические свойства газов. «Энергия», 1964.
55. Сборник задач по технической термодинамике и теплопередаче. Под ред. Юдаева Ю. Н. «Высшая школа», 1964.
56. Стерман Л. С. Тепловая часть атомных электростанций. Госатомиздат, 1963.
57. Сушков В. В. Техническая термодинамика. Госэнергоиздат, Изд. 6-е, 1960.
58. Терминология. Теория теплообмена. «Наука», 1971.
59. Четкин А. В. Техническая термодинамика. Изд. МХТИ им. Менделеева, 1967.
60. Четкин А. В. Высокотемпературные теплоносители. «Энергия», 1971.
61. Шорин С. Н. Теплопередача. «Высшая школа», 1964.
62. Эккерт Э. О. Введение в теорию тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1957.
63. Яворский Б. М. и Детлаф А. А. Справочник по физике. Физматгиз, 1963.
64. Ястрежембский А. С. Техническая термодинамика. Изд. 8-е, Госэнергоиздат, 1960.
65. Ястрежембский А. С. Термодинамика и история ее развития. «Энергия», 1966.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию	3
Предисловие к первому изданию	3
Часть первая. Техническая термодинамика	
Глава I. Введение	5
§ 1-1. Энергетика и ее значение в народном хозяйстве СССР	5
§ 1-2. Предмет технической термодинамики и ее задачи	7
§ 1-3. Международная система единиц (СИ)	9
§ 1-4. Основные термодинамические параметры состояния	10
§ 1-5. Термодинамическая система	14
§ 1-6. Термодинамический процесс	14
§ 1-7. Теплота и работа	16
§ 1-8. Термодинамическое равновесие	18
Контрольные вопросы и примеры к I главе	19
Глава II. Уравнение состояния идеальных газов	20
§ 2-1. Основные законы идеальных газов	20
§ 2-2. Уравнение состояния идеальных газов	21
§ 2-3. Универсальное уравнение состояния идеального газа	23
Контрольные вопросы и примеры к II главе	25
Глава III. Смесь идеальных газов	27
§ 3-1. Основные свойства газовых смесей	27
§ 3-2. Газовая постоянная смеси газов	29
§ 3-3. Средняя молекулярная масса смеси газов	30
§ 3-4. Парциальные давления	30
Контрольные вопросы и примеры к III главе	31
Глава IV. Реальные газы	33
§ 4-1. Свойства реальных газов	33
§ 4-2. Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса	35
§ 4-3. Анализ уравнения Ван-дер-Ваальса	37
§ 4-4. Уравнение состояния для реальных газов М. П. Вукаловича и И. И. Новикова	42
§ 4-5. Частные производные параметров состояния. Термические коэффициенты	43
Контрольные вопросы к IV главе	45
Глава V. Первый закон термодинамики	46
§ 5-1. Закон сохранения и превращения энергии	46
§ 5-2. Внутренняя энергия	47
§ 5-3. Аналитическое выражение работы процесса	50
§ 5-4. Обратимые и необратимые процессы	54
§ 5-5. Аналитическое выражение первого закона термодинамики	56
§ 5-6. Энтальпия	57
Контрольные вопросы и примеры к V главе	60
Глава VI. Теплоемкость газов. Энтропия	62
§ 6-1. Основные определения	62
§ 6-2. Массовая, объемная и молярная теплоемкости газов	62

§ 6-3. Аналитические выражения для теплоемкостей c_p и c_v	63
§ 6-4. Элементы молекулярно-кинетической и квантовой теории теплоемкости	66
§ 6-5. Истинная и средняя теплоемкости	69
§ 6-6. Отношение теплоемкостей c_p и c_v	70
§ 6-7. Определение q_v и q_p для идеальных газов по таблицам теплоемкостей	71
§ 6-8. Теплоемкость смесей идеальных газов	71
§ 6-9. Приближенные значения теплоемкостей	72
§ 6-10. Энтропия. Вычисление энтропии идеального газа для обратимых и необратимых процессов	73
§ 6-11. Тепловая Ts -диаграмма	76
Контрольные вопросы и примеры к VI главе	77
Г л а в а VII. Термодинамические процессы идеальных газов	79
§ 7-1. Общие вопросы исследования процессов	79
§ 7-2. Изохорный процесс	80
§ 7-3. Изобарный процесс	82
§ 7-4. Изотермный процесс	84
§ 7-5. Адиабатный процесс	85
§ 7-6. Политропные процессы	88
Контрольные вопросы и примеры к VII главе	91
Г л а в а VIII. Второй закон термодинамики	95
§ 8-1. Основные положения второго закона термодинамики	95
§ 8-2. Круговые термодинамические процессы, или циклы	96
§ 8-3. Термический к. п. д. и холодильный коэффициент циклов	97
§ 8-4. Прямой обратимый цикл Карно	99
§ 8-5. Обратный обратимый цикл Карно	101
§ 8-6. Теорема Карно	103
§ 8-7. Свойства обратимых и необратимых циклов и математическое выражение второго закона термодинамики	104
§ 8-8. Изменения энтропии в обратимых и необратимых процессах	106
§ 8-9. Обобщенный (регенеративный) цикл Карно	108
§ 8-10. Принцип возрастания энтропии и физический смысл второго закона термодинамики	109
§ 8-11. Максимальная работа. Эксергия	111
§ 8-12. Энтропия и статистический характер второго закона термодинамики	114
§ 8-13. О неправильных обобщениях Клаузиуса в вопросе о возрастании энтропии	117
§ 8-14. Абсолютная термодинамическая температура	118
§ 8-15. Среднеинтегральная температура	119
Контрольные вопросы и примеры к VIII главе	120
Г л а в а IX. Характеристические функции и термодинамические потенциалы. Равновесие систем	124
§ 9-1. Свойства характеристических функций	124
§ 9-2. Физический смысл изохорно-изотермного и изобарно-изотермного потенциалов	128
§ 9-3. Химический потенциал	132
§ 9-4. Термодинамическое учение о равновесии	134
§ 9-5. Общие условия равновесия термодинамической системы	135
§ 9-6. Равновесие однородной системы	138
§ 9-7. Условия равновесия нескольких фаз вещества	138
§ 9-8. Термодинамические диаграммы	139
§ 9-9. Уравнения Клапейрона — Клаузиуса	142
§ 9-10. Тепловая теорема Нернста	144
Контрольные вопросы и примеры к IX главе	147
Г л а в а X. Дифференциальные уравнения термодинамики	150
§ 10-1. Основные дифференциальные уравнения термодинамики в частных производных	150
§ 10-2. Приложение дифференциальных уравнений к решению некоторых термодинамических задач	155

Глава XI. Водяной пар	161
§ 11-1. Основные понятия и определения	161
§ 11-2. Особенности <i>р</i> -диаграммы водяного пара	162
§ 11-3. Основные параметры жидкости и сухого насыщенного пара. Теплота парообразования	164
§ 11-4. Основные параметры влажного насыщенного водяного пара	165
§ 11-5. Основные параметры перегретого пара	165
§ 11-6. Энтропия воды и водяного пара	166
§ 11-7. <i>Ts</i> -диаграмма водяного пара	168
§ 11-8. Таблица водяного пара	169
§ 11-9. <i>is</i> -диаграмма водяного пара	169
Контрольные вопросы и примеры к XI главе	171
Глава XII. Основные термодинамические процессы водяного пара	173
§ 12-1. Общий метод исследования термодинамических процессов водяного пара	173
§ 12-2. Термодинамические процессы изменения состояния водяного пара	174
Контрольные вопросы и примеры к XII главе	177
Глава XIII. Истечение газов и паров	180
§ 13-1. Первый закон термодинамики в применении к потоку дви- жущегося газа	180
§ 13-2. Работа проталкивания. Дальнейшее развитие уравнения пер- вого закона термодинамики для потока	180
§ 13-3. Располагаемая работа при истечении газа	183
§ 13-4. Адиабатный процесс истечения газа	184
§ 13-5. Истечение капельной жидкости	185
§ 13-6. Скорость истечения и секундный расход идеального газа из суживающегося сопла	185
§ 13-7. Анализ уравнения массового секундного расхода идеаль- ного газа и критическое давление	186
§ 13-8. Критическая скорость и максимальный секундный расход идеального газа	187
§ 13-9. Основные условия течения идеального газа по каналам пере- менного сечения	189
§ 13-10. Случай истечения идеального газа из суживающегося сопла	191
§ 13-11. Истечение идеального газа из комбинированного сопла Ла- валя	192
§ 13-12. Истечение газов с учетом трения	193
§ 13-13. Истечение водяного пара	193
Контрольные вопросы и примеры к XIII главе	195
Глава XIV. Дросселирование газов и паров. Смещение газов	198
§ 14-1. Дросселирование газа	198
§ 14-2. Уравнение процесса дросселирования	198
§ 14-3. Исследование процесса дросселирования. Эффект Джоуля — Томсона	199
§ 14-4. Дросселирование ван-дер-ваальсова газа. Кривая инверсии	202
§ 14-5. Дросселирование, или мятие, водяного пара	204
§ 14-6. Смещение газов	205
§ 14-7. Изменение энтропии идеальных газов при смешении	208
Контрольные вопросы и примеры к XIV главе	209
Глава XV. Влажный воздух	214
§ 15-1. Общие понятия. Абсолютная влажность, влагосодержание и относительная влажность воздуха	214
§ 15-2. Плотность, газовая постоянная и энтальпия влажного воз- духа	218
§ 15-3. <i>id</i> -диаграмма влажного воздуха	218
Контрольные вопросы и примеры к XV главе	220
Глава XVI. Компрессоры	222
§ 16-1. Одноступенчатый компрессор	222
§ 16-2. Многоступенчатый компрессор	229
Контрольные вопросы и примеры к XVI главе	232

Глава XVII. Циклы двигателей внутреннего сгорания	235
§ 17-1. Краткие исторические сведения	235
§ 17-2. Цикл с подводом теплоты в процессе $v = \text{const}$	236
§ 17-3. Цикл с подводом теплоты в процессе $p = \text{const}$	240
§ 17-4. Цикл с подводом теплоты в процессе при $v = \text{const}$ и $p = \text{const}$, или цикл со смешанным подводом теплоты	243
§ 17-5. Сравнение циклов поршневых двигателей внутреннего сгорания	246
Контрольные вопросы и примеры к XVII главе	247
Глава XVIII. Циклы газотурбинных установок и реактивных двигателей	253
§ 18-1. Газотурбинные установки (ГТУ)	253
§ 18-2. Цикл ГТУ с подводом теплоты в процессе $p = \text{const}$	254
§ 18-3. Цикл ГТУ с подводом теплоты в процессе $v = \text{const}$	256
§ 18-4. Сравнение циклов ГТУ	258
§ 18-5. Методы повышения к. п. д. ГТУ	259
§ 18-6. Циклы реактивных двигателей	262
Контрольные вопросы и примеры к XVIII главе	264
Глава XIX. Циклы паротурбинных установок	269
§ 19-1. Цикл Карно для водяного пара	269
§ 19-2. Цикл Ренкина	270
§ 19-3. Влияние основных параметров на величину к. п. д. цикла Ренкина	273
§ 19-4. Цикл со вторичным перегревом пара	275
§ 19-5. Регенеративный цикл паротурбинной установки	276
§ 19-6. Бинарные циклы	280
§ 19-7. Основы теплофикации	282
§ 19-8. Внутренний относительный к. п. д. паровой турбины	284
§ 19-9. Эффективный к. п. д. паротурбинной установки	284
Контрольные вопросы и примеры к XIX главе	286
Глава XX. Циклы атомных электростанций, парогазовых и магнито-гидродинамических установок	289
§ 20-1. Термодинамические циклы атомных установок	289
§ 20-2. Циклы парогазовых установок	292
§ 20-3. Циклы установок с магнитогидродинамическими генераторами	295
Контрольные вопросы к XX главе	298
Глава XXI. Циклы холодильных установок	299
§ 21-1. Основные понятия о работе холодильных установок	299
§ 21-2. Циклы воздушных, парожеткорных и абсорбционных холодильных установок	300
§ 21-3. Цикл паровой компрессорной холодильной установки	305
§ 21-4. Глубокое охлаждение	306
§ 21-5. Тепловой насос	309
Контрольные вопросы и примеры к XXI главе	311

Часть вторая. Теплопередача

Введение	313
Глава XXII. Основные положения теплопроводности	315
§ 22-1. Температурное поле	315
§ 22-2. Градиент температуры	316
§ 22-3. Основной закон теплопроводности	316
§ 22-4. Коэффициент теплопроводности	317
§ 22-5. Дифференциальное уравнение теплопроводности	319
§ 22-6. Краевые условия	322
Контрольные вопросы к XXII главе	323
Глава XXIII. Теплопроводность при стационарном режиме и граничных условиях первого рода	325
§ 23-1. Теплопроводность через однослойную плоскую стенку	325
§ 23-2. Теплопроводность через многослойную плоскую стенку	328

§ 23-3. Теплопроводность через однослойную цилиндрическую стенку	329
§ 23-4. Теплопроводность через многослойную цилиндрическую стенку	331
§ 23-5. Теплопроводность через шаровую стенку	332
§ 23-6. Теплопроводность тел произвольной формы	333
Контрольные вопросы и примеры к XXIII главе	333
Глава XXIV. Теплопроводность при стационарном режиме и граничных условиях третьего рода. Коэффициент теплопередачи	337
§ 24-1. Передача теплоты через плоскую однослойную и многослойную стенки (теплопередача)	337
§ 24-2. Передача теплоты через цилиндрические однослойную и многослойную стенки	340
§ 24-3. Критический диаметр изоляции	342
§ 24-4. Передача теплоты через шаровую стенку	343
§ 24-5. Передача теплоты через ребристую стенку	344
§ 24-6. Интенсификация теплопередачи	346
Контрольные вопросы и примеры к XXIV главе	347
Глава XXV. Теплопроводность при нестационарном режиме	352
§ 25-1. Основные положения	352
§ 25-2. Неограниченная пластина	353
§ 25-3. Цилиндр бесконечной длины	355
§ 25-4. Шар	357
§ 25-5. Регулярный режим теплопроводности	360
Контрольные вопросы к XXV главе	362
Глава XXVI. Конвективный теплообмен	363
§ 26-1. Основные теории конвективного теплообмена	363
Физические свойства жидкостей	364
Режимы течения и пограничный слой	365
§ 26-2. Коэффициент теплоотдачи. Дифференциальное уравнение теплообмена	366
§ 26-3. Основы теории подобия	368
Числа подобия	372
Теоремы подобия	374
§ 26-4. Приведение дифференциальных уравнений конвективного теплообмена и условий однозначности к безразмерному виду	377
§ 26-5. Уравнения подобия	382
§ 26-6. Моделирование	383
Контрольные вопросы к XXVI главе	384
Глава XXVII. Конвективный теплообмен в вынужденном и свободном потоке жидкости	386
§ 27-1. Средняя температура. Определяющая температура. Эквивалентный диаметр	386
§ 27-2. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах	388
§ 27-3. Теплообмен при турбулентном движении жидкости в трубах	390
§ 27-4. Теплообмен при переходном режиме	392
§ 27-5. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль пластины	393
§ 27-6. Теплообмен при поперечном омывании одиночной трубы	395
§ 27-7. Теплообмен при поперечном омывании пучков труб	397
§ 27-8. Теплообмен жидких металлов	400
§ 27-9. Теплообмен при высоких скоростях движения газов	401
§ 27-10. Теплообмен при свободном движении жидкости	403
Контрольные вопросы и примеры к XXVII главе	406
Глава XXVIII. Теплообмен при изменении агрегатного состояния вещества	412
§ 28-1. Теплообмен при кипении жидкости	412
§ 28-2. Теплообмен при конденсации пара	415
§ 28-3. Влияние различных факторов на теплообмен при конденсации	417
Контрольные вопросы и примеры к XXVIII главе	418

Глава XXIX. Теплообмен излучением	421
§ 29-1. Общие сведения о тепловом излучении	421
§ 29-2. Основной закон поглощения	422
§ 29-3. Основные законы теплового излучения	424
§ 29-4. Теплообмен излучением между твердыми телами	431
Параллельные пластины	431
Теплообмен излучением между телами, одно из которых находится внутри другого	432
Произвольно расположенные тела	434
§ 29-5. Экраны	434
§ 29-6. Излучение газов	435
§ 29-7. Сложный теплообмен	440
§ 29-8. Теплообмен излучением в котельных топках	440
Контрольные вопросы и примеры к XXIX главе	441
Глава XXX. Теплообменные аппараты	447
§ 30-1. Типы теплообменных аппаратов	447
§ 30-2. Основные положения теплового расчета	448
§ 30-3. Средний температурный напор	450
§ 30-4. Определение конечных температур теплоносителей	452
Контрольные вопросы и примеры к XXX главе	455
Глава XXXI. Тепло- и массоперенос во влажных телах	460
§ 31-1. Основные закономерности тепло- и массопереноса	460
§ 31-2. Основные законы переноса теплоты и массы вещества в кол- лоидных капиллярно-пористых телах	464
§ 31-3. Числа подобия тепло- и массопереноса	468
§ 31-4. Внешний тепло- и массоперенос	470
§ 31-5. Коэффициенты переноса теплоты и вещества	475
Приложения	477
Литература	489

Владимир Васильевич Нащокин

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Редактор М. Т. Самсонова.

Художник А. И. Шавард.

Художественный редактор Н. К. Гуторов.

Технический редактор З. А. Муслимова.

Корректор Г. И. Кострикова

Т 19028 Сдано в набор 9/VII 1974 г.

Подп. к печати 22/XI 1974 г.

Формат 60×90¹/₄. Бум. тип. № 3. Объем 31 печ. л. + I вкладка 0,27 печ. л. Усл. п. л. 31,27

Уч.-изд. л. 30,19 Изд. № ОТ-183/71 Тираж 50000 экз. Цена 1 р. 06 к. Зак. 1043

План выпуска литературы издательства «Высшая школа» (вузы и техникумы) на 1974 г.

Позиция № 107

Издательство «Высшая школа» Москва, К-51, Неглинная ул. д. 29/14.

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном комитете
Совета Министров СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли,
г. Москва, И-41, Б. Переяславская ул., дом 46